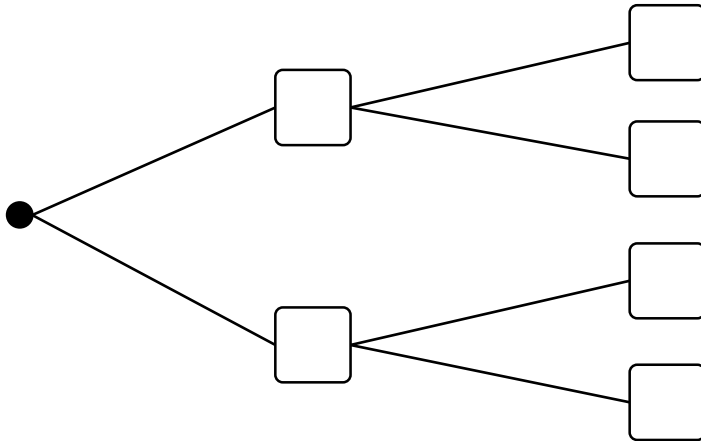


Mehrstufige Zufallsexperimente – Einführung

Zufallsexperimente, die aus mehreren Stufen zusammengesetzt sind, werden **mehrstufig** genannt. Mehrstufige Zufallsexperimente können gut durch **Baumdiagramme** dargestellt werden. In einem Baumdiagramm entspricht ein Pfad genau einem Ergebnis.

Zufallsexperiment 1: Eine ideale Münze wird zweimal geworfen.



Ereignis	Wahrscheinlichkeit
E_1 : Es wird mindestens einmal Kopf geworfen.	
$E_2 = \{KK; ZZ\}$	
$E_3 = \overline{E_1} \cup E_2$	

In Baumdiagrammen gibt es zwei Regeln:

Pfadmultiplikationsregel:

Die Wahrscheinlichkeiten eines zusammengesetzten Ergebnisses ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des entsprechenden Pfades.

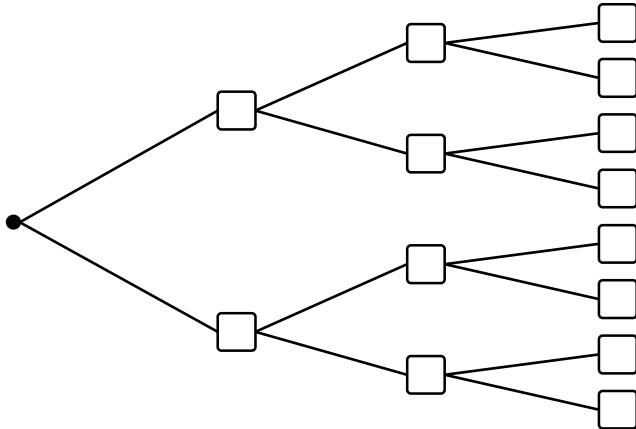
Pfadadditionsregel:

Die Wahrscheinlichkeiten eines Ereignisses ist die Summe der Pfadwahrscheinlichkeiten der Ergebnisse, die zu diesem Ereignis führen.

Aufgabe (für die Zufallsexperimente 2 und 3 auf der nächsten Seite):

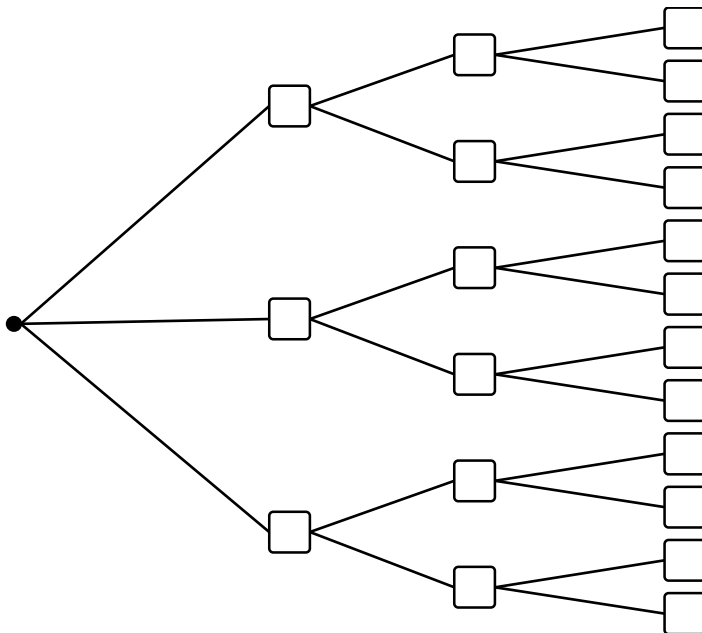
1. Beschriften Sie das Baumdiagramm.
2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse und notieren sie die Resultate hinter den entsprechenden Pfaden. Geben Sie mindestens eine Rechnung an.
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der aufgeführten Ereignisse.

