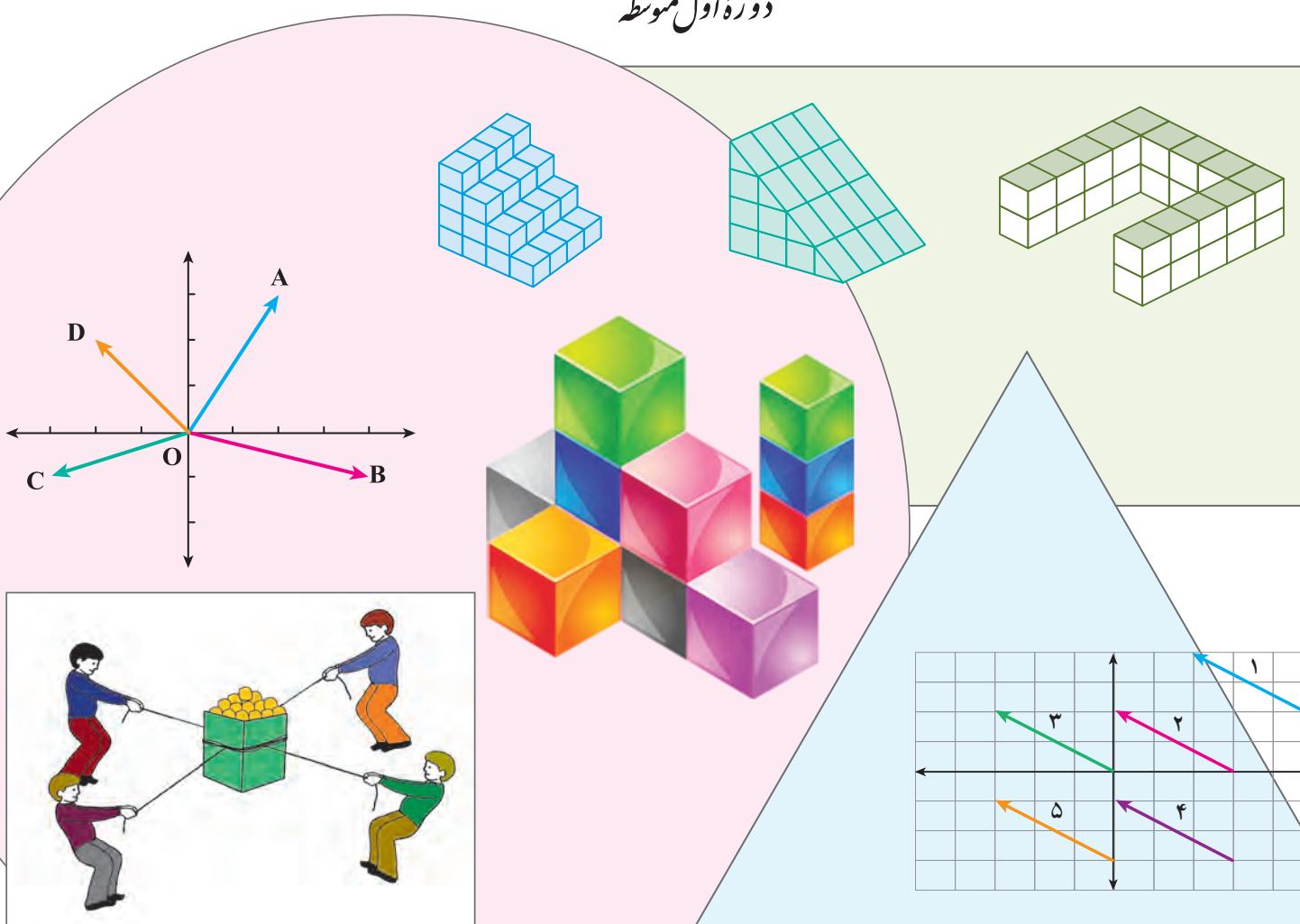


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيمِ

اللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَآلِ مُحَمَّدٍ وَعَجِّلْ فَرْجَهُمْ

ریاضی

پايه هستم
دوره اول متوسط



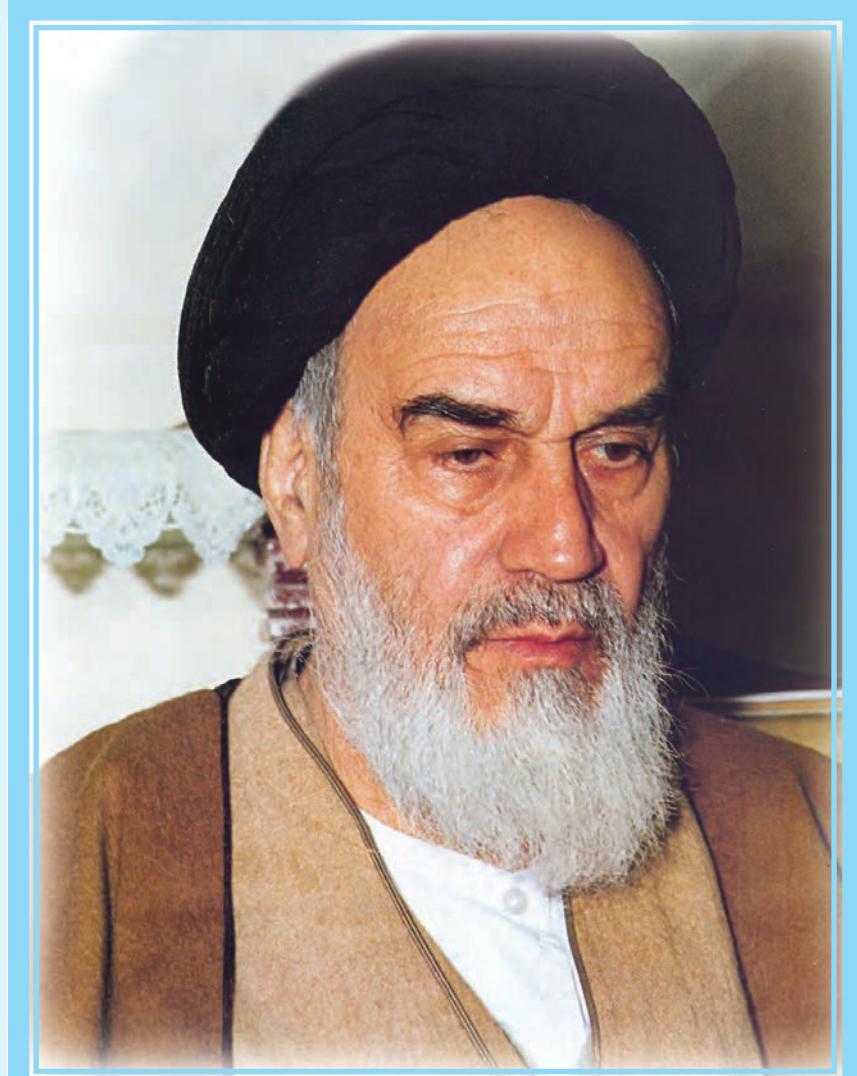
این کتاب در سال تحصیلی ۹۲-۹۳ توسط اعضای کمیته متوسطه ۱
گروه ریاضی دفتر تألیف مورد تصحیح و بازنگری کلی قرار گرفت.

وزارت آموزش و پژوهش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



نام کتاب:	ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه - ۷۰۵
پدیدآورنده:	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:	بهمن اصلاح‌بذر، علی ایران‌نش، محمد حسن بیزن زاده، خسرو داودی، آرش رستگار، ابراهیم ریحانی، احمد شاھر ارانی، وحید عالیان و سید محمد کاظم نائینی (اعضای گروه تألیف) - حمید رضا امیری، زهره پندی، خسرو داودی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سید صالحی و میرشهرام صدر (اعضای کمیته متوسطه ۱) - سید اکبر میر جعفری (ویراستار)
مدیریت آماده‌سازی هنری:	اداره کل نظرات بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی:	احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) - محمد عباسی، حمید ثابت کلاچاهی (طراح گرافیک، طراح بلد، صفحه آرا) - یاسمن نروتیان (تصویرگر) - فاطمه رئیسیان فیروز آباد، مریم دهقان زاده (رسام) - زهرا ایمانی نصر، فاطمه باقری مهر، رعنا فرجزاده درویی، حسین چراغی، سپیده ملک ایزدی و راحله زادفتح الله (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان:	تهران: خیابان ایرانشهر شمالی- ساختمان نسخه ۴ آموزش و پژوهش (شهید موسوی)
تلفن:	۰۹۲۶۶-۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۰۹۲۶۶-۸۸۳-۱۵۸۱۶۱-۵، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹
وبگاه:	www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir
ناشر:	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارویخش) تلفن: ۰۹۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۰۹۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹
چاپخانه:	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»
سال انتشار و نوبت چاپ:	چاپ هشتم ۱۳۹۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پژوهش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلحیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



امام خمینی قیصری به بحث و مذاکره درباره مسائل علمی، به ویژه در مجلس درس علاقه فراوان داشتند. اگر بر جلسه درس سکوت حکمفرما می‌شد، می‌فرمودند: «مجلس درس است، نه مجلس روضه. سخن بگویید و اعتراض کنید.»

فهرست

سخنی با دانش آموز

۱

فصل ۱ – راهبردهای حل مسئله

۱۳
۱۴
۱۷
۲۰
۲۳
۲۶

فصل ۲ – عددهای صحیح

معرفی عددهای علامت دار
جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
ضرب و تقسیم عددهای صحیح
مرور فصل ۲

۲۷
۲۸
۳۱
۳۴
۳۷
۴۰

فصل ۳ – جبر و معادله

الگوهای عددی
عبارت های جبری
مقدار عددی یک عبارت جبری
معادله
مرور فصل ۳

۴۱
۴۲
۴۵
۴۸
۵۱
۵۴

فصل ۴ – هندسه و استدلال

روابط بین پاره خط ها
روابط بین زاویه ها
تبديلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)
شکل های مساوی (هم نهشت)
مرور فصل ۴

۵۵
۵۶
۵۹
۶۲
۶۵
۶۸

فصل ۵ – شمارندها و اعداد اول

عدد اول
شمارنده اول
بزرگ ترین شمارنده مشترک
کوچک ترین مضرب مشترک
مرور فصل ۵

فصل ۶- سطح و حجم

حجم‌های هندسی

محاسبه حجم‌های منشوری

مساحت جانبی و کل

حجم و سطح

مرور فصل ۶

۶۹

۷۰

۷۳

۷۶

۷۹

۸۲

۸۳

۸۴

۸۷

۹۰

۹۳

۹۶

فصل ۷- توان و جذر

تعريف توان

محاسبه عبارت توان دار

ساده کردن عبارت‌های توان دار

جذر و ریشه

مرور فصل ۷

۹۷

۹۸

۱۰۱

۱۰۴

۱۰۷

۱۱۰

فصل ۸- بردار و مختصات

پاره خط جهت دار

بردارهای مساوی و قرینه

مختصات

بردار انتقال

مرور فصل ۸

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۵

۱۱۸

۱۲۱

۱۲۴

فصل ۹- آمار و احتمال

جمع آوری و نمایش داده‌ها

نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

احتمال یا اندازه‌گیری شانس

احتمال و تجربه

مرور فصل ۹



چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟

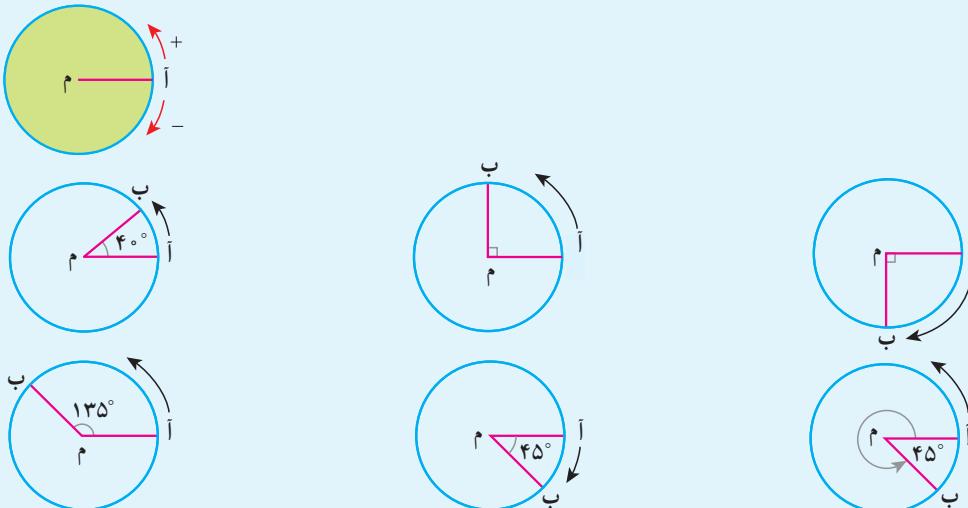
در دوره ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید.

