Analysis I

Übungsblatt 0

E0.1*. Zeige die folgenden Äquivalenzen für drei Aussagen A, B und C:

(a) $\wedge$ und $\vee$ sind *kommutativ*, d.h.

$$A \wedge B \iff B \wedge A \qquad \text{und} \qquad A \vee B \iff B \vee A.$$

(b) $\wedge$ und $\vee$ sind *assoziativ*, d.h.

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C \qquad \text{und} \qquad A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C.$$

(c) $\wedge$ ist *distributiv* über $\vee$, und $\vee$ ist distributiv über $\wedge$, d.h.

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \qquad \text{und} \qquad A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

(d) Zeige, dass die Implikation *transitiv* ist, d.h.

$$\Big((A \implies B) \wedge (B \implies C)\Big) \implies (A \implies C)$$

E0.2*. Es seien A und B zwei Aussagen. Zeige:

(a) $\neg(A \implies B) \iff A \wedge \neg B$

(b) $\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$ und $\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$ (dies sind die *De Morgan'schen Regeln* für Aussagen).

Anmerkung: Der Stoff für diese Aufgabe wird in der Vorlesung am Donnerstag, 17.10.2019 behandelt. Vergleiche auch Aufgabe E0.1.

E0.3*. Seien L, M, N Mengen. Zeige die folgenden Eigenschaften von Schnitt und Vereinigung:

(a) *Kommutativität*, d.h.

$$M \cap N = N \cap M \qquad \text{und} \qquad M \cup N = N \cup M.$$

(b) *Assoziativität*, d.h.

$$L \cap (M \cap N) = (L \cap M) \cap N$$
$$L \cup (M \cup N) = (L \cup M) \cup N$$

(c) *Idempotenz*, d.h.

$$M \cap M = M = M \cup M.$$

(d) *Distributivität*, d.h.

$$L \cap (M \cup N) = (L \cap M) \cup (L \cap N)$$
$$L \cup (M \cap N) = (L \cup M) \cap (L \cup N).$$

(e) Unter der Annahme $L, N \subseteq M$, beweise die *De Morgan'schen Regeln*, d.h.

$$(L \cap N)^c = L^c \cup N^c \qquad \text{und} \qquad (L \cup N)^c = L^c \cap N^c.$$

Lösungen zu diesem Übungsblatt sind nicht zur Abgabe vorgesehen und werden nicht korrigiert. Aufgaben, die nicht korrigiert werden, sind hier und werden zukünftig mit einem * markiert.

Weitere Informationen stehen auf der Uni2Work-Plattform unter
https://uni2work.ifi.lmu.de/course/W19/MI/Ana1