

DESCARGA DE UNA BATERÍA

Autores: Lisseth Tatiana Quilindo Patiño, José Daniel Pineda Vásquez, Iván

Darío Ruiz Bernal, Samuel Alejandro Castro Ramírez.

Introducción

Las baterías de ion-litio son una de las tecnologías más utilizadas en el almacenamiento de energía, especialmente en aplicaciones donde la eficiencia y durabilidad son fundamentales, como en motores y vehículos eléctricos (Santhanagopalan et al., 2006; Diab et al., 2017). Estas baterías se caracterizan por su alta densidad energética, bajo peso y buena capacidad de respuesta a diferentes condiciones de carga y descarga.

Comprender el proceso de descarga de estas baterías cuando están conectadas a motores es clave para mejorar su rendimiento y prolongar su vida útil (Kaj & Konané, 2016). Esto es especialmente relevante en sistemas eléctricos donde la autonomía y la eficiencia energética dependen directamente del comportamiento de la batería.

Los modelos matemáticos permiten representar el comportamiento dinámico de las baterías mediante ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs), proporcionando una base sólida para analizar y predecir el estado de carga (SOC) (Diab et al., 2017; Nteutse et al., 2024). Estos modelos pueden incorporar fenómenos como la resistencia interna, la temperatura, la eficiencia de conversión energética y la variabilidad estocástica del sistema (Kaj & Konané, 2016; Mancebo Durán, 2015).

En este trabajo, se analizarán diferentes modelos existentes y se seleccionará la ecuación diferencial más adecuada para modelar la descarga de una batería conectada a un motor eléctrico. Además, se implementará una simulación numérica para validar el modelo propuesto y compararlo con datos experimentales.

Estado del arte

Diferentes estudios han modelado la descarga de baterías usando enfoques electroquímicos, modelos estocásticos y circuitos equivalentes. Diab et al. (2017) expone un método fundamentado en el filtro de Kalman extendido para calcular en tiempo real el estado de carga (SOC) y otros parámetros esenciales (ver ecuación 1). Los resultados de las simulaciones utilizando el modelo sugerido se compararon con datos experimentales en diversos escenarios operativos, demostrando una gran exactitud en la detección de parámetros, aunque con fallos mínimos en niveles de SOC bajos. Se detectaron problemas en la estimación al comienzo y término del ciclo de descarga, donde se detectaron los errores de mayor relevancia.

$$\frac{dy}{dt} SOC = \eta \cdot \frac{I_{bat} - I_o}{Q} \quad (1)$$

Por otro lado, en Nteutse et al. (2024) se muestra un modelo matemático que explica la dinámica de descarga de las baterías (ver ecuación 2 y 3), considerando la ecuación del equilibrio energético y elementos como eficiencia y pérdidas. Un estudio de caso en una batería de 12V muestra el efecto de diversas tasas de descarga en la batería, señalando la relevancia de balancear la velocidad de carga con la durabilidad de la batería. Finalmente, se deduce que elementos extra como la temperatura y la resistencia interna de la batería deben tenerse en cuenta para incrementar la exactitud del modelo.

$$\alpha_2 = \frac{\beta_{dis} \gamma_2 B}{\beta_{dis} V_n + U_{dis}} \quad (2)$$

$$V_n = \frac{k}{C_o} \quad (3)$$

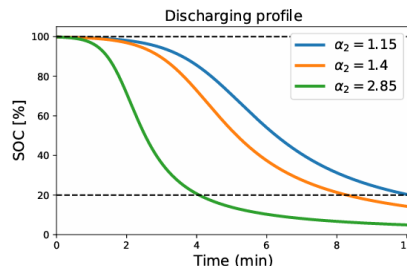


Figura 1 Tasas de descarga de una batería. Nteutse, P.K.; Mugenga, I.R.; Geletu, A.; Li, P.

No obstante, Kaj y Konané (2016) introdujeron una aproximación basada en modelos cinéticos y estocásticos para describir el proceso de descarga, permitiendo capturar fenómenos de variabilidad en la descarga que los modelos deterministas no consideran, como lo es la temperatura y la resistencia interna de la batería (ver ecuación 4 y 5). Esta información es clave para entender las fluctuaciones en el desempeño de la batería en un motor.

$$E(t) = E_0 - \Lambda'(t)r + K_e \ln(\hat{u}(t)) \quad (4)$$

$$K_e = \frac{RT_a}{zF} \quad (5)$$

Planteamiento de la propuesta.

Este proyecto propone la aplicación de un modelo basado en la ecuación diferencial:

$$E(t) = E_0 - \Lambda'(t)r + K_e \ln(\hat{u}(t)), K_e = \frac{RT_a}{zF} \quad (6)$$

Donde:

E_0 = Voltaje inicial de la batería.

