



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

Факультет космических исследований

Курсовая работа
Моделирование радиоизлучения от сверхновых и их остатков

Выполнил студент 3 курса специалитета Заворохин Илья Владимирович
Научный руководитель: к. ф-м. н. Бакланов Петр Валерьевич

Москва, 2024

Содержание

1	Введение	2
2	Сверхновые	2
2.1	Стадия 1. Свободный разлет	2
2.2	Стадия 2. Адиабатическое расширение	2
2.3	Стадия 3. Стадия снегоочистителя (англ. "snow-plow")	3
3	Ударные волны	4
3.1	Основные уравнения	4
3.2	Задача Римана о распаде произвольного разрыва	4
3.3	Задача Седова	6
4	Механизмы радиоизлучения	6
4.1	Синхротронное излучение	6

1 Введение

Исследование сверхновых оказывает огромное влияние на развитие представлений ученых о фундаментальных явлениях происходящих в звездах, о происхождении тяжелых элементов, а также для исследования динамики эволюции всей Вселенной. Наблюдения сверхновых с Земли начались еще за несколько тысячелетий до нашей эры, но существенные продвижения начались в начале 20 века, с развитием радиоастрономических наблюдений.

В данной работе ставится целью знакомство с процессами происходящими во время взрыва сверхновых, в частности более глубокое знакомство с явлением ударных волн, посредством написания программной реализации аналитического решения для известной задачи Римана о распаде произвольного разрыва в ударной трубке. Также в работе перечисляются основные механизмы возникновения радиоизлучения в космосе, с подробным описанием синхротронного, как основного реализуемого в остатке сверхновой, находящимся на поздней стадии разлета (пройденное время с момента взрыва порядка 100-1000 дней) и значительно взаимодействующем с межзвездным веществом.

2 Сверхновые

Сверхновая является заключительной стадией жизни некоторых звёзд.[1] В зависимости от внутреннего состава звезды вспышка может осуществляться разными механизмами и давать при этом разную картину на получаемых данных (кривых блеска). Выделяют 2 основных типа сверхновых: I и II. К I типу относят сверхновые, спектры которых не содержат линий водорода, ко II типу, наоборот, содержащие такие линии. Сверхновые I типа делят на 3 подтипа: Ia(есть кремний), Ib(есть гелий), Ic(нет гелия), а у II типа выделяют: 1) по спектру: IIb, IIc; 2)по кривой блеска(наличие плато): IIP и IIL. Сверхновые Ia существенно отличаются от всех остальных: считается что к нему приводит термоядерный взрыв, а ко всем остальным коллапс ядра массивной звезды.

Сброшенная при вспышке сверхновой оболочка расширяется со сверхзвуковой скоростью в межзвездную среду и образует ударную волну. Различают несколько стадий взаимодействия оболочки с окружающей средой([2]): свободный разлет, адиабатическое расширение, стадия снегоочистителя. Далее идет более подробное описание каждой из них.

2.1 Стадия 1. Свободный разлет

На этой стадии оболочка движется по инерции так, как если бы внешней среды не было вообще. $R(t) \propto t$ Излучение оболочки не играет роли в ее динамике. Стадия заканчивается при сгребании массы окружающего вещества, равной массе расширяющейся оболочки $M_0 = 4\pi/3\rho_0 R^3$. Для $\rho_0 = 210^{-24}$ г/см³ и $M_0 = 1M_\odot$ этот момент наступает при $R \approx 2$ пк, примерно через 100 лет после начала расширения.

2.2 Стадия 2. Адиабатическое расширение

Радиационные процессы по-прежнему динамически неважны (отсюда название - адиабатическая стадия), так как температура газа за фронтом ударной волны очень высокая. Кинетическая энергия оболочки расходуется на нагрев газа за фронтом сильной ударной волны и на ускорение сгребенного межзвездного газа. Когда масса сгребенного газа много больше M_0 , движение оболочки довольно точно описывается автомодельным решением Л.И. Седова для сильного взрыва в среде. Можно получить зависимость поведения радиуса оболочки от времени из простых физических соображений.

