

Краткая теория множеств

Салимли Айзек

MathLang

28 июля 2025 г.

1 Множества

2 Отношения

3 Булеан

Определение

это совокупность различных объектов, объединённых по какому-либо признаку. Эти объекты называются элементами множества.

Пример

Пусть дано множество X , такое что:

$$\forall x_i \in X, i \in [0, 1, \dots, n], n \in \mathbb{N}$$

- Элементы множества - называется x_i , где i - позиция элемента;
- \mathbb{N} - множество натуральных чисел: $1, 2, 3, \dots, +\infty$;
- \forall - предикат обозначающий: Для любых/любого/всех.

1 Множества

2 Отношения

3 Булеан

Пусть даны два множества X . Отношением R называется подмножество декартова произведения:

$$R \subseteq X \times X$$

Образуя пары (x_i, x_j) , которые связаны между собой каким-либо отношением R . Основные типы отношений (для $R \subseteq X \times X$):

- ❶ Рефлексивность: $\forall x \in X: xRx$;
- ❷ Симметричность: $\forall x, y \in X: xRy \implies yRx$;
- ❸ Транзитивность: $\forall x, y, z \in X: xRy \wedge yRz \implies xRz$.

Конъюнкция - \wedge тоже самое что $\&\&$ (логическое и)

Пример

$$12/4 = 6/2$$

$$10 \cdot 5 = 5 \cdot 10$$

$$3 > 2 \ \&\& \ 3 > 1 \rightarrow 3 > 1$$

То есть:

- 1 Рефлексивность - когда операция над элементом множества дает этот же элемент;
- 2 Симметрия - когда операция над элементами множества равны при их перестановки;
- 3 Транзитивность - достижимость начального элемента до n-го элемента через элемент "посредник".

1 Множества

2 Отношения

3 Булеан

Пусть дано множество X .

Определение

Подмножество - это набор элементов, содержащихся в множестве X .

Например, если $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$, то множество всех четных чисел $X_{\text{even}} = \{2, 4, 6, 8\}$ является подмножеством X :

$$X_{\text{even}} \subset X$$

где \subset - знак подмножества.

Определение

Булеан (множество всех подмножеств) множества X обозначается как $\mathcal{P}(X)$ или 2^X .

Мощность булеана вычисляется по формуле:

$$|\mathcal{P}(X)| = 2^{|X|}$$

где $|X|$ - мощность (количество элементов) множества X .

Важно! Пустое множество \emptyset всегда является элементом булеана.

Пример

Для $X = \{a, b, c\}$:

$$|\mathcal{P}(X)| = 2^3 = 8$$

Булеан включает:

- \emptyset - 1 подмножество
- $\{a\}, \{b\}, \{c\}$ - 3 подмножества
- $\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}$ - 3 подмножества
- $\{a, b, c\}$ - 1 подмножество

Спасибо за внимание!

Пишите вопросы в комментариях!!!