$\Lambda'(t)$ = Tasa de consumo de la batería en el tiempo t.

r = Resistencia interna de la batería.

K_e = Variable que depende de la temperatura T_a y las constantes R (gases ideales), z (electrones de valencia) y F (constante de Faraday).

$\hat{u}(t)$ = Estado de carga almacenada de la batería en el tiempo t.

Para estimar la descarga de la batería bajo diferentes aplicaciones. Se realizará

una simulación numérica para integrar la ecuación y evaluar la precisión del modelo propuesto. Además, se considerarán distintos fenómenos para determinar su eficiencia.

Objetivos.

General: Modelar la descarga de una batería de ion-litio conectada a un motor eléctrico utilizando EDO's.

Específicos:

- Implementar la ecuación diferencial en un entorno de simulación.
- Evaluar la influencia de la corriente de descarga en el SOC.
- Comparar los resultados de la simulación con datos experimentales disponibles.
- Analizar cómo los distintos modelos matemáticos afectan la predicción del tiempo de descarga.
- Integrar modelos estocásticos y numéricos en la simulación para mejorar la predicción.

Justificación.

El modelo de la descarga de baterías permite mejorar el diseño de sistemas energéticos eficientes, optimizando la durabilidad y autonomía de dispositivos eléctricos.

Este proyecto contribuirá a la comprensión y aplicación de modelos matemáticos en sistemas energéticos, integrando diversos enfoques teóricos para proporcionar una herramienta más precisa y versátil para el análisis y predicción del rendimiento de baterías bajo diversas condiciones de operación.

Resultados.

Para calcular la descarga de la batería en diferentes aplicaciones. Se llevó a cabo

una planificación experimental utilizando el simulador “TinkerCAD”, que facilitó la creación de diversos escenarios prácticos de descarga, tal como se ilustra en la figura 2. Dos prototipos fueron desarrollados: uno que utilizaba un motor DC como carga principal, y otro que utilizaba un conjunto de LEDs.

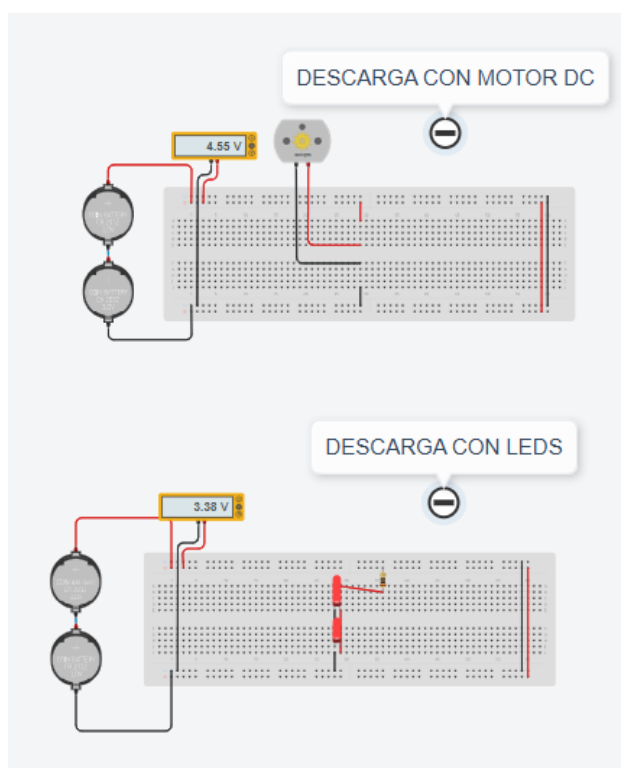


Figura 2. Simulación en TinkerCAD.

Una vez finalizada la simulación, se llevó a cabo el montaje de los materiales presentados en la figura 3. Se recolectaron muestras periódicas durante 10 minutos. Tras 22 minutos del experimento, las cargas conectadas experimentaron un sobrecalentamiento, lo que provocó que los datos reales no pudieran continuar considerándose. Para efectuar una comparación con el planteamiento de la propuesta, se consideró la siguiente situación: “Para modelar la descarga bajo condiciones de corriente constante, se considera que la batería se vacía a una tasa fija λ , lo cual implica que $\Lambda(t)=\lambda t$ y $\Lambda'(t)=\lambda$, es decir, la derivada de la carga extraída es constante.” (Kaj & Konané, 2016)

