Para demostrar que el algoritmo proporcionado es matemáticamente correcto, es decir, que para una lista arbitraria L no vacía, la función `maximum(L)` retorna un número entero n tal que para todo elemento l de la lista, $n \geq l$ y además n está dentro de la lista, utilizaremos una **demostración por inducción** sobre la longitud de la lista.

Base de la inducción

Consideremos el caso más simple donde la lista L tiene **únicamente un elemento**.

- **Caso**: $|L| = 1$

  Sea $L = [a]$, donde a es un entero.

  Al ejecutar `maximum(L)`, la función verifica si la longitud de la lista es 1:

  ```
  if len(x) == 1:
      return x[0]
  ```

  Entonces, retorna a. Claramente, a es el único elemento de la lista, por lo tanto, cumple que para todo $l \in L$, $a \geq l$ (ya que $l = a$) y a está en la lista.

  Conclusión: La propiedad se cumple para $|L| = 1$.

Paso inductivo

Supongamos que la propiedad se cumple para cualquier lista de longitud k, es decir, para cualquier lista L' con $|L'| = k$, `maximum(L')` retorna el máximo elemento de L'.

Ahora, consideremos una lista L de longitud $k + 1$:

- **Caso inductivo**: $|L| = k + 1$

  Sea $L = [a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}]$.

  Al ejecutar `maximum(L)`, la función realiza la siguiente llamada recursiva:

  ```
  prev = maximum(x[:-1])
  ```

  Aquí, `x[:-1]` corresponde a la lista $L' = [a_1, a_2, \ldots, a_k]$, que tiene longitud k. Por hipótesis inductiva, `maximum(L')` retorna el máximo elemento de L', denotémoslo por m.

  Luego, el algoritmo compara m con el último elemento de L, es decir, a_{k+1}:

  ```
  if prev > x[-1]:
      return prev
  return x[-1]
  ```

  - **Subcaso 1**: Si $m > a_{k+1}$, entonces m es mayor que todos los elementos de L', y por lo tanto, también es mayor que a_{k+1}. Por lo tanto, m es el máximo de L.

  - **Subcaso 2**: Si $m \leq a_{k+1}$, entonces a_{k+1} es mayor o igual que todos los elementos de L' (incluyendo a m), por lo tanto, a_{k+1} es el máximo de L.

En ambos subcasos, `maximum(L)` retorna el elemento correcto que es el máximo de la lista L.

Conclusión: La propiedad se mantiene para una lista de longitud $k+1$.

Conclusión de la inducción

Por el principio de inducción matemática, la propiedad se cumple para cualquier lista no vacía L de enteros, es decir, `maximum(L)` retorna un número entero n que es mayor o igual a todos los elementos de L y que además pertenece a la lista L.