

Projeté Orthogonal

Delhomme Fabien

7 février 2022

Table des matières

I Définitions	1
II Pourquoi ce point existe ?	1
III Approche géométrique	2
IV Trigonométrie	2
IV.1 Définitions	2

I Définitions

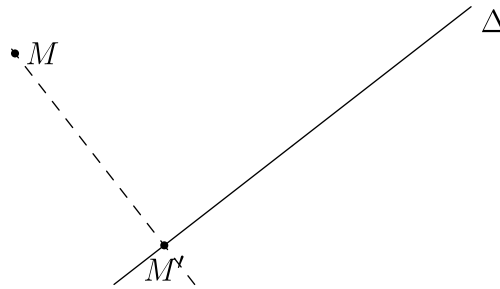
On considère M un point du plan, et Δ une droite du plan, qui ne passe pas par M .

On peut donner plusieurs définitions équivalentes au projeté orthogonal.



Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Le projeté orthogonal d'un point M sur une droite Δ est le point M' tel que la distance MM' est minimale.



II Pourquoi ce point existe ?

La distance entre un point M' qui appartient à la droite Δ et le point M est une fonction qui dépend de la position de M' sur la droite.

Mais cette fonction ressemble à une parabole, puisque si l'on connaît les coordonnées de M et de M' , on sait que :

$$MM'^2 = (x_{M'} - x_M)^2 + (y_{M'} - y_M)^2$$

Autrement dit, la fonction $M' \mapsto MM'^2$ ressemble à une parabole (il y a des carrés dans la formule, ce n'est pas un argument suffisant, c'est un argument que l'on appelle «heuristique», qui repose sur l'intuition plutôt que de la formalisation pure. Mais vous pouvez me faire confiance ici, cela fonctionne bien) ! Donc, cette parabole admet un point minimal atteint pour un certain point M'_0 , qui est le projeté orthogonal de M sur la droite Δ .

La puissance de feu des mathématiques en action ! Ce raisonnement se retrouve dans de très nombreux domaines, notamment... Dans les algorithmes de deep learning (!).

III Approche géométrique



Projeté orthogonal d'un point sur une droite

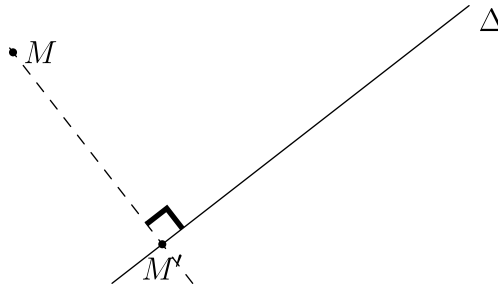
Le projeté d'un point M sur une droite Δ est le point M' tel que l'angle entre Δ et $M'M$ est droit.



Proposition

Les deux définitions sont équivalentes ! C'est-à-dire que trouver le point M' tel que la distance entre $M'M$ est le minimum revient à tracer la perpendiculaire à la droite Δ qui passe par M !

Remarquez l'angle droit formé sur la figure ci-contre (qui a la même configuration que la figure précédente.)



IV Trigonométrie

IV.1 Définitions



Définition du cosinus d'un angle

On considère un triangle **rectangle** ABC rectangle en A. Alors, on définit la fonction cos de l'angle \widehat{ABC} par :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