در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می کنید و آن را به کار می بردید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید؛ اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی، خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت‌های کتاب درسی به شما کمک می کنند تا در جریان کلاس سهیم باشید. متن فعالیت‌های را با دقّت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم‌ترین قسمت فعالیت‌ها، بخش نتیجه‌گیری است. آن قسمت‌ها را به صورت کامل بنویسید.



نقطه (آ) روی محیط دایره حرکت می کند. وقتی (آ) روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه (ب) برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت‌های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه‌های زیر چند درجه‌اند؟ با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



کار در کلاس‌ها هم به شما کمک می‌کند تا آموخته‌های خود را به کار ببرید و هم این فرصت را به معلم می‌دهد تا فرایند آموزش را
کامل کند و به سوال‌های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش‌آمده را رفع کند.

تساوی‌ها را کامل کنید.

$+15 = 15$

$+2^{\circ} =$

$-(+1^{\circ}) =$

$-(-4) =$

$-(-(+)7) =$

$-(-1^{\circ}) =$

$+(-7) = -7$

$+(-4) =$



در پایان، تمرین‌ها را در منزل به‌طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معناست که شما این قسمت را فراگرفته‌اید.
اگر توانستید به سوالی جواب دهید، مهم‌ترین کار شما جست‌وجوی راه حل از دوستان، هم‌کلاسی‌ها یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید.

عددها را با هم مقایسه کنید.

$-4 \text{ } \bigcirc -8$

$-27 \text{ } \bigcirc 1$

$\text{ } \bigcirc -14$

$-100 \text{ } \bigcirc -1$

$+7 \text{ } \bigcirc 7$

$+(-8) \text{ } \bigcirc -(+8)$



برای انجام کارهای بالا، شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می‌تواند
فعالیت‌ها را به نتیجه برساند.

چگونه مسئله را حل کنیم؟



حل کردن هر مسئله، ۴ مرحله دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای رو به رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم کم در حل کردن مسئله فکر خود را سازماندهی کنید.

مرحله اول؛ فهمیدن مسئله: برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند شما را در درک بهتر مسئله کمک کند:

- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.
- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.

مرحله دوم؛ انتخاب راهبرد مناسب :

در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد

هر راهبرد به شما کمک می کند تا آنها را مرور و پیدا کنید که کدام یک برای حل مسئله، ممکن است، مفید باشد.

- حدس و آزمایش
- زیر مسئله
- حل مسئله ساده تر
- روش های نمادین
- رسم شکل
- الگوسازی
- حذف حالت های نامطلوب
- الگویابی

مرحله سوم؛ حل کردن مسئله :

با راهبردی که انتخاب کردید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید. شاید نکته ای در مسئله وجود دارد که شما هنوز به آن توجه نکرده اید.

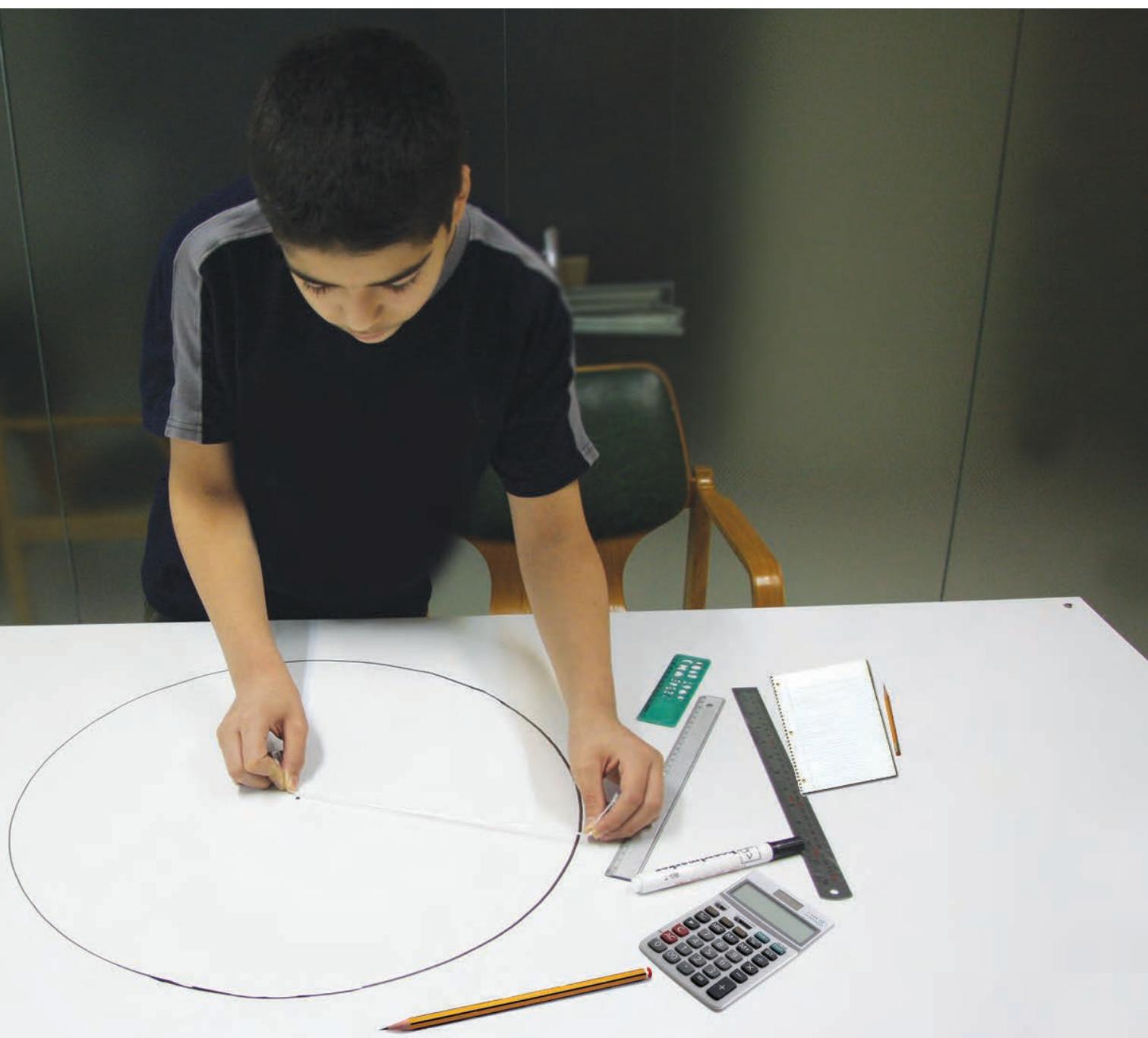
مرحله چهارم؛ بازگشت به عقب :

حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.



- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله





کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتен عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

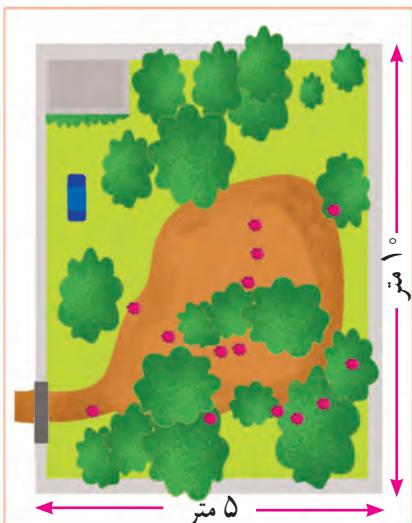
۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول 10° و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه دورتا دور آن را

نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



۲- توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟





برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید. برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیافتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همهٔ حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همهٔ جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱- دو عدد طبیعی^۱ پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول را با یک نظم و ترتیب کامل کنید.

اوین عدد	دومن عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عده‌ها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳- با رقم‌های ۷، ۲ و ۵ تمام عده‌های سه رقمی ممکن را بنویسید (در عده‌های شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

۴- تعداد زیادی سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان کرایه ۵۰۰ تومانی تاکسی را پرداخت کرد؟



۱- عده‌های ... ۱, ۲, ۳ را عده‌های طبیعی می‌نامند.

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب



به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آنگاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیداکردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها 70° است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟
ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌های را که ضرب سه عدد طبیعی برابر 70° می‌شود، بنویسید.
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم

- ۲- دوست شما یک عدد حسابی^۱ کوچک‌تر از 100° را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟ در واقع از 0° تا 100° عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عده‌ها نامطلوب‌اند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما از 5° بزرگ‌تر است؟
- با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد موردنظر رسید.

۱- عده‌های $1, 2, 3, \dots, n$ را عده‌های حسابی می‌نامند.



در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبرو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عدها، الگو و رابطهٔ خاصی وجود داشته باشد.

۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطهٔ بین عدها را توضیح دهید.

_____ و _____ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱.

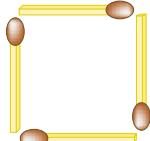
_____ و _____ و ۹ و ۶ و ۴ و ۱.

_____ و _____ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴ و ۱۶.

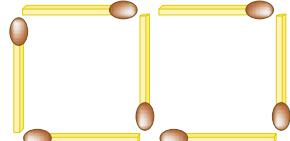
۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



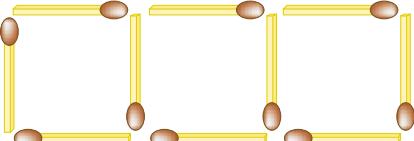
شکل (۱)



شکل (۲)

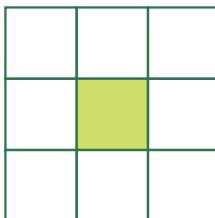


شکل (۳)

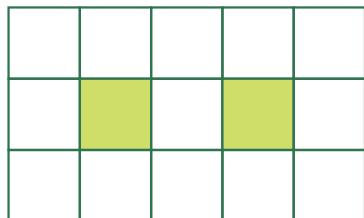


شکل (۴)

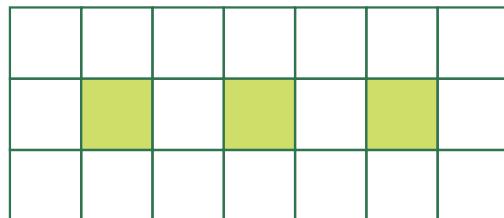
۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



ممکن است حل یک مسئله، روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک توقفگاه (مصطفوب فرهنگستان Parking) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را 10 و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم 10 عدد در نظر بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها؟ چرا؟



۲- دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها 30° برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

$$3 \times \boxed{\quad} + 10 = 31$$

$$3 \times 10 + 10 = 40$$

۳- به جای ■ چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای ■ عده‌های مختلفی را حدس بزنید، از عدد 10 شروع کنید.



مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. فهرستی از این زیرمسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشد، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

(الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

(ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع $\frac{1}{3}$ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



۳- میوه فروشی، امروز 4° کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و 8° کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را 3° تومان و هر کیلوگرم پرتقال را 2° تومان فروخت. این میوه‌فروش، از این کار خود چقدر سود برده است؟



راهبرد حل مسئله ساده تر



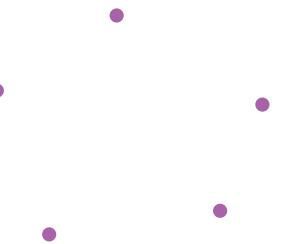
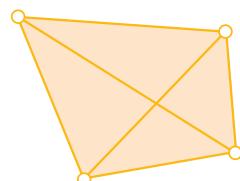
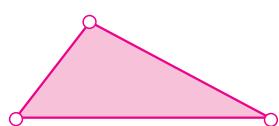
برای حل بعضی از مسئله ها، ابتدا مسئله ای ساده تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم. برای ساده کردن مسئله می توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می کنیم.

- ۱- قطر خورشید 139253° کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.
 $139253^\circ \approx 1000,000$
 $12756/6 =$ خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.



- ۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$
 به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شده این مسئله را حل کنید.
 در پاسخ ها چه الگو و رابطه ای تشخیص می دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟
- ۳- اگر 1° نقطه را که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره خط به وجود می آید؟
 تعداد پاره خط ها در واقع مجموع تعداد ضلع ها و تعداد قطر هاست.
 یک الگو پیدا کنید و برای 1° نقطه نتیجه گیری کنید.





بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برايش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 3000$$

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابله نشان دهید.

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟

اگرچه می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد.)

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچهٔ خنک کن (تصویب فرهنگستان Cooler) قرار دهند؛ به‌طوری‌که از ۴ گوشّه آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید.