Пусть тепловая энергия газа, находящаяся в равновесии с кинетической, составляет долю K_1

от полной энергии E , а давление непосредственно за фронтом УВ p_2 в K_2 раз больше среднего давления внутри оболочки. Для идеального газа с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$, среднее давление равно $p = (\gamma - 1)\epsilon = 2/3\epsilon$, ϵ -средняя плотность тепловой энергии, что даёт

$$p_2 = K_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3K_1 E}{4\pi R_s^3} = \frac{K E}{2\pi R_s^3},$$

где $K = K_1 K_2$

Но в случае сильных ударных волн справедливо соотношение

$$p_2 = \frac{2\rho_1 u_1^2}{\gamma + 1}$$

между давлением сразу за фронтом p_2 , плотностью ρ_1 и скоростью втекания невозмущенного газа в УВ u_1 . Комбинирую эти уравнения и учитывая, что $u_1 = dR_s/dt$, получаем

$$u_1^2 = \left(\frac{dR_s}{dt} \right)^2 = \frac{2KE}{3\pi\rho_1 R_s^3}$$

Точный динамический расчет дает для $\gamma = 5/3$ $K_1 = 0.72$, $K_2 = 2.13$, следовательно, $K = 1.53$ Интегрируя последнее уравнение, получаем

$$R_s(t) = \left(\frac{2.02E}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{5}} \cdot t^{\frac{2}{5}} = \frac{0.26t^{\frac{2}{5}}}{n_1^{\frac{1}{5}}} \text{ пк}$$

, где n_1 - концентрация атомов в невозмущенной межзвездной среде, время t выражено в годах, а численные коэффициенты получены при $E = 4 \cdot 10^{50}$ эрг и $\rho_1 = 1.26 m_H n_1$ Поскольку температура за фронтом сильной ударной волны для идеального газа с $\gamma = 5/3$

$$T_s = \frac{3\mu}{16k_B} u_1^2 = 1.8 \cdot 10^5 \left(\frac{R}{t} \right)^2 \text{ кэВ},$$

где k_B -постоянная Больцмана, μ -молекулярный вес, подставляя в это выражение полученные выше соотношения, получаем, что температура падает со временем, как $T \propto R_s^{-3} \propto t^{-\frac{6}{5}}$, начиная с некоторого момента времени (радиуса оболочки) становятся важными процессы радиоактивного охлаждения УВ и адиабатическое приближение нарушается. В конце стадии свободного разлета возникает обратная ударная волна, распространяющаяся внутрь оболочки(в системе координат, связанной с фронтом УВ), но движущаяся наружу в лабораторной системе (т.е газ втекает в обратную ударную волну изнутри оболочки).

2.3 Стадия 3. Стадия снегоочистителя (англ. "snow-plow")

Наступает после катастрофического охлаждения газа оболочки, когда температура падает ниже $\approx 6 \times 10^5$ К и плазма начинает интенсивно высвечивать запасенную тепловую энергию. УВ при этом становится изотермической ($\gamma = 1$). Оболочка становится тонкой и холодной, поскольку скорость газа, прошедшего через ударную волну, меньше скорости движения фронта по среде и газ, поджимаемый давлением оболочки изнутри, долго остается вблизи фронта УВ. Переход к этому режиму происходит при радиусе оболочки

$$R_c = 24 \left(\frac{E \cdot 10^{-51} \text{ эрг/с}}{n_0} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ пк}$$

Движение УВ поддерживается за счет запасенного в оболочке импульса ($M(dR_s/dt) = \text{const}$, $M = 4\pi/3\rho_1 R_s^3$. В этом режиме расширение оболочки замедляется, т.к из сохранения импульса следует $dR_s/dt \propto 1/R_s^3$ (а не $R_s^{-3/2}$ как в случае адиабатического разлета).

3 Ударные волны

Сильные скачки уплотнения идущие от центра звезды являются основной причиной взрывов сверхновых. На стадии адиабатического расширения остатка при нагревании им межзвездного газа массой, существенной превышающей массу самого остатка, его движение очень точно описывается автомодельным решением задачи Седова для сильного взрыва в среде([3]).

3.1 Основные уравнения

Выпишем систему уравнений газодинамики, определяющих изменение свойств газа: плотность, скорость и давление [4]. Ее составляют уравнения для законов сохранения массы, импульса и энергии соответственно.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(E + \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u} (w + \frac{\mathbf{u}^2}{2})) = 0 \quad (3)$$

Помимо этого выполнено уравнение состояния:

$$p = p(\rho, e) \quad (4)$$

а также уравнение выражающее закон сохранения энтропии:

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) s = 0 \quad (5)$$

3.2 Задача Римана о распаде произвольного разрыва

Рассматривается одномерная задача с двумя областями с различными идеальными газами, разделённых жесткой перегородкой. Начальные условия у газов различны, слева от перегородки p_1, u_1, ρ_1 ; справа - p_2, u_2, ρ_2 . В момент $t = 0$ перегородка исчезает ([4; 5]).

