Краткая теория множеств

Салимли Айзек

MathLang

29 июля 2025 г.

Содержание

Элементы множеств

Определение

это совокупность различных объектов, объединённых по какому-либо признаку. Эти объекты называются элементами множества.

Пример

Пусть дано множество X, такое что:

$$\forall x_i \in X, i \in [0, 1, \dots, n], n \in \mathbb{N}$$

- Элементы множества - называется x_i, где i - позиция элемента;
- $\mathbb{N}$ - множество натуральных чисел: 1, 2, 3, ..., $+\infty$;
- $\forall$ - предикат обозначающий: Для любых/любого/всех.

Содержание

Отношения

Пусть даны два множества X. Отношением R называется подмножество декартова произведения:

$$R \subseteq X \times X$$

Образуя пары (x_i, x_j), которые связаны между собой каким-либо отношением R. Основные типы отношений (для $R \subseteq X \times X$):

1. **Рефлексивность**: $\forall x \in X : xRx$;
2. **Симметричность**: $\forall x, y \in X : xRy \implies yRx$;
3. **Транзитивность**: $\forall x, y, z \in X : xRy \wedge yRz \implies xRz$.

Коньюнкция - $\wedge$ тоже самое что && (логическое и)

Отношения

Пример

$$12/4 = 6/2$$

$$10 \cdot 5 = 5 \cdot 10$$

$$3 > 2 \ \ \&\& \ \ 3 > 1 \rightarrow 3 > 1$$

То есть:

1. Рефлексивность - когда операция над элементом множества дает этот же элемент;
2. Симметрия - когда операция над элементами множества равны при их перестановки;
3. Транзитивность - достижимость начального элемента до n-го элемента через элемент "посредник".

Содержание

Булеан

Пусть дано множество X.

Определение

Подмножество - это набор элементов, содержащихся в множестве X.

Например, если $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$, то множество всех четных чисел $X_{\text{even}} = \{2, 4, 6, 8\}$ является подмножеством X:

$$X_{\text{even}} \subset X$$

где $\subset$ - знак подмножества.

Определение

Булеан (множество всех подмножеств) множества X обозначается как $\mathcal{P}(X)$ или 2^X.

Мощность булеана вычисляется по формуле:

$$|\mathcal{P}(X)| = 2^{|X|}$$

где $|X|$ - мощность (количество элементов) множества X.
Важно! Пустое множество $\emptyset$ всегда является элементом булеана.

Пример

Для $X = \{a, b, c\}$:

$$|\mathcal{P}(X)| = 2^3 = 8$$

Булеан включает:

- $\emptyset$ - 1 подмножество
- $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ - 3 подмножества
- $\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, c\}$ - 3 подмножества
- $\{a, b, c\}$ - 1 подмножество

Спасибо за внимание!

Пишите вопросы в комментариях!!!