در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. درباره راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت و گو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود، یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند؛ ولی شیوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند؛ اما ممکن است نحوه شکل کشیدن آنها متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوّع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱- $\frac{1}{3}$ دانشآموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانشآموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانشآموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانشآموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع 100 سانتی‌متر، 1 متر مربع است. اگر از ضلع مربع 10 درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است:

گندم: 45% جو: $27/5\%$ ذرت: $17/5\%$

اگر مساحت زمین او 15 هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

۴- حاصل عبارت رو به رو را پیدا کنید.

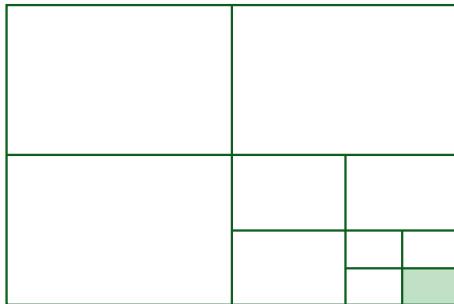
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} =$$



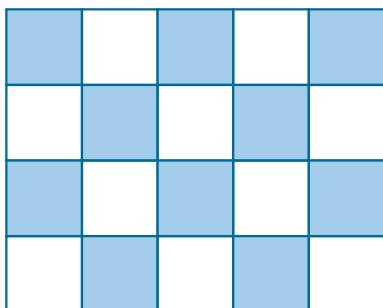
۵- در یک کارگاه تولید کفش، ۴۹۶ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی خانه $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right]$ است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتهای ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی آبی دارد؟



۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد موردنظر چند است؟

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای حل مسئله تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیتها و مسئله‌های کتاب از آن استفاده کنید. هنگام حل مسئله می‌توانید از ماشین حساب نیز استفاده کنید.



فصل ۲ عددهای صحیح



- معرفی عددهای علامت دار

از عددهای صحیح (علامت دار) می توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا؛ همچنین

- جمع و تفیریق عددهای صحیح (۱)

عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

- جمع و تفیریق عددهای صحیح (۲)

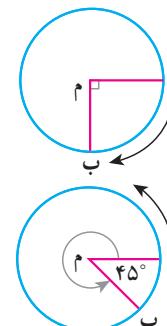
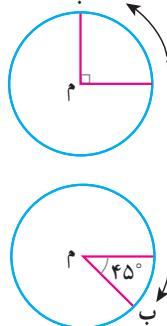
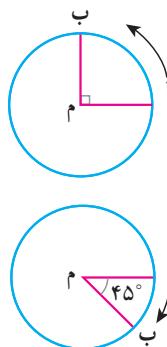
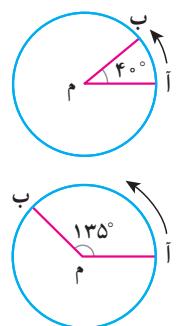
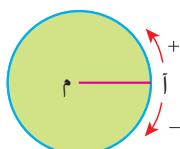
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح



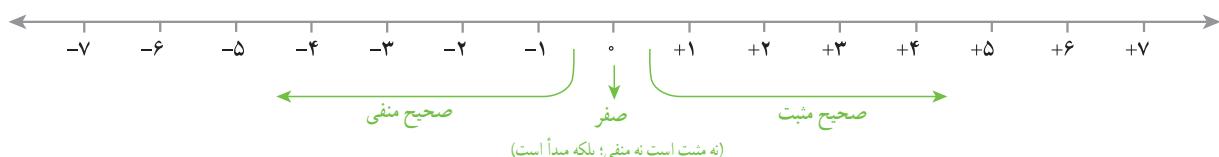
معرفی عده‌های علامت‌دار

۳

۱- متحرکی از نقطه (α) روی محیط دایره حرکت می‌کند تا به نقطه (β) برسد و زاویه $(\alpha \text{ م } \beta)$ را بسازد. وقتی متحرک روی نقطه (α) است اندازه زاویه صفر است. اندازه هریک از زاویه‌های زیر را با توجه به جهت‌های مثبت و منفی مشخص شده با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عده‌های صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که قرینه هر عدد منفی عددی مثبت و قرینه هر عدد مثبت عددی منفی است. قرینه صفر هم خود صفر است. برای نمایش قرینه هر عدد از نماد $(-)$ در سمت چپ آن عدد استفاده می‌کنیم. با کمک محور، مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.



$$(+3) = \text{قرینه} (-3)$$

$$(+5) = \text{قرینه} (-5)$$

$$(+7) = \text{قرینه} (-7)$$

$$(-4) = \text{قرینه} (+4)$$

$$(-5) = \text{قرینه} (+5)$$

$$(-8) = \text{قرینه} (+8)$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+5) = \text{قرینه} (-5)$$

$$(+7) = \text{قرینه} (-7)$$

$$(-6) = \text{قرینه} (+6)$$

$$(-7) = \text{قرینه} (+7)$$

از تساوی‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

عده‌های صحیح مثبت همان عده‌های طبیعی‌اند، برای مثال می‌توان نوشت:

$$+3 = 3 \text{ و } 7 = +7$$

عده‌های صحیح شامل عده‌های صحیح مثبت، صفر و عده‌های صحیح منفی می‌شوند.

تساوی‌ها را کامل کنید.

$$+15 = 15$$

$$+2 =$$

$$-(+1) =$$

$$-(-4) =$$

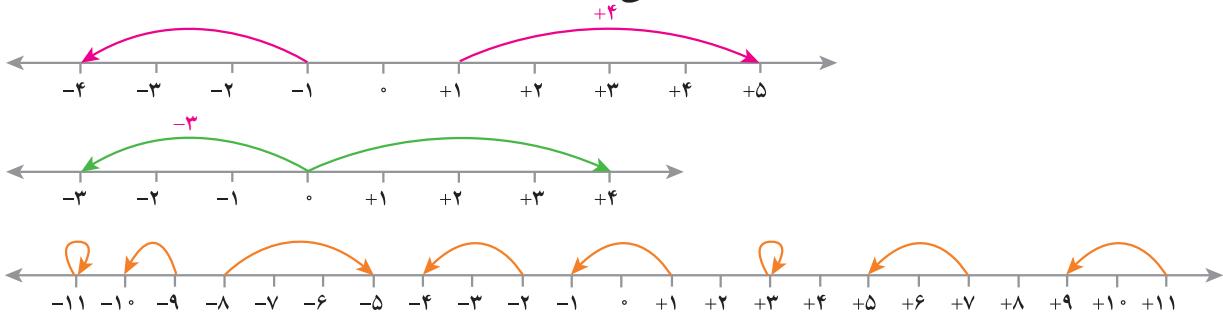
$$-(-(+)7) =$$

$$-(-1) =$$

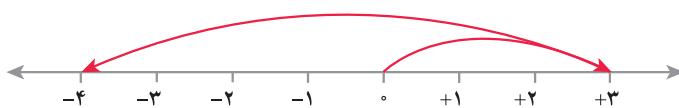
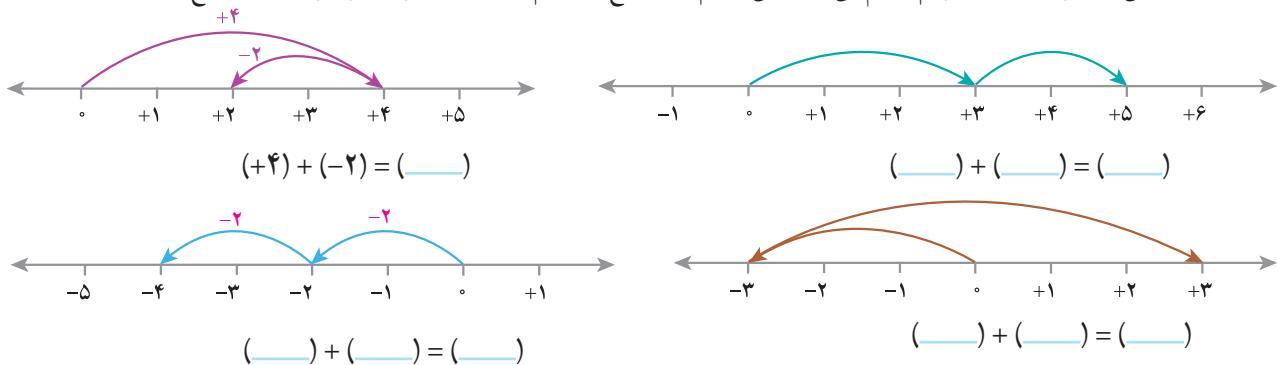
$$+(-7) = -7$$

$$+(-4) =$$

۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بنویسید.



۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



$$(\underline{\hspace{1cm}}) + (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})$$

۳- عبارت $(+4) - (+2)$ را می‌توانید به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی: $+4 - 2 = +4 + (-2)$

تفریق را هم می‌توانیم به صورت جمع بنویسیم؛ مانند:

مانند نمونه‌ها تساوی‌ها را کامل کنید.

$$-7 - 4 = -7 + (-4)$$

$$-8 - 5 =$$

$$-5 - (-3) = -5 + (-(-3)) =$$

$$-7 - 11 =$$

$$-4 - (-5) =$$

$$-5 - 6 =$$

ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید سپس در دفتر خود برای هر جمع یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست

آورید.

$$-8 + (-5) =$$

$$-4 + (+7) =$$

$$-8 - (+5) =$$

$$-3 - 1 =$$

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.

$$(+2) + \circ =$$



$$\circ + (-4) =$$



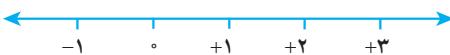
$$-3 - \circ =$$



$$\circ - \circ =$$



$$\circ - (-3) =$$



$$\circ + (-2) =$$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.

$$(+5) + (-5) =$$



$$4 - 4 =$$



$$-3 + 3 =$$

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 \text{ } \bigcirc \text{ } -8$$

$$-27 \text{ } \bigcirc \text{ } 1$$

$$\circ \text{ } \bigcirc \text{ } -14$$

$$-100 \text{ } \bigcirc \text{ } -1$$

$$+7 \text{ } \bigcirc \text{ } 7$$

$$+(-8) \text{ } \bigcirc \text{ } -(+8)$$

۲- مانند نمونه، گستردهٔ عددها را بنویسید و به جمع تبدیل کنید.

$$-237 = -200 - 30 - 7 = -200 + (-30) + (-7)$$

$$-1081 =$$

$$-2040 =$$

$$435 =$$

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

$$\text{---} \text{ } 431 \text{ } \text{---}$$

$$\text{---} \text{ } 0 \text{ } \text{---}$$

$$\text{---} \text{ } -171 \text{ } \text{---}$$

۴- عددها را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

$$22 \text{ } \text{---} \text{ } -31 \text{ } \text{---} \text{ } -27 \text{ } \text{---} \text{ } -15 \text{ } \text{---} \text{ } -5$$



$$25 \text{ } \text{---} \text{ } -15^{\circ} \text{ } \text{---} \text{ } -8^{\circ} \text{ } \text{---} \text{ } 22$$



جمع و تفریق عدد های صحیح (۱)

3

۱- اگر هر دایره سفید (○) نشان دهنده $+1$ و هر دایره سیاه (●) نشان دهنده -1 باشد، وقتی مانند شکل زیر آنها را روی هم و داخل یک ظرف می ریزیم (به عبارت دیگر باهم جمع می کنیم)، حاصل آن چقدر می شود؟ چرا؟



۲- با توجه به تعریف دایره های سیاه و سفید مشخص کنید هر شکل چه عددی را نشان می دهد؟



(1)

(2)

(3)

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

برای شکل سوم یک عبارت جمع بنویسید.