В этом случае исходная система дифференциальных уравнений (1-3) преобразуется в систему нелинейных алгебраических уравнений. В нее не входят параметры с размерностями длины и времени, поэтому решение задачи является автомодельным, т.е. такое, что переменные x и t входят в него лишь в комбинации x/t . В зависимости от начальных условий образуется та или иная конфигурация устойчивых разрывов и непрерывных газодинамических течений (см. рис. 1). Возможные решения содержат веер волн разрежения (ВР), контактный разрыв (КР) и ударную волну (УВ), разделяющие область течения на четыре подобласти с постоянными значениями параметров. В конфигурации А возникает ударная волна, контактный разрыв и веер волн разрежения, в конфигурации В – две ударные волны и контактный разрыв, в конфигурации С – две волны разрежения и контактный разрыв. Условно волны называют левой и правой волной (в неподвижной системе координат они могут двигаться в одну сторону). В случае ударной волны речь идет о движущемся фронте разрыва, по обе стороны которого параметры газа полагаются постоянными (своими для каждой из сторон) и связанными определенными соотношениями. В случае волны разрежения имеется область переменного течения, в которой параметры газа остаются постоянными вдоль прямолинейных лучей, играющих роль характеристик системы уравнений, а значения параметров зависят от наклона в веере характеристик, описывающем волну разрежения. Волна разрежения граничит с областями постоянного течения, подобным тем, которые имеют место для ударной волны.

В данной работе в качестве теста используется задача Сода, начальные условия которой приводят к конфигурации А: ударная волна(справа), контактный разрыв, волна разрежения(слева).

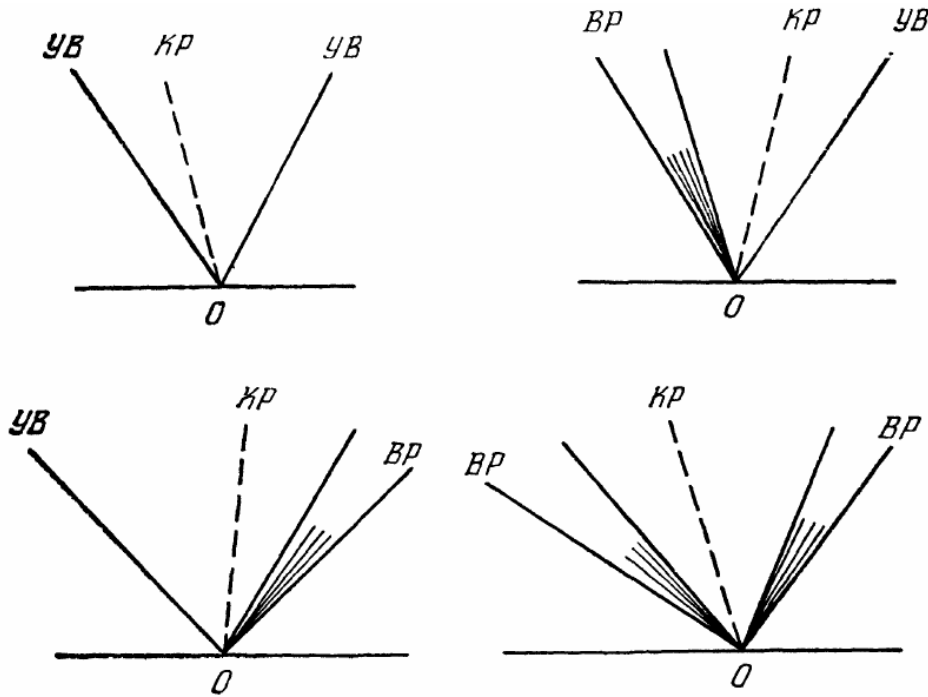


Рис. 1: Возможные конфигурации системы.

Для обоих газов выполнено уравнение состояния идеального газа: $pV = \nu RT$, а также уравнение для энтропии идеального газа: $S = C_v \log(p/\rho^\gamma) + const$, показатель адиабаты обоих газов $\gamma = 1.4$. Решение состоит из соотношений на трех волнах: ударной волне, контактном разрыве и волне разрежения.

Для ударной волны.

