Краткая теория множеств

Салимли Айзек

MathLang

29 июля 2025 г.

Содержание

Отображения

Пусть дано множесвто X и множество Y, такие что:

$$\forall x_i \in X, \quad i \in \mathbb{N}$$

$$\forall y_i \in Y, \quad i \in \mathbb{N}$$

Определение

Отображением множества X в множество Y называется - правило f по которому каждому элементу x_i приравнивается ровно один элемент y_i.

$$f : X \to Y$$

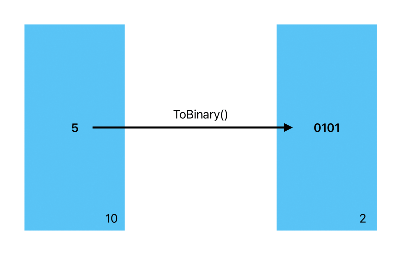
То есть по какому-то правилу/функции (неважно в этом контексте) мы превращаем x_i в y_i

Отображения

Самый простой пример когда мы реализовываем функцию перевода из 10-го числа в бинарный формат. Как именно мы реализовываем эту функцию - неважно в контексте отображения, результат - перевод из множества

$$Dec = \{0, 1, \ldots, 8, 9\} \rightarrow Bin = \{0, 1\}$$

Пример



Отображения и Haskell

Определение

Объявление функции в Haskell соответствует математическому понятию отображения множеств.

Пример

```
hash :: String -> Integer
hash str = sum [fromIntegral (ord c) * prime
    | (c, prime) <- zip str primes]
   where
    primes = cycle [2,3,4,...]
```

Содержание

Инъекция

Определение

Функция $f : X \to Y$ называется инъективной, если: "Разные элементы из X переходят в разные элементы Y. То есть никакие два разных x_i, x_j не даст один и тот же y_k

Формально:

$$\forall x_i, x_j \in X\colon f(x_i) = f(x_j) \Rightarrow x_i = x_j$$

Пример

Номера паспортов: у разных людей разные номера.

Содержание

Сюрьекция

Определение

Каждый элемент Y является образом как минимум одного элемента из X. То есть происходит наложение.

$$\forall y \in Y \exists x \in X : f(x) = y$$

Пример

Покрытие страны Wi-Fi: каждая точка доступа хоть где-то есть.

Содержание

Биекция

Определение

Функция которое - одновременно инъективна и сюръективна.

$$f_{bijective} \Rightarrow f_{injective} \wedge f_{surjective}$$

$$\forall x \in X \ \nexists y \in Y : (x, y) \in f$$

Пример

Парковка, где каждому автомобилю (X) — одно место (Y), и все места заняты.

Функция

Правило, которое каждому элементу $x \in X$ ставит в соответствие ровно один элемент $y \in Y$. То есть один вход дает один выход.

Пример

Нажатие кнопки (X) $\rightarrow$ выдача одного продукта (Y)

Спасибо за внимание!

Пишите вопросы в комментариях!!!