۳- مانند نمونه حاصل جمع و تفریق ها را با این روش پیدا کنید. فراموش نکنید که ابتدا باید تفریق را به جمع تبدیل کنید.

$$-4 - (-5) = -4 + \overbrace{(-(-5))}^{+5} = -4 + 5 = +1$$



$$-6 + 5 =$$

$$5 + (-6) =$$

$$-8 - 2 =$$

$$-4 - (+3) =$$

۴- علاوه بر این روش، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق با محور را نیز آموخته اید.
اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(+2) + 4 =$$

$$5 + 1 =$$

$$(+3) + (+2) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$-3 - 4 = -3 + (-4)$$

$$-4 - (+1) =$$

$$(-4) + (-2) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند،

حاصل جمع و تفریق ها را به دست آورید.

$$(+4) + (+6) =$$

$$(+10) + (+20) =$$

$$(+100) + 200 =$$

$$-6 + (-7) =$$

$$(-4) - (+6) =$$

$$-8 - 3 =$$

$$(-40) + (-8) =$$

$$-200 + (-400) =$$

$$(-40) - (+30) =$$

$$-80 - 5 =$$

$$-70 - 10 =$$

$$-90 - 10 =$$

لذت‌گیری

در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به هر روشی که می‌شناسید، به دست آورید و نتیجه را بنویسید.

$$(+5) + (-3) =$$

$$4 + (-2) =$$

$$-4 + (+5) =$$

$$6 - 3 =$$

$$-3 + 7 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار مثبت بیشتر باشد،

$$(+5) + (-8) =$$

$$4 + (-6) =$$

$$5 - (+7) =$$

$$7 - 9 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد منفی بیشتر باشد

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(+5) + (-2) =$$

$$(+9) - (+7) =$$

$$-1^\circ - (-2^\circ) =$$

$$-3 + 9 =$$

$$8^\circ - 3^\circ =$$

$$-18 + 1^\circ =$$

$$(+5) + (-7) =$$

$$(+1^\circ) - (-2^\circ) =$$

$$(-8) - (-4) =$$

$$-2^\circ + 1^\circ =$$

$$-2^\circ + 1^\circ =$$

$$-4^\circ + (+1^\circ) =$$

۱- عددها را از کوچک‌تر به بزرگ‌تر و از چپ به راست مرتب کنید.

$$23 - 12 - 34 - 5 - 15 - 45 - 5 - 1 - 2$$

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲- طبقه همکف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای همکف را با عدهای مثبت و طبقه‌های زیر همکف را با عدهای منفی

نشان می‌دهیم. حال مسئله زیر را حل کنید.

شخصی در طبقه $+5$ سوار آسان بر (مصوب فرهنگستان elevator, ascenseur) شد. او ابتدا 3 طبقه بالا رفت و پس از انجام

کاری 6 طبقه به پایین آمد و دوباره برای خرید چای 2 طبقه پایین رفت و در همان طبقه هزینه‌های خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره

2 طبقه پایین رفت و در توقفگاه (مصوب فرهنگستان Parking) سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟



۳- دمای هوای شهر کرد 2 درجه زیر صفر است. اردبیل 8 درجه از

شهر کرد سردتر است. دمای هوای شهر اردبیل چند درجه است؟

۴- دمای شهر کرمان، سنتنچ و یاسوج به ترتیب 11 درجه بالای صفر،

6 درجه زیر صفر و 1° درجه زیر صفر است. سنتنچ چند درجه از کرمان

سردتر است؟ یاسوج چند درجه از سنتنچ سردتر است؟

۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$-8 + \boxed{} = -1$$

$$-10 + \boxed{} = 15$$

$$-4 + \boxed{} = -8$$

$$10 + \boxed{} = -2$$

$$10 + \boxed{} = 15$$

$$10 + \boxed{} = -5$$

$$-4 - \boxed{} = -8$$

$$-3 - \boxed{} = +5$$

$$2 - \boxed{} = -8$$

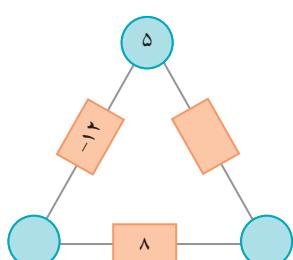
$$4 - \boxed{} = 10$$

$$4 - \boxed{} = -8$$

$$-6 + \boxed{} = 15$$

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع، از مجموع عدهای دو رأس به دست می‌آید.

جاهای خالی را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$10 - (-4) =$$

$$-8 - 4 =$$

$$-16 + 15 =$$

$$-14 + 20 =$$

$$-10 - (-5) =$$

$$-10 - (+5) =$$

$$10 - 6 =$$

$$10 - 20 =$$

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.

د	ی
کان	دهگان
۳	۴
۲	۷

$$\begin{array}{r}
 30 + 4 \\
 - 20 + (-7) \\
 \hline
 10 + (-3) = 10 - 3 = 7
 \end{array}$$

سبس با توجه به جدول حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

د	ی
کان	دهگان
۲	۷
۳	۹

د	ی
کان	دهگان
۱	۷
۲	۴

د	ی
کان	دهگان
۴	۲
۵	۱

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

د	ی
کان	دهگان
۶	۷
۲	۳
۳	۱

د	ی
کان	دهگان
۴	۳
۵	۱
۳	۴

$$\begin{array}{r}
 -40 + (-3) \\
 +50 + 1 \\
 \hline
 -30 + (-4)
 \end{array}$$

۲- حاصل عبارت‌های ردیف اول سؤال ۱ را به کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را توضیح

دھید.

$$27 - 39 =$$

$$-17 - 24 =$$

$$-42 + 51 =$$

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

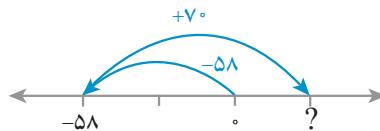
د	ی
کان	دهگان
۲	۴
۴	۹

د	ی
کان	دهگان
۸	۱
۳	۵

د	ی
کان	دهگان
۴	۳
۷	۵

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت پیکانه (تصویر فرنگستان arrow) می‌توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه به شکل، حاصل مثبت و جواب $-58 - 7 = ?$ است.

$$-58 + 7^\circ =$$



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$$-43 - 45 =$$



$$-81 + (-57) =$$



$$65 - 73 =$$



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عده‌ها از کلید استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن عدد -43



دکمه‌ها را به ترتیب از چپ به راست وارد کنید.

برای رسیدن به -43 چه راه حل دیگری دارید؟

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی.

$$-8 + 13^\circ =$$

$$-40 - 9^\circ =$$

$$100 - 200 =$$

$$100 + (-5^\circ) =$$

۲- حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-137 + 271 \approx -100 + 300 = 200$$

$$-471 + 182 \approx$$

$$502 - 794 \approx$$

$$-471 - 211 \approx$$

۳- حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

ص	د	ی
۱	۲	۴
۲	۳	۷

ص	د	ی
-	۱	۲
+	۲	۳

ص	د	ی
-	۳	۳
+	۲	۵



۲- یک زیر دریایی 45° متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری 15° متر از آن بالاتر است. موقعیت زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا را با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.

۳- از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7)+((-4)+(-5)) =$$

$$(-13)+((-9)+17) =$$

$$136-26^{\circ} =$$

$$(-36)+(-17) =$$

$$(-37)-(-8) =$$

$$12+15-7 =$$

$$15-9-8 =$$

$$17-25-12 =$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی همکف و ۳ طبقه زیر همکف تشکیل شده است. احمد در طبقه -۲ است. او ابتدا ۳ طبقه بالا

رفت؛ بعد ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

۵- نقاط مشخص شده به‌طور تقریبی چه عددی را نشان می‌دهند؟



۶- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71+59 \approx$$

$$-83-48 \approx$$

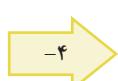
$$-41+37-82 \approx$$

$$37-71 \approx$$

حاصل هر عبارت بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

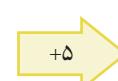
۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-8		4
	.	
-2		5



	۳	
۶		-۷
	۴	

-۱۰

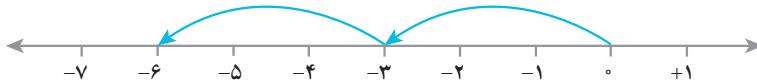
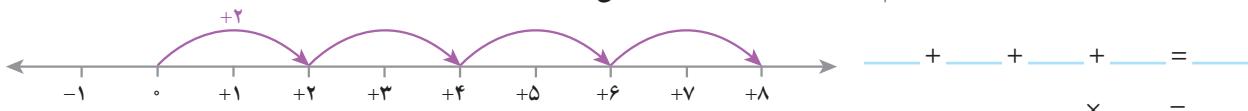


۵
-۸

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

تیک

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را به دست آورید.



۲- به الگوهای عددی زیر توجه کنید. پس از اینکه رابطه بین عددها را پیدا کردید، جملات زیر هر کدام را کامل کنید، سپس بقیه

هر الگو را کامل کنید.

$4 \times (-3) = -12$
$3 \times (-3) = -9$
$2 \times (-3) = -6$
$1 \times (-3) = -3$
$0 \times (-3) = 0$
$-1 \times (-3) = 3$
$-2 \times (-3) = 6$
$-3 \times (-3) = 9$
$-4 \times (-3) = 12$

$4 \times 4 = 16$
$3 \times 4 = 12$
$2 \times 4 = 8$
$1 \times 4 = 4$
$0 \times 4 = 0$
$-1 \times 4 = -4$
$-2 \times 4 = -8$
$-3 \times 4 = -12$
$-4 \times 4 = -16$

حاصل ضرب ها اضافه می شوند.

حاصل ضرب ها کم می شوند.

۴					۰	۴	۸	۱۲	۱۶
۳					۰	۳	۶	۹	۱۲
۲					۰	۲	۴	۶	۸
۱					۰	۱	۲	۳	۴
۰					۰	۰	۰	۰	۰
-۱									
-۲									
-۳									
-۴									
×	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴

با توجه به الگویی که کشف کرده اید، جدول ضرب مقابله را کامل کنید.

×	+	-
+		
-		

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابله را کامل کنید.

$$-4 \times (-8) =$$

$$(+5) \times (-3) =$$

$$(-6) \times (-7) =$$

$$-7 \times 5 =$$

لذت

به کمک آن حاصل ضرب ها را بنویسید.

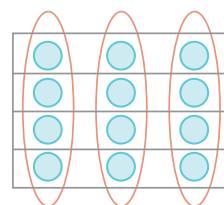
۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$12 \div 3 = 4$$



ضربهای زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.

$$(+4) \times (-3) = -12$$

$$(+6) \times (-2) = -12$$

$$(+3) \times (-5) = -15$$

$$(+2) \times (-4) = -8$$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضربهای فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

\div	+	-
+		
-		

$$(-12) \div (+2) =$$

$$(+21) \div (-3) =$$

$$(-14) \div (-7) =$$

$$(+21) \div (+7) =$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(-2) \times (-4) \div (+8) =$$

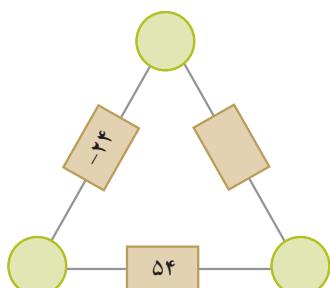
$$-4 \times (+3) \div (-2) =$$

$$(-14 \div (+7)) \times (-3) =$$

$$(28 \div (-4)) \times (+3) =$$

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید.



۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

$$\text{_____} \text{ و } \text{_____} \text{ و } \text{_____} \text{ و } 9^{\circ} \text{ و } 3^{\circ} \text{ و } -3^{\circ} \text{ و } \text{_____} \text{ و } \text{_____}$$

$$\text{_____} \text{ و } \text{_____} \text{ و } 5^{\circ} \text{ و } 10^{\circ} \text{ و } 15^{\circ} \text{ و } 20^{\circ} \text{ و } \text{_____} \text{ و } \text{_____}$$

۱- جملات زیر را کامل کنید.

* اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح _____ است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عدد منفی شود، یکی از آن عدهای صحیح _____ و دیگری _____ است.

* اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود، حداقل یکی از آنها _____ است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح _____ است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است.

$$(-41 - 8^\circ) \times (-5^\circ + 6^\circ) =$$

$$(-27 + 5^\circ) \times (-4^\circ + 2^\circ) =$$

$$(-8^\circ - 4^\circ) \times (-4^\circ \div 5) =$$

$$(-8 \div 4) \times (-2 \times 3) =$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-20^\circ) \div = 2^\circ$$

$$-40^\circ \div = -8^\circ$$

$$(100) \div = -2^\circ$$

$$20 \div = -4$$

$$-8 \times = 8^\circ$$

$$-100 \div = 2^\circ$$

۴- همه عدهای صحیح ممکن که می‌توانند به جای  و  قرار بگیرند را بنویسید.

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+3)) \times (-5) =$$

$$((+2) + (-7)) \div (-5) =$$

$$(-5 - 4) \times (-6) =$$

$$-5 \times (-4 - (-3)) =$$

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در حرکت است. طول مسیر 120° کیلومتر است و قطار در هر ساعت 6° کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهروд را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟

قطار در ساعت -3 - در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی 24° کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.



زمان (بر حسب ساعت)	-1°	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10°
مکان قطار نسبت به شاهروд	-600°	-48°									

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

- عدد علامت‌دار ● عدد صحیح ● قرینه عدد ● گستردۀ عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- قراردادی برای جهت‌های مثبت و منفی
- محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)
- قرینه قرینه یک عدد صحیح
- تبدیل تفریق به جمع
- مقایسه و مرتب کردن عددهای صحیح
- جمع و تفریق با دایره‌های سیاه و سفید
- تعیین علامت در ضرب و تقسیم
- ضرب و تقسیم دو عدد صحیح
- انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی
- انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب
- حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های بعد نیز خواهید دید. در فصل عبارت جبری، ساده کردن عبارت‌های جبری به محاسبه عددهای صحیح تبدیل می‌شود.