Zufallsexperiment 2: Eine ideale Münze wird dreimal geworfen.



Ereignis	Wahrscheinlichkeit
E_1 : Es wird dreimal das Gleiche geworfen.	
$E_2 = \{ZKK; ZZZ; ZKZ\}$	
$E_3 = E_1 \cap E_2$	

Zufallsexperiment 3: Ein Stein-Schere-Papier Würfel (drei Flächen, Laplace), eine gezinkte Münze ($P(K) = 0,4$, $P(Z) = 0,6$) und eine ideale Münze werden geworfen.



Ereignis	Wahrscheinlichkeit
E_1 : Die ideale Münze zeigt Zahl.	
$E_2 = \{SteinKK; SchereKK; PapierKK; SteinZZ\}$	
$E_3 = E_1 \cup E_2$	

Mehrstufige Zufallsexperimente – Tipps und Tricks

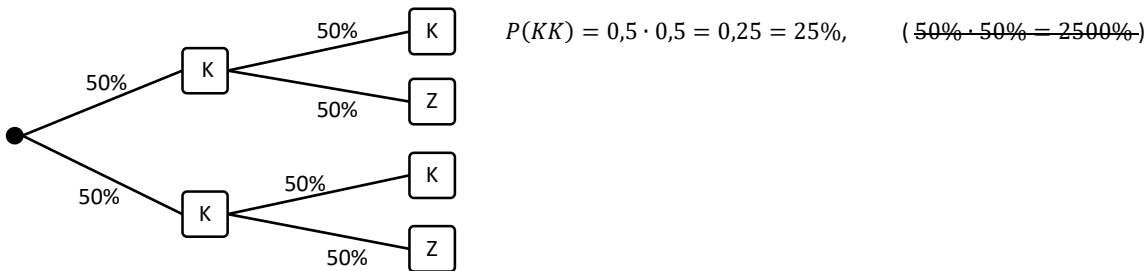
Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist immer 1.

- An jedem Knotenpunkt ist die Summe der abgehenden Wahrscheinlichkeiten 1.
- Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse („Pfade“) ist 1.

Achtung bei Prozentzahlen

Gibt man die Wahrscheinlichkeiten in %-Werten an, muss man Regeln zur Multiplikation von %-Werten beachten. Es ist zu empfehlen, die Wahrscheinlichkeiten in Dezimalzahlen oder Brüche umzuwandeln.

Beispiel: Zweimaliger Münzwurf.

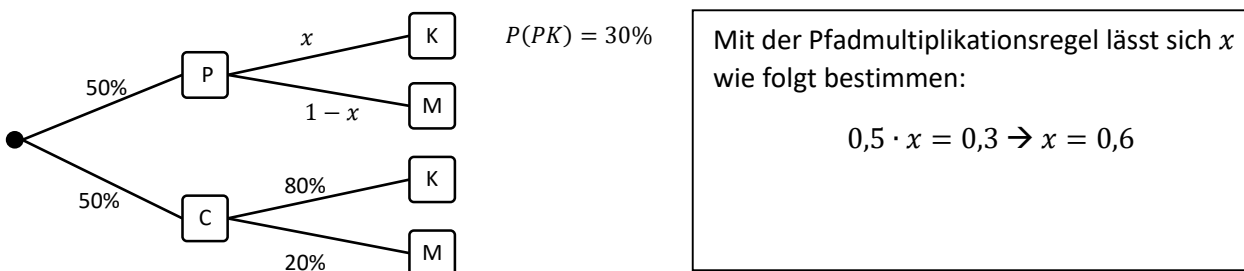


Fehlende Pfadwahrscheinlichkeiten

Fehlen einige Pfadwahrscheinlichkeiten, so lassen sie sich eventuell mit anderen Informationen bestimmen.

