Cours Suite

Delhomme Fabien

February 13, 2022

Contents

1 Suites arithmétiques et géométriques : définition et techniques

1.1 Suite arithmétiques

On dit qu'une suite est une suite arithmétique si chaque terme de la suite est égal au terme précédent, ajouté d'un même nombre r

Si j'ajoute 3 pour passer d'un terme à un autre à chaque fois, ma suite est arithmétique, de raison 3.

n	0	1	2	3	4
$\mathrm{u_n}$	0	3	6	9	12

Pour trouver la raison d'une suite arithmétique, il suffit de calculer la différence de deux termes consécutifs

Dans la suite donnée en exemple, si on calcule, par exemple :

$$u_3 - u_2 = 9 - 6 = 3$$

on retrouve bien la raison de la suite, $r = 2$

Pour trouver u_n connaissant u_{n+1} et u_{n-1}, on peut calculer :

$$u_n = \frac{u_{n+1} + u_n}{2}$$

Autrement dit, chaque terme est la moyenne arithmétique de ses termes voisins

$$\begin{aligned} u_3 &= \frac{u_4 + u_2}{2} \\ &= \frac{12+6}{2} \\ &= \frac{18}{2} = 9 \end{aligned}$$

1.2 Suites géométrique

#+begin$_{\text{defi}}${Suite géométrique} On dit qu'une suite est une suite géométrique si chaque terme de la suite est un multiple du terme précédent par un nombre q. #+end$_{\text{def}}$

Si je multiplie par 3 pour passer d'un terme à un autre à chaque fois, ma suite est géométrique, de raison 3

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	9	27	81

Pour trouver la raison d'une suite géométrique, il suffit de calculer le quotient de deux termes consécutifs

Dans la suite précédente, on a bien :

$$\frac{u_3}{u_2} = \frac{9}{3} = 3$$

Si (u_n) est une suite géométrique, et que l'on connait u_{n+1} et u_{n-1}, alors on peut en déduire la raison de la suite géométrique !

Si on connait $u_2 = 9$ et $u_4 = 81$, puisque l'on a multiplié u_2 par q pour trouver u_3, et u_3 par q pour trouver u_4, on peut en déduire que :

$$u_2 \times q \times q = u_4$$

Donc, finalement

$$\begin{aligned} u_2 \times q^2 &= u_4 \\ q^2 &= \frac{u_4}{u_2} \\ q &= \sqrt{\frac{u_4}{u_2}} \quad \text{Fonctionnne même si la suite est négative !} \end{aligned}$$

le calcul donne bien :

$$q = \sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{9} = 3$$

Si (u_n) est une suite géométrique, et que l'on connait u_{n+1} et u_{n-1}, alors on peut en déduire le terme u_n

Si on reprend l'exemple précédent, on peut s'apercevoir que

$$u_3 = \sqrt{u_2 \times u_4}$$

En effet, on obtient bien :

$$u_3 = \sqrt{9 \times 81} = 3 \times 9 = 27$$

Si a et b sont deux nombres positifs, alors :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Voir les calculs faits plus haut.

On peut calculer directement le \$n\$-ième terme d'une suite géométrique de raison q, par la formule suivante :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Le cinquantième terme de la suite donnée en exemple se calcule par :

$$u_n = 3^n \times 1$$