این درس در زندگی روزمره برای نشان دادن عددهای علامت‌دار مثل درجهٔ هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد.

شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید؟

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید، این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-18 \div 2) \times (-3 - 7) + (-6) = -8 - (-4) =$$

$$-16 - (+4) = -20 + 5 = -100 + 20 - 4 =$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟



جبر و معادله

۳ فصل



- الگوهای عددی
- عبارت‌های جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبديل مسائل زندگی روزمره به عبارت‌ها و معادله‌های ریاضی را مدل‌سازی می‌گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت؛ بنابراین می‌توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a+nb$

نمایش داد. حروف C , a , b , n و b چه معنی هستند؟

الگوهای عددی

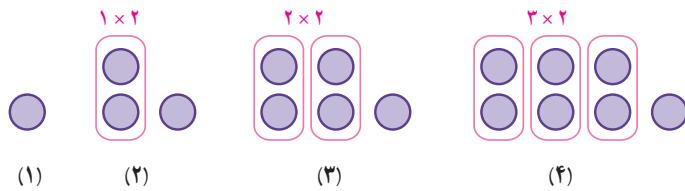
ششم

۱- یک تشك کشتی به شکل مرغ است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشك	۴	$\frac{6}{5}$	$5\frac{1}{3}$			a
محیط تشك				۳۲	۲۰	



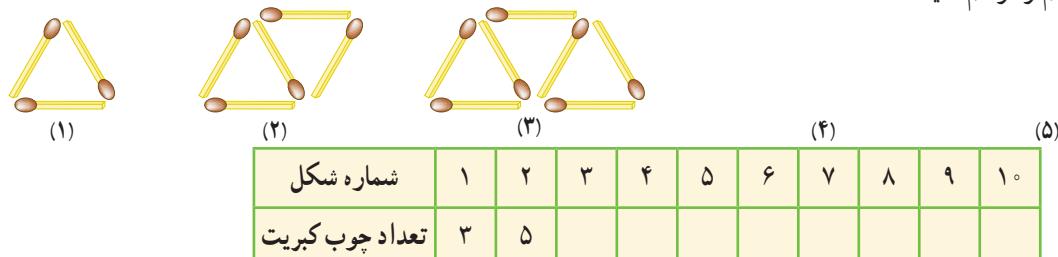
۲- اکنون با توجه به شکل های زیر و الگویی که مشاهده می کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره								

۳- شکل های زیر با چوب کبریت درست شده اند و به همین ترتیب ادامه پیدا می کنند. با توجه به آنها جدول را کامل کنید. ابتدا

شکل های چهارم و پنجم را رسم کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می کنید، توضیح دهد چه رابطه ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت ها وجود دارد؟

شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت ها را بر حسب n بنویسید.

حال با توجه به رابطه ای که بدست آوردید، تعداد چوب کبریت های شکل بیستم را پیدا کنید.

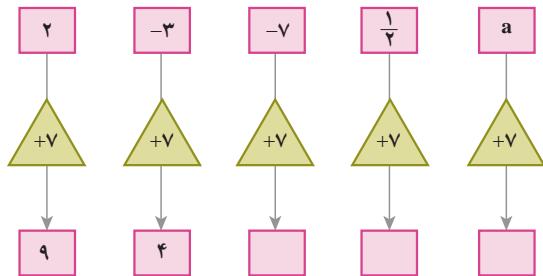
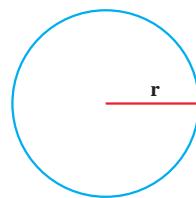
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به ضلع a ، برابر با $= 4 \times a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می شود. در جبر،

متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص اند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$S = \pi r^2 \times \underline{\quad}$$

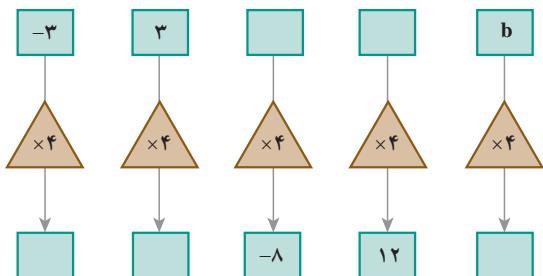
$$P = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$



۲- نمودار مقابله کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید:

نمودارها را کامل کنید.



۳- این نمودارها چه کاری انجام می‌دهند؟

توضیح دهید:

نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله n ام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

و $2n$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 20 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 15 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 12 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 9 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 6 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 3 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

و 1 و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی آموخته‌اید و با عبارت کلامی بیان می‌کردید، می‌توانید

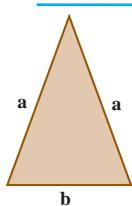
به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی $a + b = b + a$ است. حالا معنای هر تساوی

را بیان کنید.

$$a + 0 = a$$

$$a \times b = b \times a$$

$$1 \times a = a$$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



$$S = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود : $30 \text{ تومان قیمت پایه} + 1 \text{ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ } n \text{ کارت}$

چقدر می‌شود؟



۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان دهد.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه $200,000$ تومان و برای هر نفر $10,000$ تومان است. هزینه

این اردوگاه را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزانش a است، با یک عبارت جبری بنویسید.

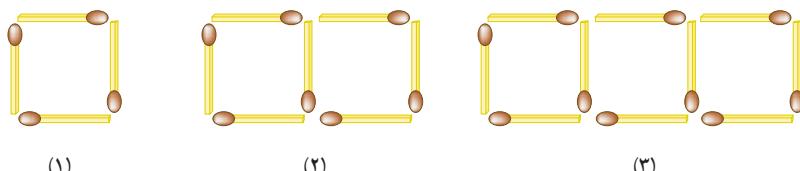


۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

$\dots, 8, 12, 16, 20$

$\dots, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$

۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود، چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



عبارت‌های جبری

۳

a

$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

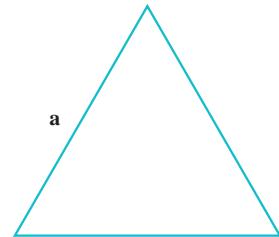
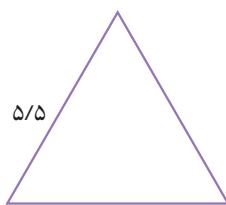
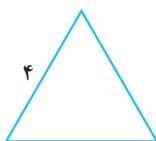
۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده است، درستی این تساوی را توضیح دهید.

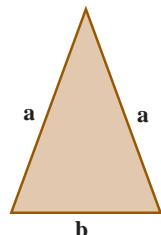
$$a+a+a+a=4a$$



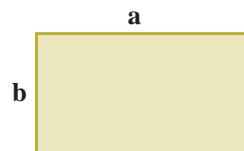
$$2+2+2=3\times 2$$



۲- محیط مثلث متساوی‌الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$



$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

آیا می‌توانیم a را با a جمع کنیم؟ چرا؟

آیا می‌توانیم a را با b جمع کنیم و با یک جمله نشان دهیم؟ چرا؟

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از

عبارت‌های جبری آورده شده است:

$$3x - 7$$

$$5z$$

$$m \times 5n$$

$$\frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «...» یا پرانتز برای حاصل‌ضرب بین آنها استفاده می‌شود و از نماد « \times » پرهیز می‌شود؛

زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی «x» بعنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را

به صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x.y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشنند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

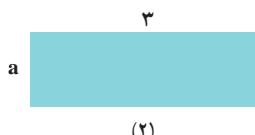
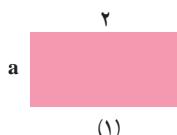
قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی :

قیمت ۷ گلابی :

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد، مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$$\text{هزینه} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

خرید اول خرید دوم

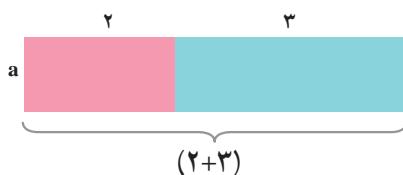


۲- (الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

$$S_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$S = S_1 + S_2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

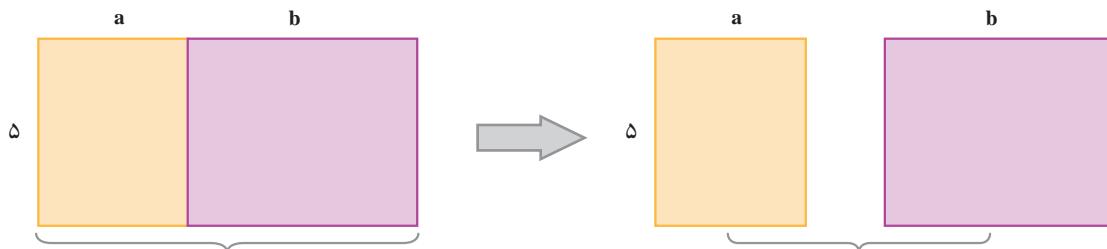
ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟



$$S = (2+3)a$$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند سؤال ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت 2 , $3a$, a , $5b$ و ab یک **جمله** است. دو جمله a , $3a$ متشابه‌اند؛ اما ab و $3a$ **متشابه** نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفکیق می‌کنیم. گفتگویی است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید، مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت باید رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و ضرب، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و بی‌اثر بودن پرانتز در ضرب، $a(bc)$ از اهمیت زیادی برخوردار است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1)+(2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$$

$$(4n-7)+(7n+4) =$$

$$3a-8b+6a+6b =$$

$$7a+6a-2a+3b =$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 =$$

$$2x-4y+7-3x+2y+1 =$$

در زیر شیوهٔ جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y) = (6-4)x+(5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوهٔ ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$3(2x+5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x+15y$$

$$-(3x-5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x+5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل دوم آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

د) دو سوم محیط (P)

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵



۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر ملی که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند. قیمت این چادر $5d+s$ است که در آن d قیمت یک متر چادر و s هزینهٔ دوخت چادر است. اگر چادر را متری 10000 تومان خریده باشد و هزینهٔ دوخت آن 2000 تومان باشد، پول چادر فاطمه چقدر می‌شود؟

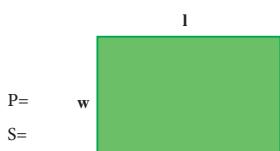
۳- عبارت‌های جبری زیر را به صورت کلامی توضیح دهید.

$$4x-7$$

$$a+8$$

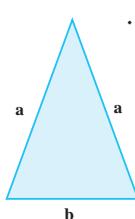
$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.



$$P=$$

$$S=$$



۵- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

۱) $3a-8+7a+6b$

۲) $(2x-8)-(3x+7)$

۳) $4(2x-1)+3x-7$

۴) $2x-7-(4x+8)$

۵) $6-7e+9h-2h+5e$

۶) $4(y+x+2)-8(x-y+1)$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟ چرا؟

۱) $t+5t$

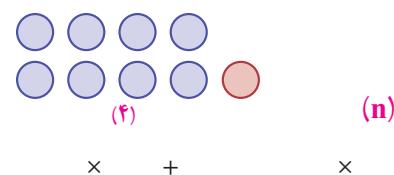
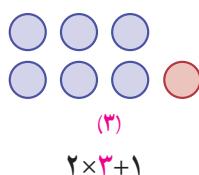
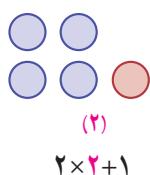
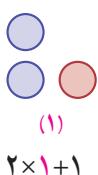
۲) $-u-3v+4$

۳) $3z+9y$

۴) $7m-9n$

مقدار عددی یک عبارت جبری

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره ها توجه کنید. چه رابطه ای بین آن و شماره شکل ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره های شکل ۴ و شکل n ام را بنویسید.

ب) با کمک عبارتی که برای جمله n ام نوشته اید، تعداد دایره های شکل دهم را پیدا کنید.

۲- اگر جمله n ام یک الگو $3n - 5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n - 7$ را به ازای عده های داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.



۴- برای پیدا کردن محیط تشك کشتی رابطه $4a = P$ را نوشته اید. محیط یک تشك کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت های جبری نمودار را کامل کنید.



$$\begin{array}{c} 2x - 5 \\ x = 3 \\ \downarrow \\ 2 \times 3 - 5 = \end{array}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عده های معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5, \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $t=6, s=3$ محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$3(t+27 \div 3)$$

$$3 : \text{حسین}$$

$$= 3 \times (6 + 9)$$

$$= 3 \times 15 = 45$$

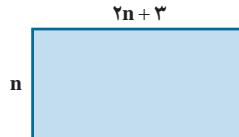
$$3 : \text{حسن}$$

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a - 1}{1 + 2a} =$$



۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \cdot y - 8) \div 12 =$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y) =$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید؛ سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y) =$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k جلد کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s جلد کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریده است.

(الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

(ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، او در مجموع چه مبلغی برداخت کرده است؟



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) را نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ ریزفیلم (مصوب فرهنگستان microfilm) و از هر نسخه چاپی یک ریزفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل ریزفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل ریزفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$m+(n-1)(n-1) \quad m = 3 \quad n = -4 \quad -6x + y(x-y) \quad x = 8 \quad y = 1$$

a	۲	-۵	$\frac{3}{4}$
$a+7$			

b	۳	-۳	۰	$-\frac{1}{2}$
$-3b+4$				

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانشآموزان پایه هفتم را برای بازدید از مناطق جنگی به شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطرار برای هر دانشآموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

(الف) هزینه خرید بلیط برای a دانشآموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

(ب) اگر مدرسه دارای 120° دانشآموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطرار دانشآموزان چقدر باید پردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad 4x-3y+7x-2(2x-y+3) \quad \begin{cases} x = 17 \\ y = -6 \end{cases} \quad 2(x-3y+1)-(2x-6y-2)$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$P = 4a$$

در تساوی مقابله عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

چه چیزی مجھول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم بینیم پاسخ رابطه $6n+7=37$ چیست؟ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عده های مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عده ها به تساوی عددی تبدیل می شود، «معادله» می گویند.

برای مثال $12 = 4n + 7$ معادله اند. جواب های معادله همان عده هایی هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x \cdot x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ چرا؟

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عدهای را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{r} 4=4 \\ +3 \\ \hline ? \\ 4+3=4+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4=4 \\ -7 \\ \hline ? \\ 4-7=4-7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4=4 \\ +1/5 \\ \hline ? \\ 4+1/5=4+1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4=4 \\ -\frac{2}{3} \\ \hline ? \\ 4-\frac{2}{3}=4-\frac{2}{3} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- دو طرف تساوی زیر را در عدهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{r} \lambda=\lambda \\ \times 3 \\ \hline ? \\ 3 \times \lambda = 3 \times \lambda \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \lambda=\lambda \\ \times (-2) \\ \hline ? \\ \lambda \times (-2) = \lambda \times (-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \lambda=\lambda \\ \times 1/5 \\ \hline ? \\ \lambda \times 1/5 = \lambda \times 1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \lambda=\lambda \\ \times \frac{2}{3} \\ \hline ? \\ \lambda \times \frac{2}{3} = \lambda \times \frac{2}{3} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه بالا استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x-1=7 \\ +1 \\ \hline 2x-1+1=7+1 \rightarrow 2x=\lambda \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \times 2x = \lambda \times \frac{1}{2} \rightarrow x=4 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=\lambda \rightarrow x=\frac{\lambda}{2}=4$$

معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-\lambda = 2x + 4$$

$$9 = 4x - 7$$

$$2x - 4 = x$$

$$3x - 4 = x$$

$$x - 6 = 1$$

$$3 + 4x = 11$$

همان طور که در فصل اول کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین، کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را

آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفسه داشت. او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و

در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفسه کاشته است؟

x : تعداد بنفسه ها در هر متر مربع

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله :

تبدیل عبارت کلامی مسئله به تساوی جبری (تشکیل معادله) :

(حل معادله) :

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$1) 2x - 3 = -9$$

$$2) 3x + 5 = 14$$

$$3) 3x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1$$

$$5) 7 + 2x = -4$$

$$6) 3x - 1 = 10$$

$$7) 2x - 4 = x$$

$$8) 3x = 6x - 7$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه

به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰۰ تومان پس گرفت. قیمت آن مداد چند تومان بوده است؟



۴- از یک توب پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و $\frac{3}{6}$ متر هم باقی مانده

است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

$$5- \text{آیا } 2x = \text{جواب معادله} \quad \frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } -3x = \text{جواب معادله} \quad x \times x - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده

است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟



حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹- دو عدد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

مرور فصل

۳

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- الگوی عددی
- عبارت جبری
- متغیر
- جملات مشابه
- معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

- پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات مشابه
- مفهوم معادله و جواب معادله
- ضرب عدد در پرانتز
- روش حل معادله
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس، حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوهای خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل‌های بعدی استفاده زیادی از جمله برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x-y+1)-4x+y-3-(2x-y-7) =$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x-3x+2(x+2)=14$$

۳- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۴۵٪ کیلوگرم از وزنش را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند

تا در ۲ هفته $1/8$ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

$$2x-1=7$$

۴- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.



۲۵ فصل هندسه و استدلال



● روابط بین پاره خطها

● روابط بین زاویه‌ها

● تبدیلات هندسی

● شکل‌های مساوی (هم نهشت)

به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیابی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند.

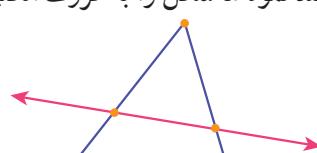
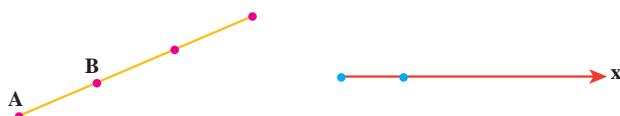
خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

روابط بین پاره خطها

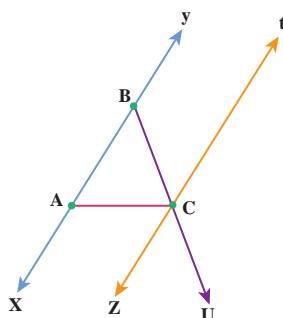
پیش

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنیم و برای نام‌گذاری امتداد خط که در شکل با پیکانه نشان می‌دهیم از حروف کوچک استفاده می‌کنیم. طول یک پاره خط را با قراردادن یک پاره خط کوچک در بالای نام آن نمایش می‌دهیم. برای مثال \overline{AB} یعنی طول پاره خط AB

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



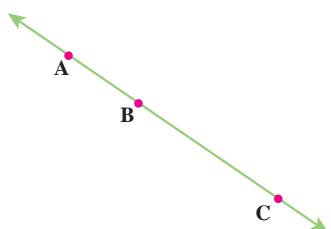
۲- در شکل زیر نام خطوط، نیم خط‌ها و پاره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط :

نیم خط :

پاره خط :



۳- در شکل مقابل نقاط A, B و C روی یک خط قرار دارند. رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \underline{\quad}$$

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \underline{\quad}$$

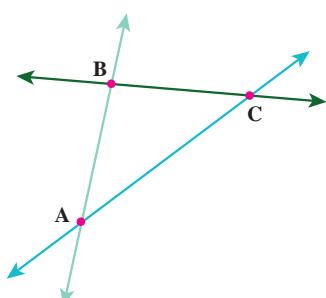
$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

$$\overline{CB} + \overline{BA} = \underline{\quad}$$

۴- در شکل زیر نقاط A, B و C روی یک خط قرار ندارند.

نقاط A, B و C یک مثلث تشکیل داده‌اند. این مثلث ABC نام دارد و آن را به صورت $\triangle ABC$ یا $\overset{\Delta}{ABC}$ نمایش می‌دهیم.

رابطه‌های زیر را کامل کنید.



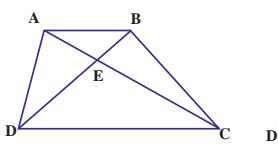
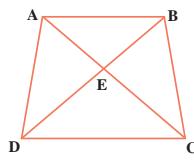
$$\overline{AB} + \overline{BC} > \underline{\quad}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \underline{\quad}$$

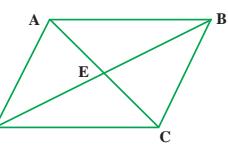
$$\underline{\quad} + \underline{\quad} > \overline{AB}$$

یک مثلث دلخواه دیگر رسم کنید و آن را ABC بنامید.

آیا همین رابطه‌ها در آن مثلث هم برقرار است؟



۱- مانند نمونه رابطه‌های دیگری را بنویسید که در همه شکل‌ها برقرار باشد.

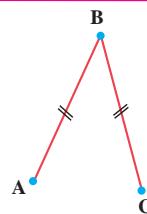
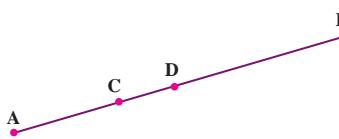


$$\overline{AB} + \overline{AD} > \overline{BD}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

۲- می‌دانیم $\overline{DB} = 4\text{cm}$ و $\overline{AC} = 2\text{cm}$ ، $\overline{AB} = 7\text{cm}$ (مخفف سانتی‌متر است).

یک رابطه جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها، طول پاره‌خط CD را به دست آورید.



۱- پاره‌خط‌های مساوی را به صورت رو به رو در شکل مشخص می‌کنیم.

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

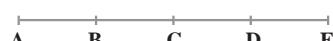
در شکل مقابل M وسط پاره‌خط AB است.
اندازه کدام دو پاره‌خط با هم مساوی‌اند؟

تساوی این دو پاره‌خط را با علامت گذاری روی شکل نشان دهید. تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AB} = \underline{\quad} \overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \underline{\quad} \overline{AB}$$

۲- در شکل زیر پاره‌خط‌های AB ، BC ، CD و DE با هم مساوی‌اند. طول کدام پاره‌خط‌ها برابر $3\overline{AB}$ است؟

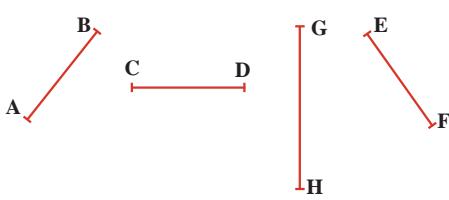


طول کدام پاره‌خط‌ها برابر $2\overline{AB}$ است؟

چند پاره‌خط در شکل رو به رو دیده می‌شود؟

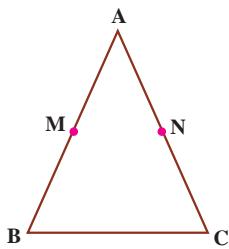
۳- با توجه به پاره‌خط‌هایی که در شکل زیر می‌بینید، اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل

کنید. (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم) :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\quad} < \underline{\quad}$$



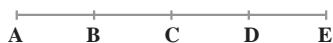
۴- مثلث ABC متساوی الساقین است؛ یعنی : $\overline{AB} = \overline{AC}$

نقطه M وسط AB و نقطه N وسط AC است.

چرا $?\overline{AN} = \overline{AM}$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \underline{\quad} \Rightarrow \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

۱- اگر پاره خط‌های AB، BC و DE با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$$\overline{AC} = \underline{\quad} \overline{AB} \quad \overline{CE} = \underline{\quad} \overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \underline{\quad} \overline{BE} \quad \overline{BC} = \underline{\quad} \overline{BC}$$

۲- در شکل مقابل نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.

می‌دانیم : $\overline{AB} = \overline{CD}$



کدام پاره خط هم اندازه AC است؟ $\underline{\quad}$ چرا؟

۱- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

ج) از دو نقطه چند خط از (نوع مختلف) می‌گذرد؟ د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

۲- یک خط رسم کنید و نقاط A، B، C و D را طوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

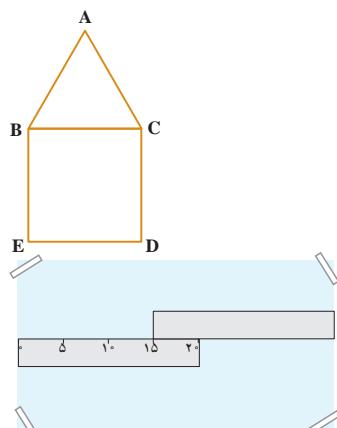
$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

۳- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذارید، چند نیم خط به وجود می‌آید که سر آن‌ها روی این نقاط باشند؟ چرا؟

۴- نقطه C وسط پاره خط AB، نقطه D وسط پاره خط AC و نقطه E وسط پاره خط AD است.



چند برابر \overline{AB} است؟



۵- در شکل رو به رو یک مربع و یک مثلث متساوی الاضلاع دیده می‌شود.

چرا $?\overline{BE} = \overline{AC}$

۶- دو خط کش ۲۰ سانتی‌متری را مانند شکل رو به رو، روی یک صفحه کاغذ قرار داده‌ایم.

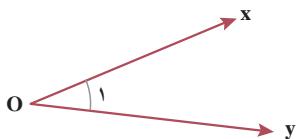
طول این صفحه چند سانتی‌متر است؟

۷- اندازه قد علی را با a، اندازه قد حسن را با b و اندازه قد حسین را با c نشان می‌دهیم.