Beispiel: Es wird das Essverhalten einer Gruppe Jugendlicher hinsichtlich Pommes (P), Country Potatos (C), Ketchup (K) und Mayonnaise (M) untersucht. Die Hälfte der Jugendlichen isst Country Potatos, diese werden zu 80 % mit Ketchup gegessen. Zudem essen insgesamt 30% der Jugendlichen Pommes mit Ketchup.

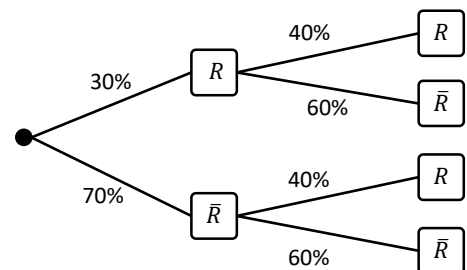
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Jugendlicher Pommes mit Ketchup isst, ist nicht bekannt, sie wird daher mit x bezeichnet.



JA/NEIN Struktur

Manchmal lässt sich die JA/NEIN Struktur eines Zufallsexperiments nicht gut erkennen.

Beispiel: Die Wahrscheinlichkeit, dass es am Samstag regnet beträgt 30%, dass es am Sonntag regnet 40 %. Dies lässt sich als mehrstufiges Zufallsexperiment auffassen, indem die 1. Stufe für das Regenaufkommen am Samstag und die 2. Stufe für das Regenaufkommen am Sonntag betrachtet wird.



Aufgabe 1

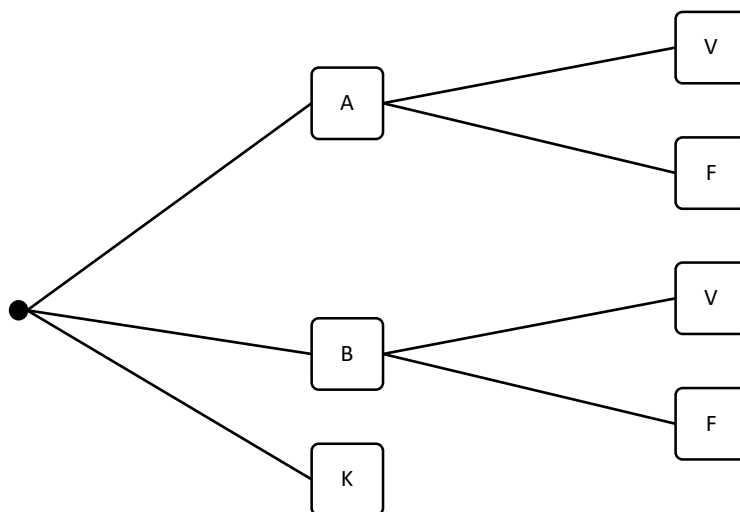
Ein Discounter bietet in der Aktionswoche „Alles rund ums Radeln“ unter anderem auch Fahrrad-Handschuhe in den Größen S, M, und L an. Die Hälfte der Handschuhpaare wird in der Größe M und 20% in der Größe L geliefert. Außerdem gibt es in den beiden kleineren Größen jeweils in gleicher Anzahl die Handschuhe in gefütterter (G) und ungefütterter Variante (\bar{G}). 80% der Handschuhe in Größe L sind gefütterter.

- Erstellen Sie zu diesem Sachverhalt ein vollständiges Baumdiagramm.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Handschuh gefütterter ist.
- Beschreiben Sie das Ereignis $A = \{MG, L\bar{G}\}$ in Worten und berechnen Sie seine Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 2

Was halten Jugendliche von E-Scootern? Zu dieser Frage wurde eine Umfrage durchgeführt. 12% der Befragten leihen sich einen E-Scooter zum Vergnügen aus. 8% leihen sich den E-Scooter ebenfalls aus, aber vorrangig als umweltfreundliches Fortbewegungsmittel. 7% der Befragten sind im Besitz eines E-Scooters und nutzen ihn vorrangig als umweltfreundliches Fortbewegungsmittel. Nur 3% der Befragten sind Eigentümer eines solchen Tretrollers und nutzen ihn in der Regel zum Vergnügen.