Соотношения Ранкина-Гюгонио выраженные через число Маха ($M = D/c_1$) выглядят следующим образом:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (6)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M^2}{(\gamma-1)M^2 + 2} \quad (7)$$

$$\frac{u_2}{c_1} = \frac{2}{\gamma+1} \left(M - \frac{1}{M} \right) \quad (8)$$

Параметры p_2, ρ_2, u_2 - за фронтом ударной волны, p_1, ρ_1 - перед фронтом, c_1 - скорость звука в среде перед фронтом, D - скорость ударной волны. Формула адиабаты Ранкина-Гюгонио:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2(\gamma+1) - \rho_1(\gamma-1)}{\rho_1(\gamma+1) - \rho_2(\gamma-1)}$$

На рис.2 представлены графики параметров газа(p, ρ, u, S, T) в начальный момент времени ($t = 0$) и момент $t = 0.2$.

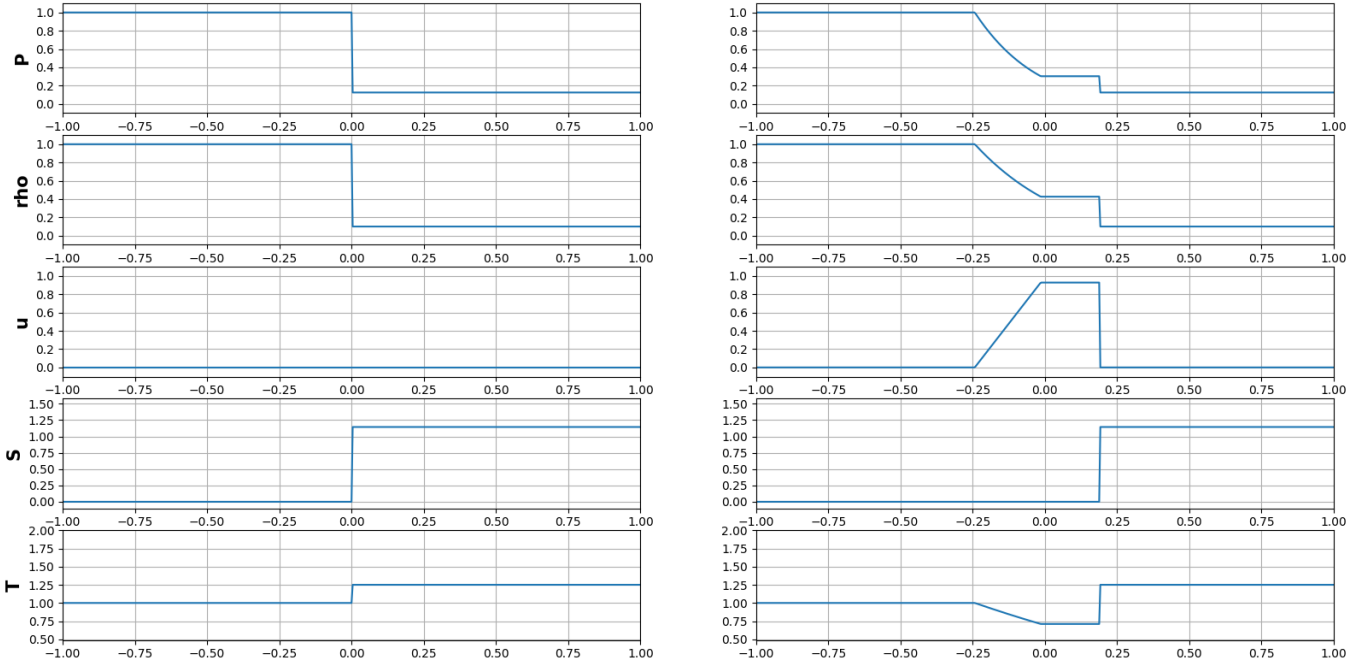


Рис. 2: Параметры газа в начальный момент $t = 0$ (слева) и в момент $t = 0.2$ (справа)

3.3 Задача Седова

В задаче Седова или задаче о сильном точечном взрыве рассматривается распространение ударной волны большой мощности, возникшей в результате сильного взрыва (мгновенное выделение большого количества энергии в некотором объеме).

4 Механизмы радиоизлучения

В данной работе основным рассматриваемым диапазоном электромагнитных волн является радиодиапазон. К нему относятся ЭМ волны с длиной волны λ более 1мм (или частотами до 220 ГГц). Радиоизлучение в космическом пространстве может появляться по разным причинам. К механизмам его возникновения относятся: тепловое радиоизлучение, реликтовое излучение, магнитотормозное (циклотронное и синхротронное) радиоизлучение, радиоизлучение плазмы, рекомбинационное (линейчатое) радиоизлучение, мазерное излучение молекул. В остатках сверхновых осуществляются лишь некоторые из них. [6]

