

# Vecteur, deuxième partie

Delhomme Fabien

14 octobre 2021

## Table des matières

<b>I</b>	<b>Coordonnées d'un vecteur dans un repère orthonormé</b>	<b>1</b>
I.1	Définition . . . . .	1
I.2	Coordonnées d'un vecteur défini par deux points du plan . . . . .	3
I.3	Opérations sur les vecteurs, et coordonnées . . . . .	3
I.3.1	Coordonnées d'une somme de vecteurs . . . . .	3
I.3.2	Multiplication d'un vecteur par un scalaire . . . . .	4
I.3.3	Produit scalaire de deux vecteurs . . . . .	4
<b>II</b>	<b>Norme d'un vecteur</b>	<b>4</b>

## I Coordonnées d'un vecteur dans un repère orthonormé

### I.1 Définition



#### Coordonnées d'un vecteur

Soit  $\vec{u}$  un vecteur, et on considère un repère orthonormé du plan. Alors, le vecteur  $\vec{u}$  admet des coordonnées qui le décrivent.

`./images/vecteurCoordonnees.png`



### Exemple

Dans l'image suivante, vous trouverez un exemple de vecteur  $\vec{u}$  qui admet pour coordonnées  $(3; 4)$ . Ainsi, l'égalité

$$\vec{u} = (3, 4)$$

désigne un vecteur qui déplace de 3 horizontalement, et de 4 verticalement.



### Exemple

Un vecteur peut aussi admettre des coordonnées négatives. Par exemple, dans l'image suivante, le vecteur  $\vec{v}$  admet une abscisse négative.

./images/vecteurCoordoNegatives.png



## Coordonnées du vecteur nul

Les coordonnées nulles, c'est-à-dire  $(0; 0)$  désignent le vecteur nul, noté  $\vec{0}$ .

## I.2 Coordonnées d'un vecteur défini par deux points du plan

À partir de deux points,  $A$  et  $B$ , on peut définir le vecteur qui «emmène» le point  $A$  vers le point  $B$ , et on le note  $\overrightarrow{AB}$ . À partir des coordonnées de  $A$  et de celle de  $B$ , on peut en déduire les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .



### Proposition

Si  $A$  et  $B$  admettent les coordonnées  $(x_A, y_A)$ ,  $(x_B, y_B)$ , alors le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

./images/vecCoordoPoints.png



### Exemple

Si  $A(3; 4)$  et  $B(-2; -3)$  alors le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées

$$\overrightarrow{AB} = (-2 - 3; -3 - 4) = (-5; -7)$$

Donc pour se rendre de  $A$  vers  $B$ , il faut se déplacer de 5 horizontalement (vers la gauche, puisque la première coordonnée de  $\overrightarrow{AB}$  est  $-5$ ), et de 7 verticalement (vers le bas). L'image suivante illustre cette situation.

./images/exemplevecCoordoPoints.png

## I.3 Opérations sur les vecteurs, et coordonnées

### I.3.1 Coordonnées d'une somme de vecteurs



### Proposition

Si on considère deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  de coordonnées  $(x; y)$  et  $(w; z)$ , alors si on note  $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v}$ , le vecteur  $\vec{z}$  a pour coordonnées :

$$\vec{z} = (x + w; y + z)$$



### Exemple

Si  $\vec{u} = (-3; 4)$  et  $\vec{v} = (2; 5)$  alors  $\vec{u} + \vec{v} = (-1; 9)$

## I.3.2 Multiplication d'un vecteur par un scalaire

Si  $\vec{u}$  est un vecteur, alors  $2\vec{u}$ ,  $3\vec{u}$ ,  $\sqrt{2}\vec{u}$ , etc, sont aussi des vecteurs. On peut multiplier un vecteur par n'importe quel nombre réel  $k$ , et on notera l'opération  $k\vec{u}$



### Proposition

Soit  $\vec{u}$  un vecteur, de coordonnées  $(x; y)$ . Alors, le vecteur  $k\vec{u}$  a pour coordonnées

$$k\vec{u} = (kx; ky)$$



### Exemple

Si  $\vec{u} = (-3; 5)$ , alors  $-2\vec{u} = (6; -10)$

## I.3.3 Produit scalaire de deux vecteurs

Nous verrons plus tard à quoi sert le produit scalaire  $(\vec{u}, \vec{v})$  de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , mais en quelques mots, le produit scalaire permet d'avoir une idée de l'angle qu'il y a entre deux vecteurs. Le produit scalaire est simple à calculer si vous connaissez les coordonnées de deux vecteurs.



### Produit scalaire de deux vecteurs

Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs, de coordonnées respectives  $(x; y)$  et  $(w; z)$ . Alors, le produit scalaire est un nombre, noté  $(\vec{u}, \vec{v})$ , qui se calcule par :

$$(\vec{u}, \vec{v}) = xw + yz$$

Avec cette formule, on peut remarquer énormément de propriétés associées au produit scalaire. Par exemple,



### Proposition

Pour tout vecteur  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , on a :

$$(\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{v}, \vec{u})$$

Autrement dit, on peut calculer un produit scalaire en notant les vecteurs «dans le sens que l'on veut».

## II Norme d'un vecteur

La norme d'un vecteur  $\overrightarrow{AB}$  représente la distance à parcourir pour emmener  $A$  vers  $B$ .

À partir des coordonnées d'un vecteur, on peut calculer sa norme !



### Proposition

Soit  $\vec{u}$  un vecteur, de coordonnées  $(x; y)$ . Alors, sa norme se calcule par

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



### Exemple

Ce résultat provient du théorème de Pythagore ! Sur l'image, puisque le triangle est rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on sait que

$$\|\vec{u}\|^2 = b^2 + c^2$$

Ce qui revient au calcul plus haut.

Ici, puisque  $\vec{u} = (4; 5)$ , on a :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41} \approx 6,4$$

· [./images/thPythagoreEtNorme.png](#)



### Proposition

Pour tout vecteur  $\vec{u}$ , on peut remarquer que :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(u, u)}$$

Le produit scalaire est décidément partout !