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow$$

رابطه زیر را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

روابط بین زاویه‌ها



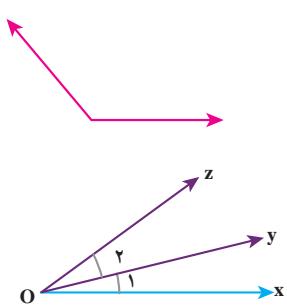
زاویه مقابله نام‌گذاری شده و به چند صورت خوانده می‌شود. چرا از حروف کوچک و بزرگ

استفاده شده است؟

$$\hat{xOy} = \hat{yOx} = \hat{O} = \hat{O}_1 = 1$$

۱- با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید، زاویه‌ها را نام‌گذاری کنید و نوع هر کدام را مشخص کنید.

پنج



۲- تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید.

$$\hat{xOy} + \underline{\quad} = \hat{xOz}$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \underline{\quad}$$

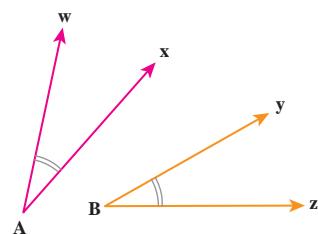
$$\hat{xOz} - \underline{\quad} = \hat{zOy}$$

$$\hat{xOz} - \hat{O}_1 = \underline{\quad}$$

۳- دو زاویه مساوی را به صورت رو به رو در شکل مشخص می‌کنیم:

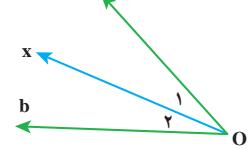
$$\hat{wAx} = \underline{\quad}$$

علامت‌ها نشان می‌دهند که:



۴- در شکل مقابله Ox نیمساز زاویه \hat{aOb} است. زاویه \hat{O} با کدام زاویه مساوی است؟

تساوی این دو زاویه را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید.



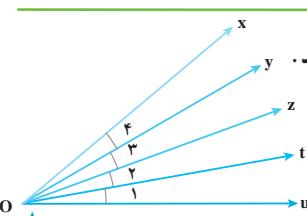
۵- در شکل مقابله دو خط یکدیگر را در نقطه \hat{O} قطع کرده‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \underline{\quad} \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 = \underline{\quad} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

می‌دانیم $\hat{O}_1 = 70^\circ$ است. اندازه زاویه‌های دیگر را با نوشتن یک تساوی پیدا کنید.

$$\hat{O}_2 = 180^\circ - \underline{\quad} = \hat{O}_4$$

$$\hat{O}_3 = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

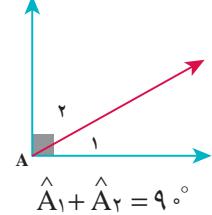


$$\hat{xOu} = \underline{\quad} = \hat{O}_1$$

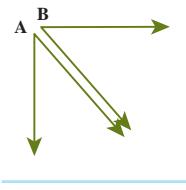
$$\hat{yOt} = \underline{\quad} = \hat{O}_2$$

$$\hat{xOt} = \underline{\quad} = \hat{tOx}$$

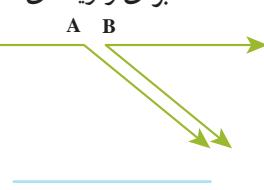
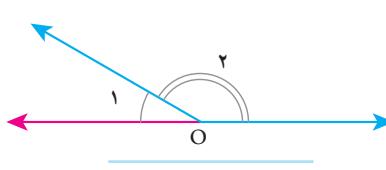
$$\hat{O}_2 = \underline{\quad} = \hat{zOu}$$



۱- زاویه‌های \hat{O}_1 , \hat{O}_2 , \hat{O}_3 و \hat{O}_4 همه باهم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.



۲- برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



۱- می‌دانیم در هر مثلث، مجموع زاویه‌ها برابر 180° است.

مثلث‌ها را با توجه به اندازه زاویه‌هایشان به سه دسته تقسیم می‌کنیم :

مثلث‌هایی که هر سه زاویه آنها تند است.

مثلث‌هایی که یک زاویه راست دارند.

مثلث‌هایی که یک زاویه باز دارند.

چرا مثلث نمی‌تواند دو زاویه راست داشته باشد؟

	متتساوی‌الاضلاع	متتساوی‌الساقین	با ضلع‌های نامتساوی
همه زاویه‌ها تند			
یک زاویه راست			
یک زاویه باز			

۲- می‌خواهیم در هر قسمت جدول مقابل یک

مثلث رسم کنیم.

در کدام قسمت‌ها نمی‌توانیم مثلثی رسم کنیم؟

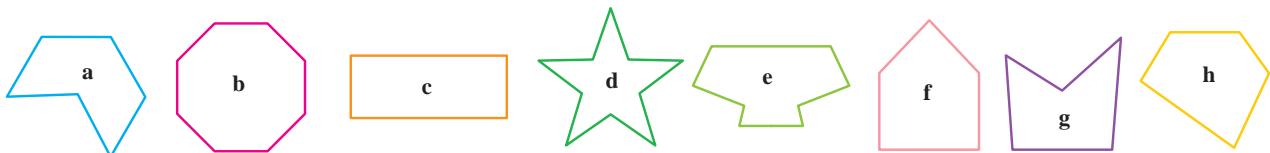
در قسمت‌هایی که می‌توانیم مثلث رسم کیم، یک مثلث بکشید.

۳- هریک از شکل‌های زیر یک چندضلعی‌اند.

چندضلعی‌هایی که هیچ زاویه بزرگ‌تر از 180° ندارند، محذب نامیده می‌شوند.

به چندضلعی‌ای که دست کم یک زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد، چندضلعی مقعر می‌گویند.

چندضلعی‌های مقعر (کاو) و محذب (کوژ) را در شکل زیر مشخص کنید.

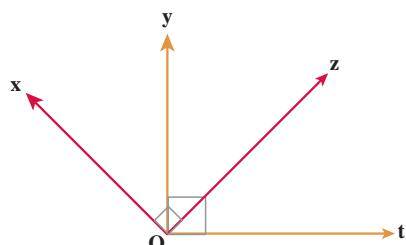
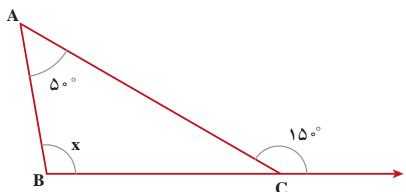
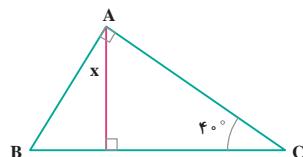
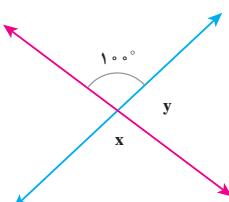
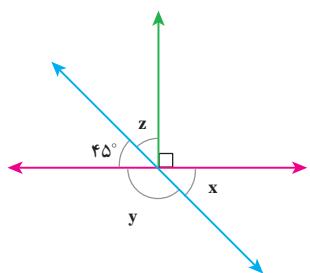
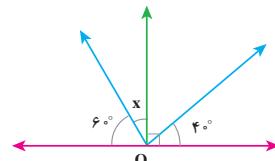
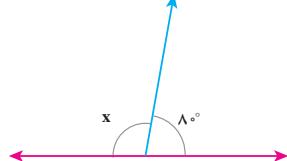
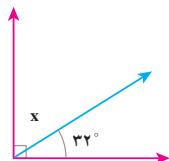
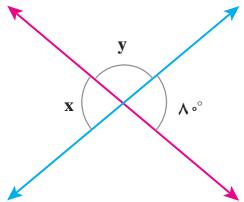


۴- به چندضلعی‌هایی که همه ضلع‌ها و زاویه‌هایشان با هم متساوی است، چندضلعی منتظم گفته می‌شود. کدام شکل در فعالیت

قبل چندضلعی منتظم بود؟

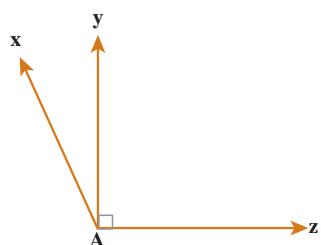
۱- یک مثال برای هر یک از زمان‌های بتوانید که عقره بین ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را تشان دهد.

۲- اندازه زاویه‌های x و y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



۳- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های \hat{xOy} ، \hat{xOz} ، \hat{tOy} ، 90° هستند.

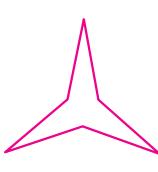
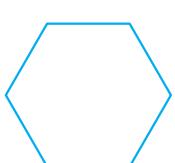
چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که: $\hat{xOy} = \hat{tOz}$ ؟



۴- در شکل مقابل اندازه زاویه \hat{xAz} برابر 120° درجه است.

زاویه \hat{xAy} چه کسری از \hat{xAz} است؟

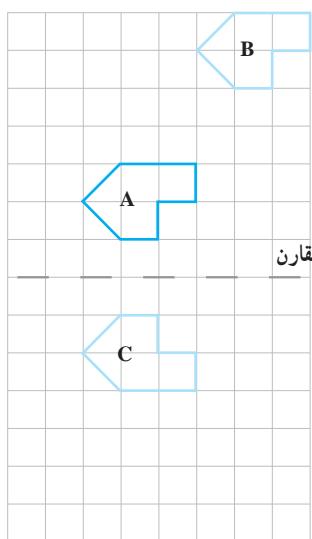
۵- شکل‌های زیر چه شباهت‌هایی با هم دارند؟ چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟



تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

۳

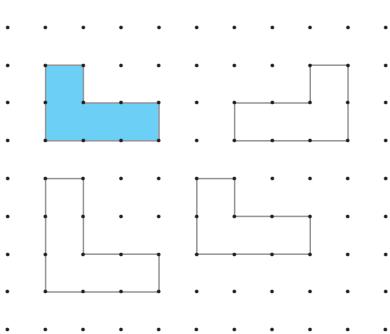
- ۱- یک کاغذ شفاف روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی کاغذتان بکشید.
کاغذ شفاف را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن روی شکل B قرار بگیرد.



بدین ترتیب تصویر شکل A را روی صفحه **انتقال** داده اید.

- ۲- دوباره کاغذ پوستی خود را طوری روی صفحه قرار دهید که تصویری که کشیده اید، روی شکل A قرار بگیرد.
کاغذتان را از روی خط تقارن تا کنید. بدین ترتیب تصویر شکل A روی کدام شکل قرار می گیرد؟
این شکل قرینه شکل A نسبت به **خط تقارن** است. قرینه شکل B را هم نسبت به خط تقارن رسم کنید و آن را D بنامید.

۴



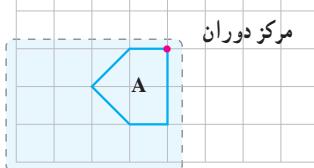
- ۱- به اندازه و جهت شکل های سفید نگاه کنید.
کدام یک از شکل ها، انتقال یافته شکل آبی است؟
این شکل را هاشور بزنید.

- ۲- کدام شکل قرینه شکل آبی است?
خط تقارن مناسب با این تقارن را رسم کنید.

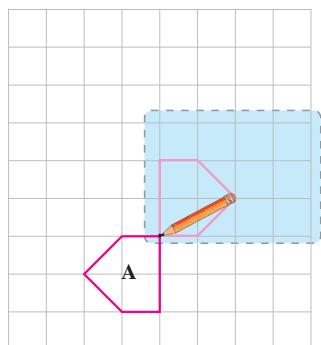
۵

وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می دهیم، تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت شکل اولیه است.
وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می کنیم، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است؛ اما جهت آن تغییر می کند.

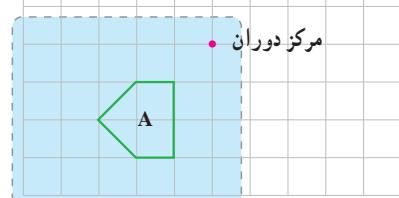
- ۱- یک کاغذ پوستی روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با استفاده از یک مداد کاغذ پوستی خود را در مرکز **دوران** شکل، روی صفحه کتاب ثابت کنید و آرام کاغذ را روی کتاب بچرخانید و به حرکت تصویر در صفحه نگاه کنید.



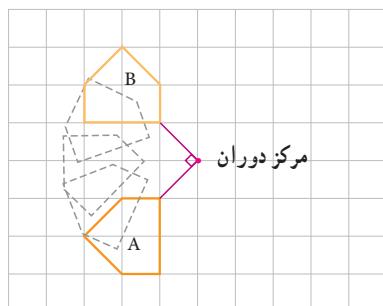
۲- اگر کاغذ پوستی را 18° درجه بچرخانید، تصویر شکل A مانند شکل رو به رو در صفحه قرار می‌گیرد. این تصویر حاصل دوران 18° درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران است.