- Vervollständigen Sie das Baumdiagramm indem Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten bestimmen.
A: Ausleihe, B: Besitz, K: keine Erfahrung, V: Vergnügen, F: umweltfreundliches Fortbewegungsmittel

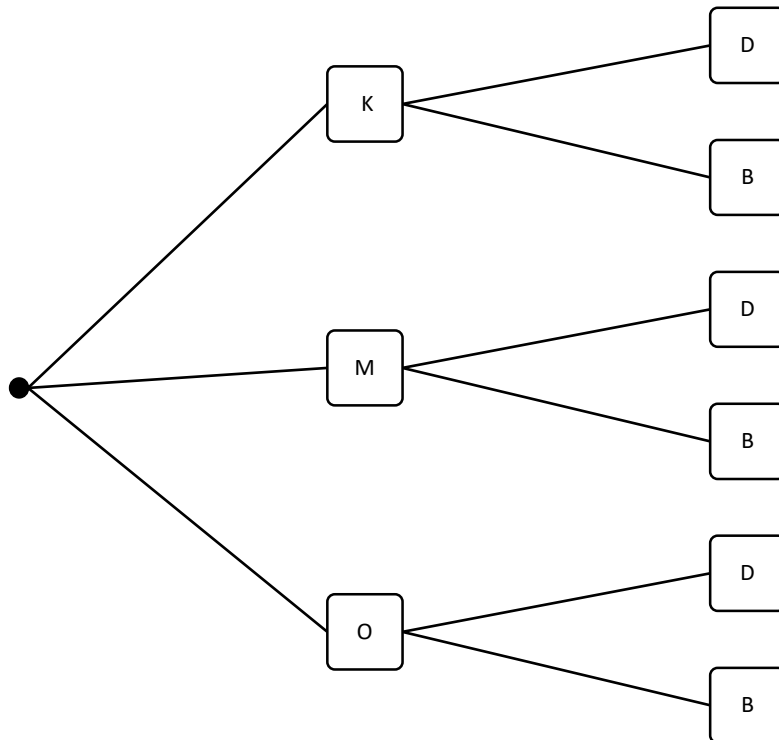


- Interpretieren Sie die von Ihnen berechneten Wahrscheinlichkeiten.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass einer der Befragten
 - E-Scooter vorrangig zum Vergnügen fährt.
 - E-Scooter vorrangig als Fortbewegungsmittel nutzt.
 - noch keine Erfahrungen mit E-Scootern gemacht hat oder bisher nur einen Roller geliehen und zum Vergnügen genutzt hat.

Aufgabe 3

Für eine statistische Untersuchung wurden in der Kfz-Zulassungsstelle Aufzeichnungen über die Anzahl der Neuzulassungen von Pkw mit Diesel- bzw. Benzin-Motor geführt. Weiterhin wurden drei Fahrzeugklassen erfasst: Kleinwagen (K), Mittelklassewagen (M) und Oberklassewagen (O). Von den Kleinwagen hatten 20% und von der Mittelklasse 50% einen Dieselmotor. Von den insgesamt 80.000 erfassten Pkw waren 45% mit einem Dieselmotor ausgerüstet, es gab 16.000 Kleinwagen und 8.000 Pkw der Oberklasse.

- a) Vervollständigen Sie das Baumdiagramm indem Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten bestimmen.



- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrzeug
- einen Benzin-Motor hat.
 - ein Kleinwagen mit Diesel-Motor oder ein Oberklassewagen mit Benzin-Motor ist.

Aufgabe 4

Die Brembus GmbH stellt Bremsanlagen her. Sie erhält Rohlinge aus drei Gießereien G1, G2 und G3. Hierbei liefern G1 30%, G2 42% und G3 28% der erforderlichen Gesamtmenge. Durchschnittlich sind 96% der von G1, 98% der von G2 und 95% der von G3 gelieferten Rohlinge normgerecht.

- Erstellen Sie zu diesem Sachverhalt ein vollständiges Baumdiagramm.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein an Brembus gelieferter Rohling nicht normgerechnet ist.
- Es werden 7500 Rohlinge an Brembus geliefert. Berechnen Sie die Anzahl der Rohlinge, die voraussichtlich nicht normgerecht sind.