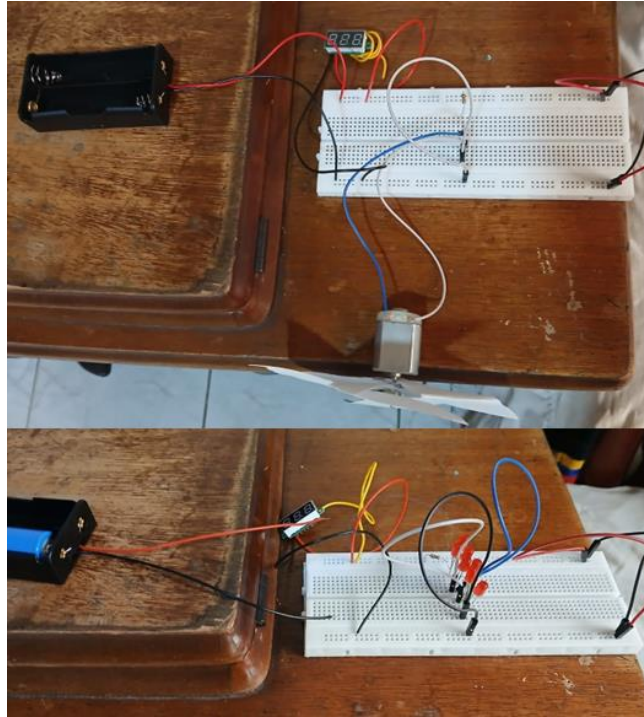


Figura 3. Montaje de los Materiales.

A medida que se recolectaban los datos reales, para el **planteamiento de la propuesta** se creó un "notebook" de Python, el cual se programó de la siguiente forma.

```
# Physical parameters
E0 = 7.4                # Initial voltage of the two batteries in series (V)
r = 0.05 + 10           # Internal resistance (Ohm) + LED resistance (Ohm)
T = 292.15              # Temperature (K)
R = 8.314                # Gas constant (J/mol-K)
F = 96485                # Faraday's constant (C/mol)
z = 1                   # Number of electrons (lithium)
Ke = (R * T) / (z * F)  # Thermal-electrochemical constant
```

```
# Discharge parameters
N = 4.8                 # Rated capacity (Ah)
lambda_ = 7 * 0.02      # Discharge current of the 7 LEDs (A)
t_max = N / lambda_      # Theoretical maximum time
t = np.linspace(0, t_max, 100)
```

Figura 4 y 5. parámetros físicos y descarga del fabricante de la batería de litio.

En las dos figuras previas se establece los parámetros con los cuales el programa trabajara para la modelación de la EDO.

```
# 1. Classic Nernst model
u_t = N - lambda_ * t
u_t_line = u_t / N
E_t = E0 - lambda_ * r + Ke * np.log(u_t_line)
```