4.1 Синхротронное излучение

Основным механизмом возникновения радиоизлучения в остатках сверхновых является синхротронное излучение. Оно имеет магнитотормозную природу, но отличается от циклотронного тем, что частицы здесь являются релятивистскими, соответственно их энергии много больше. Для описания движения таких частиц используются законы теории относительности. Далее приводятся некоторые основные формулы и характеристики, описывающие данный тип излучения. Для частиц движущихся со скоростями v близкими к скорости света с энергия задается формулой:

$$E = m_0 c^2 \cdot \gamma,$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ - фактор Лоренца, m_0 -масса неподвижной частицы. Также при движении тела его размер в направлении движения сокращается в γ раз и во столько же раз замедляется ход

времени в нем. Как и в случае циклотронного излучения электрон в магнитном поле движется по окружности или по спирали. Но теперь его труднее "закручивать" ведь масса электрона увеличилась в $(E/0.51)$ раз, следовательно во столько же раз увеличится и радиус окружности, описываемой электроном, и во столько же раз будет меньше частота его обращения. Для релятивистского электрона:

$$\tilde{f}_H = 18 \frac{H_{\perp}}{E} \text{ [кГц]},$$

здесь $H_{\perp} = H \cos \theta$ - компонента магнитного поля, перпендикулярная скорости электрона. Таким образом, основная частота обращения релятивистского электрона мала; поэтому велика длина волны и "основного тона" его радиоизлучения. Но релятивистский электрон значительно больше энергии излучает на высоких обертонах (гармониках). Дело здесь в следующем. Неподвижный электрон создает вокруг себя электрическое поле, одинаковое по всем направлениям, а если он движется с ускорением, но медленно, то вместе с ним движется и это сферически симметричное поле. Поэтому медленный электрон излучает более или менее одинаково во всех направлениях. Если же электрон движется очень быстро, то его электрическое поле как бы сплющивается в направлении движения из-за сокращения масштабов. Это означает, что поле особенно сильно меняется в направлении вдоль скорости электрона; отсюда также следует, что релятивистский электрон излучает электромагнитные волны главным образом вперед, по направлению своего движения.

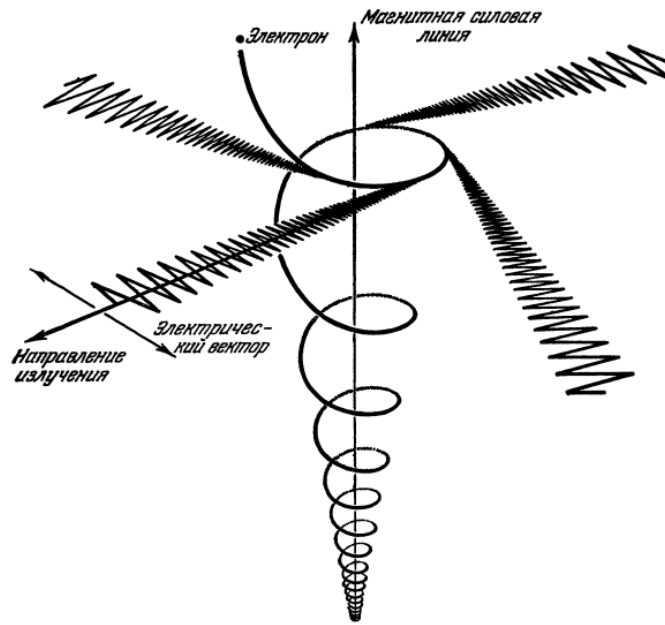


Рис. 3: К объяснению синхротронного механизма радиоизлучения.

Угол раствора конуса, в который излучает релятивистский электрон, по порядку величины (в радианах) равен тому же универсальному отношению $0.51/E$ (МэВ).

Список литературы

1. *Шкловский И.* Звёзды: их рождение, жизнь и смерть. — 1984. — (Цит. на с. 2).
2. *Спитцер Л.* Физические процессы в межзвездной среде. — Москва, МИР, 1981. — (Цит. на с. 2).
3. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. — Издательство "Наука", 1977. — (Цит. на с. 4).
4. *Zeldovich Y. B., Raizer Y. P.* Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena. Т. 2. — Academic Press, 1968. — (Цит. на с. 4).
5. *Булатов П. В., Волков К.* Одномерные задачи газовой динамики и их решение при помощи разностных схем высокой разрешающей способности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2015. — Т. 15, № 4. — С. 731–740. — (Цит. на с. 4).
6. *Каплан С.* Элементарная радиоастрономия. — 1966. — (Цит. на с. 6).