

Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas, módulo I

Disciplina: Matemática Computacional

Professor: Ezequias Matos Esteves

Aluno(a): Matheus Levi da Silva Barbosa

Lista 2

1) Faça as demonstrações das proposições com o método de provas que achar mais conveniente.

a) Um número inteiro a divide um inteiro b , denotado por $a|b$, se existe um inteiro k tal que $b = ak$. Mostre que, se $a|b$ e se $a|c$ então $a|(bx + cy)$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$

SE $b = ax$ e $c = ay$

ENTÃO $ak = bx + cy$

Como A é divisor de B e também é divisor de C , ambos B e C são múltiplos de A , caso B e C sejam somados, com suas ambas variáveis x e y que formam a relação com A , eles formarão um número divisível por A , que terá um novo inteiro K como constante ou não.

b) Mostre que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$, $2^{3n} - 1$ é divisível por 7.

$2^3 \times 1 - 1 = 7$ A explicação é que $2^3 = 8$ e sempre que multiplicarmos o expoente 3 com um expoente n , o número será 8^n e sempre que subtraímos 1 de uma potência do número 8, temos um número divisível por 7 como resultado.

c) Mostre que se o quadrado de um número inteiro n for par, então n também será par.

$$n^2 = n \times n$$

n^2 é múltiplo de n

n^2 é múltiplo de 2

É obviamente verdade porque um fator primo de todos os números pares é 2. Portanto, os fatores primos de todos os quadrados pares incluem dois, portanto, o quadrado deve ser par.

d) Demonstre que $\sqrt{2}$ não é um número racional.

Se possível, deixe $\sqrt{2}$ seja um número racional e sua forma mais simples seja a/b então, a e b são inteiros sem nenhum fator comum, exceto 1 e $b \neq 0$.

Agora, $\sqrt{2} = a/b \Rightarrow 2 = b^2/a^2$ (Na quadratura de ambos os lados)

ou, $2b^2 = a^2$ (eu)

$\Rightarrow 2$ divide a^2 (2 divide $2b^2$)

$\Rightarrow 2$ divide a

Deixar $a=2c$ para algum inteiro c

Colocando $a=2c$ em (i), nós temos

ou, $2b^2=4c^2 \Rightarrow b^2=2c^2$

$\Rightarrow 2$ divide b^2 (2 divide $2c^2$)

$\Rightarrow 2$ divide b

Desse modo 2 é um fator comum de a e b

Isso contradiz o fato de que a e b não tem nenhum fator comum diferente de 1.

A contradição surge ao assumir $\sqrt{2}$ é um racional.

Por isso, $\sqrt{2}$ é irracional.

2) Se X e Y são dois conjuntos não vazios, então $(X - Y) \cup (X \cap Y)$ é igual a:

a) Y b) X c) \emptyset d) $X \cup Y$ e) $X \cap Y$

$X - Y$ são os elementos que pertencem ao x e que não pertencem ao y ;

$x \cap y$ são os elementos comuns entre os dois;

Fazendo a união de elementos que pertencem ao x (exclusivamente) com os elementos comuns do x e do y temos o conjunto x , logo a resposta é o conjunto x .

Resposta Letra B

3) Suponha os conjuntos A , B e C . Prove que:

a) Distributividade do produto cartesiano sobre a união.

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ Multiplica-se o A pelos elementos dentro do parênteses, antes de resolver o que há dentro dos mesmos. (Distributiva)

b) Distributividade do produto cartesiano sobre a intersecção.

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ Multiplica-se o A pelos elementos dentro do parênteses, antes de resolver o que há dentro dos mesmos. (Distributiva)

4) Prove por absurdo que $A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \wedge B = \emptyset$.

Se $A = \emptyset \wedge B = \{1,2,3,4\}$, o conjunto $A \cup B$ será formado por $\{\emptyset,1,2,3,4\}$, então é impossível que $A \cup B = \emptyset$ se A ou B tenham elementos.

5) Analise com F(falso) ou V(verdadeiro) em cada uma das sentenças abaixo:

a.(V) Se $\{5,7\} \subset A$ e $A \subset \{5,6,7,8\}$, então existem 4 possibilidades para os conjuntos A .

Na primeira afirmação, chamemos de o conjunto $\{5,7\}$ de B e o conjunto $\{5,6,7,8\}$ de C . Lembrando que B está contido em A , então A "pode" ser igual a B ; A está contido em C , logo A pode ser igual a C . Então, o menor número de elementos de A é 2 e o maior é 4.

Os possíveis conjuntos de A $\{5;7\};\{5;6;7\};\{5;7;8\}$ e $\{5;6;7;8\}$. Logo a primeira é verdadeira.

b.(V) Supondo A e B conjuntos quaisquer, então sempre temos $(A \cap \emptyset) \cup (B \cup \emptyset) = A \cup B$.

Na segunda afirmação, veja que ela diz que A e B são conjuntos quaisquer, logo podemos considerar que A e B são conjuntos não vazios e que A é diferente de B. Veja que $B \cup \emptyset = B$ e que $A \cap \emptyset = \emptyset$, logo teremos $\emptyset \cup B \neq A \cup B$. Logo, nem sempre a segunda afirmação é verdadeira.

c. (F) $\emptyset \subset (A \cap B)$, para quaisquer conjuntos A e B

d. (V) Se p e q tem valor lógico verdadeiro e r tem valor lógico falso, então podemos concluir que a proposição $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ tem valor lógico falso.

e. (V) A contrapositiva da proposição $p \Rightarrow q$ é $\sim q \Rightarrow \sim p$.