Explication du tirage des gens

21 avril 2017

1 Première version

Dans la version actuelle des choses, l'algorithme forme toujours les même groupes, puisqu'il tire au les personnes dans leur ordre de participation. Il n'y a pas assez de hasard dans le processus (il suffit le faire tourner et voir l'évolution de la matrice Organisation).

Donc, il faut pour cela «coefficienter» la probabilité de participation par l'inverse de taux de participation (moins on a participé, plus on a de chance de participer.)

Mon idée était de prendre une fonction décroissante sur l'intervalle $[0, 1]$ d'aire égale à 1, par exemple :

$$p(t) = c(\exp(-\lambda(t-1)) - 1)$$

Avec c une constante telle que $\int_0^1 p = 1$. J'ai calculé $c = \frac{1}{\lambda}(\exp(\lambda - 1)) + 1$. Puis, de grouper les gens par leur coefficient de participation (c'est tout simplement le nombre de fois où ils ont participé). On obtient N groupes. Ensuite, on subdivise l'intervalle $[0, 1]$ en N sous-intervalle de taille $1/N$ noté I_j. Puis, on assigne à chaque sous intervalle la valeur $\int_{I_j} p(t)$. Puis, on assigne à chaque personne i, qui a pour coefficient de participation j la probabilité de participation :

$$P(i) = \frac{\int_{I_j} p(t)}{N_j}$$

Où N_j est le nombre de personne qui ont un coefficient de participation égale à j (c'est-à-dire le nombre de personne qui ont participé j fois).

Et finalement les personnes sont tirées avec la loi de probabilité suivante (avec X la variable aléatoire associée à l'identifiant de la personne tirée)

$$\mathbb{P}(X = i) = P(i)$$

2 Deuxième version

On a vu que la loi fixée plus haut est défaillante si jamais il y a un très grand nombre de gens qui ont un coefficient faible et peu de gens à coefficient fort (à cause de la division par N_j on se retrouve avec une probabilité quasi nulle de tirer des gens qui n'ont pas participé).

Alors, soit on divise par un coefficient plus judicieux, soit on utilise la méthode exposée ci-dessous.

L'idée (plus simple *a priori*) est de tirer d'abord au hasard un coefficient de participation, puis de tirer (avec la loi uniforme cette fois ci) une personne qui a le coefficient de participation tirée précédemment.

Donc, on reprend l'idée plus haut, toujours avec la fonction p (plus besoin de la normaliser)

$$p(t) = \exp(-\lambda(t-1)) - 1$$

Où $p : [0;1] \to \mathbb{R}^+$.

Puis, on associe à chaque coefficient le poids suivant :

$$N(i) = \int_0^{\frac{i}{m}} p(t)dt$$

Où m est le nombre de coefficient des personnes qui participe à la question.

On tire ensuite au hasard le coefficient c_j qui a pour poids N_j. Pour cela, on tire une valeur m prise au hasard entre 0 et $\max_i(N(i)) = N(m)$. Puis, on détermine i tel que $N(i) <= m$ et $N(i+1) > m$, qui sera le coefficient de participation de la prochaine personne tirée.

Puis, on tire une personne parmi la liste des gens qui ont le coefficient tiré au hasard, avec une équiprobabilité.

Ensuite, il faut recommencer pour tirer une autre personne etc..