Figura 6. Aplicación del planteamiento de la propuesta (modelo).

```
# 3. Comparative graphs Model's - Actual Data
plt.figure()
plt.plot(t, E_t, label="Classic Nernst")
plt.scatter(real_time, real_voltage, label="Actual Data", color='red')
plt.axhline(y=1.5, color='gray', linestyle='--', label='Minimum Voltage')
plt.title("Comparison: Model vs. Actual Data")
plt.xlabel("Time (hours)")
plt.ylabel("Voltage (V)")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

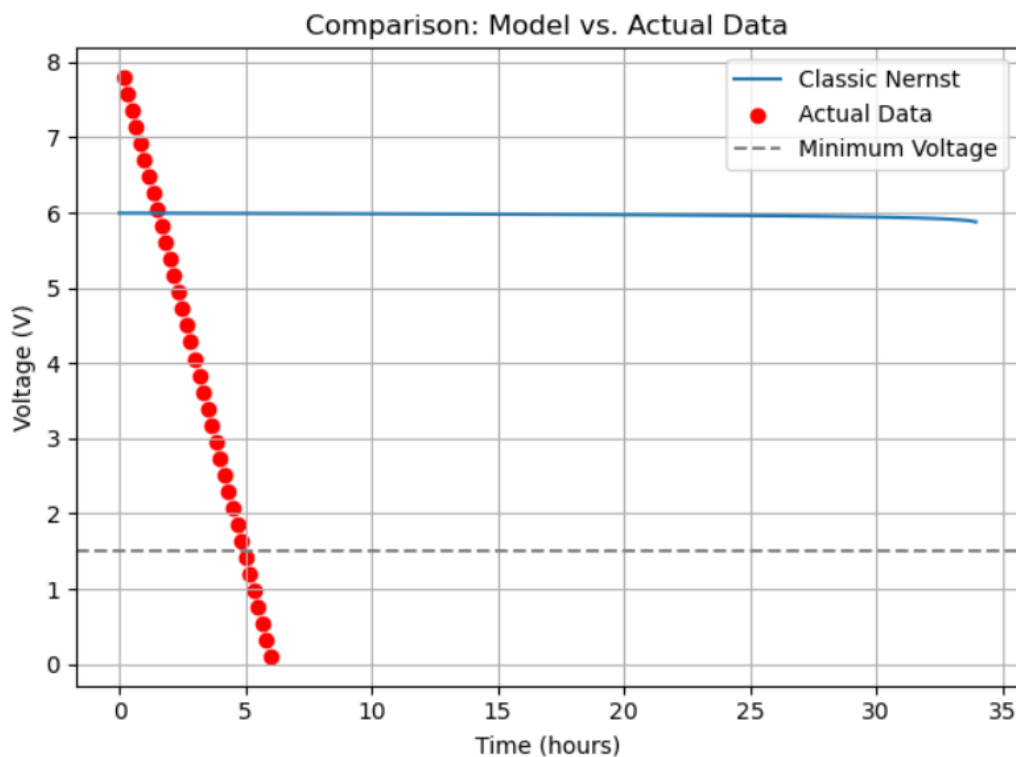


Figura 7 y 8. Comparación del modelo con los datos reales.

En las dos figuras previas se contrastan los datos reales con los datos estimados en el modelo, lo que permite observar una diferencia significativa de 29h. Esto ocurre porque al comparar los datos, el modelo no considera los sobrecalentamientos que experimentó la carga en un comportamiento real, por lo que el modelo adopta una conducta "ideal".

Posibles mejoras y trabajo futuro

A partir de los resultados obtenidos en el proceso de montaje y simulación, se identifican varias oportunidades para mejorar la precisión y aplicabilidad del modelo de descarga de baterías:

1. Simulación bajo distintas condiciones ambientales. Evaluar el modelo bajo diferentes condiciones de temperatura ambiente, humedad o ciclos de carga-descarga permitiría comprobar su robustez y ajustarlo para aplicaciones más amplias, como en vehículos eléctricos o dispositivos portátiles.
2. Utilizar resistencias con mayor capacidad de disipación térmica (mayor potencia en watts) para evitar sobrecalentamientos. Integrar una función dependiente de la temperatura en la ecuación diferencial usada para modelar la descarga, ya que este factor afecta directamente la resistencia interna y la eficiencia energética.

Conclusiones

De este planteamiento y resultados se puede concluir que:

1. Durante el desarrollo del proyecto se presentaron limitaciones prácticas que afectaron el rendimiento de la simulación, siendo la más crítica el sobrecalentamiento de las resistencias después de 22 minutos de operación. Este evento evidenció la necesidad de realizar ajustes tanto en el diseño experimental como en el modelo teórico para asegurar condiciones de operación más realistas y seguras.
2. Se identificó que el proceso de descarga de una batería no depende únicamente del tipo de carga conectada (por ejemplo, un motor o un LED), sino también del nivel de carga que tenga la batería en cada momento (estado de carga o SOC). A medida que la batería se descarga, su capacidad para entregar energía disminuye, lo que afecta la velocidad de descarga y el rendimiento general del sistema.

3. Otro factor crítico es la temperatura generada durante el proceso. El sobrecalentamiento de la batería o del sistema puede alterar su resistencia interna y modificar la eficiencia con la que se entrega energía, lo cual no fue contemplado por el modelo teórico inicial.
4. El uso del simulador Tinkercad fue clave para visualizar diferentes escenarios de descarga de la batería sin necesidad de implementar directamente todos los casos en físico. Esto permitió validar rápidamente los conceptos y ajustar los parámetros del modelo antes de la fase experimental real.
5. La implementación del modelo mediante ecuaciones diferenciales y su simulación con Python facilitó el análisis matemático del comportamiento de la batería, demostrando la utilidad del modelado computacional para resolver problemas reales en ingeniería de sistemas.
6. Finalmente, el trabajo permitió integrar conocimientos de física, electrónica y programación, fortaleciendo competencias clave para el desarrollo de soluciones interdisciplinarias basadas en simulación, análisis de datos y diseño de sistemas.

Referencias

- Diab, Y., Auger, F., Schaeffer, E., & Wahbeh, M. (2017). Estimating lithium-ion battery state of charge and parameters using a continuous-discrete extended Kalman filter. *Energies*, 10(1075).
- Nteutse, P.K.; Mugenga, I.R.; Geletu, A.; Li, P. (2024). Novel Ordinary Differential Equation for State-of-Charge Simulation of Rechargeable Lithium-Ion Battery. *Appl. Sci*, 14, 5284. <https://doi.org/10.3390/app14125284>
- Kaj, I., & Konané, V. (2016). Modeling battery cells under discharge using kinetic and stochastic battery models. *Applied Mathematical Modelling*, 40(7901–7915).

Mancebo Durán, C. (2015). *Control de motores eléctricos con baterías electroquímicas* [Proyecto Fin de Carrera]. Universidad Carlos III de Madrid.

Santhanagopalan, S., Guo, Q., Ramadass, P., & White, R.E. (2006). Review of models for predicting the cycling performance of lithium-ion batteries. *Journal of Power Sources*, 156(2), 620–628. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2005.05.070>