۳- باز هم کاغذ پوستی را روی شکل قرار دهید و با استفاده از آن تصویر حاصل از دوران 18° درجه شکل A حول مرکز دوران جدید را بسازید.



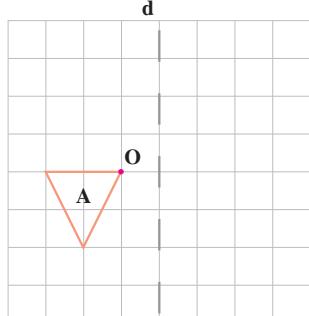
۴- با کمک کاغذ پوستی شکل A را حول مرکز دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت چرخانیده‌ایم. تصویر شکل A روی شکل B قرار گرفته است. شکل B را حول مرکز دوران، 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. شکل حاصل از این دوران را رسم کنید و آن را C بنامید.
چرا در دوران 90° درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم؛ اما در دوران 18° درجه این کار لازم نیست؟

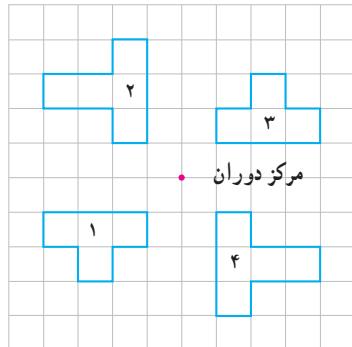


۱- الف) شکل A را 90° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.

ب) قرینه A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید.

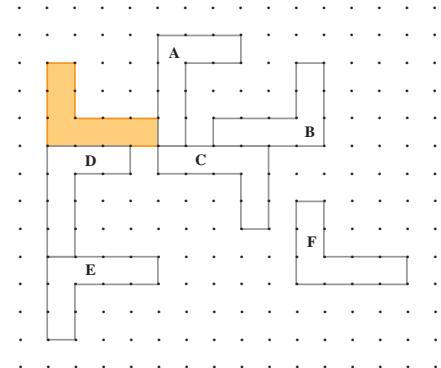
ج) آیا هر سه شکل با هم مساوی‌اند؟





۲- الف) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ① در جهت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران به دست آمده است؟

ب) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ④ حول مرکز دوران به دست آمده است؟

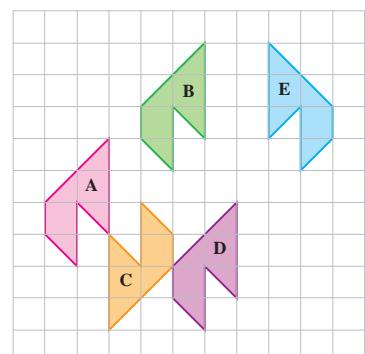


۳- همه شکل‌های مقابل با هم مساوی‌اند.

الف) کدام شکل‌ها انتقال یافته شکل رنگی هستند؟

ب) کدام شکل‌ها دوران یافته شکل رنگی هستند؟

ج) کدام شکل‌ها قرینه شکل رنگی نسبت به یک خط هستند؟



۴- در هر مورد چه تبدیلی انجام شده است؟ انتقال، تقارن محوری یا دوران؟

الف) ب) به A تبدیل شده است.

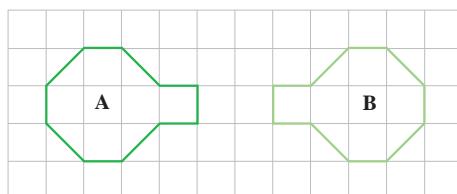
ب) به C تبدیل شده است.

ج) به E ب) تبدیل شده است.

د) به D تبدیل شده است.

ه) به C D تبدیل شده است.

۵- در هر مورد با دو تبدیل مختلف می‌توان A را بر B منطبق کرد. این دو تبدیل را نام ببرید.



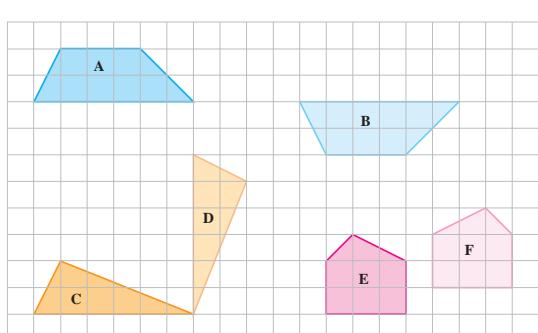
(ب)



(الف)

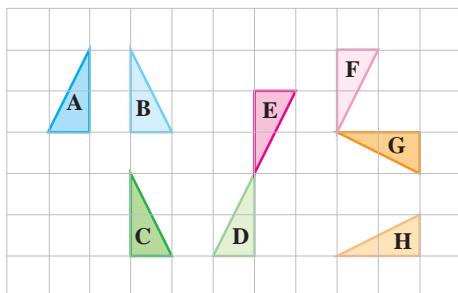
۶- در شکل مقابل کدام دو شکل مساوی، یک شکل و تبدیل یافته آن

تنها با یک تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) را تشاون می‌دهد؟



شکل‌های مساوی (هم نهشت)

3
ج

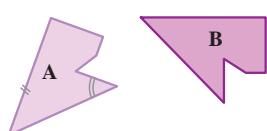


تقارن

A → B → C → D → E → F → G → H

پیکانه نوع تبدیل انجام شده (اتقال، تقارن یا دوران) را بنویسید.

۱- الف) هر شکل با یک تبدیل، به شکل بعدی تبدیل شده است. روی هر

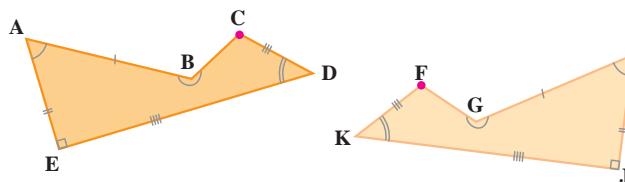


باهم هم نهشت (مساوی) اند.

دو شکل مقابل با هم هم نهشت اند.

یک ضلع و یک زاویه از شکل A مشخص شده است.

ضلع و زاویه مساوی (متناظر) با آنها در شکل B را با علامت گذاری مشخص کنید.



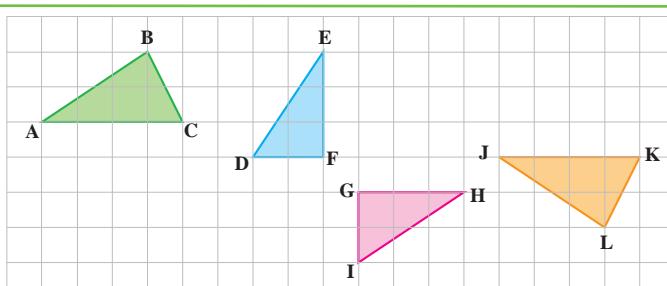
۳- دو شکل مقابل هم نهشت اند. این عبارت را در ریاضی

به صورت $ABCDE \cong HGFKJ$ نمایش می‌دهیم.

در دو شکل هندسی هم نهشت، اجزای متناظر دو به دو با

هم برابرند.

به چگونگی نمایش برای ضلع‌ها و زاویه‌ها در دو شکل بالا توجه کنید.



۱- مثلث‌های هم نهشت را در شکل بیابید

و به زبان ریاضی بنویسید.

ج

۲- در شکل مقابل دو مثلث هم نهشت دیده می‌شود.

ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی دو شکل را با علامت گذاری مشخص کنید. تساوی اجزاء

متناظر این دو مثلث را کامل کنید.

$\hat{A} =$

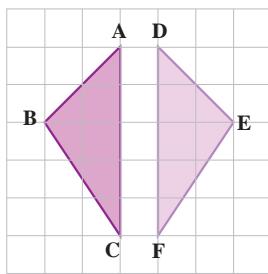
$\overline{AB} =$

$\hat{B} =$

$=$

$\hat{C} =$

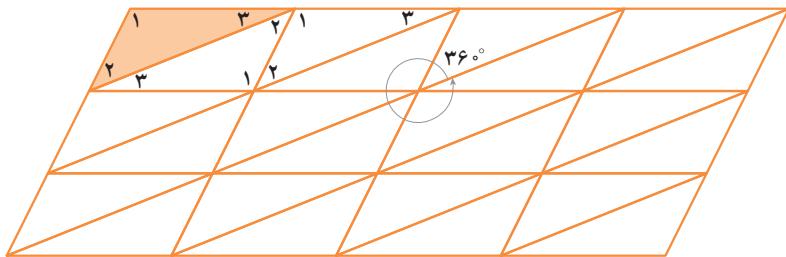
$=$



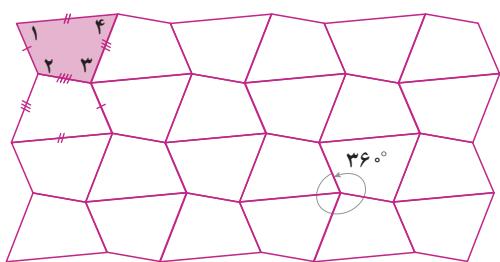
- ۱- با انجام تبدیلات متواالی روی یک مثلث، قسمتی از صفحه را پوشانده‌ایم. مثلث‌هایی را که از انتقال مثلث رنگی به‌دست آمده‌اند، رنگ کنید.

هیک از مثلث‌های سفید را می‌توان با دوران 180° درجه بکی از مثلث‌های رنگی به‌دست آورد.

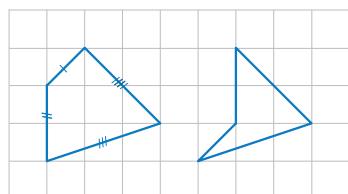
زاویه‌های مساوی در همه مثلث‌ها را با شماره‌گذاری آنها مشخص کنید. آیا همه این مثلث‌ها با هم مساویند؟



- ۲- با انجام تبدیلات متواالی روی یک چهارضلعی قسمتی از صفحه را پوشانده‌ایم. چهارضلعی‌های رنگی به‌دست آمده‌اند، رنگ کنید. با چه تبدیلی می‌توان چهارضلعی‌های سفید را به‌دست آورد؟

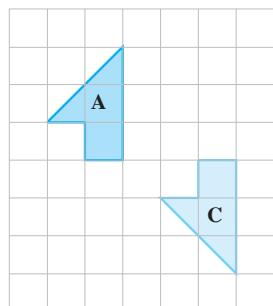


ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.
آیا همه این چهارضلعی‌ها با هم مساوی‌اند؟



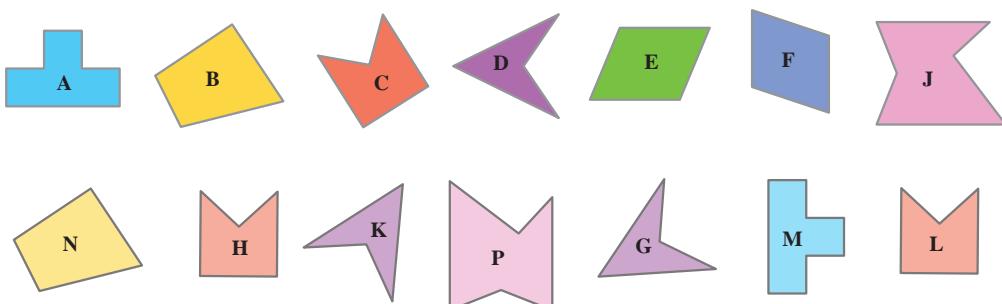
- ۱- در شکل مقابل ضلع‌های دو چهارضلعی، دو به دو با هم برابرند.
الف) با علامت گذاری مناسب تساوی ضلع‌ها را نمایش دهید.
ب) آیا این دو چهارضلعی با هم مساوی‌اند؟

- ۲- می‌خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که بتوانیم با دو تبدیل متواالی، شکل A را بر شکل C منطبق کنیم. شکل B را رسم کنید و روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام‌شده را بنویسید.

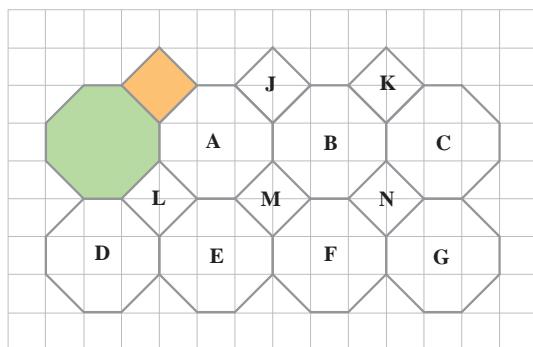


$A \longrightarrow B \longrightarrow C$

۳- به کمک کاغذ پوستی شکل های مساوی را پیدا کنید و تساوی شکل ها را به زبان ریاضی بنویسید.



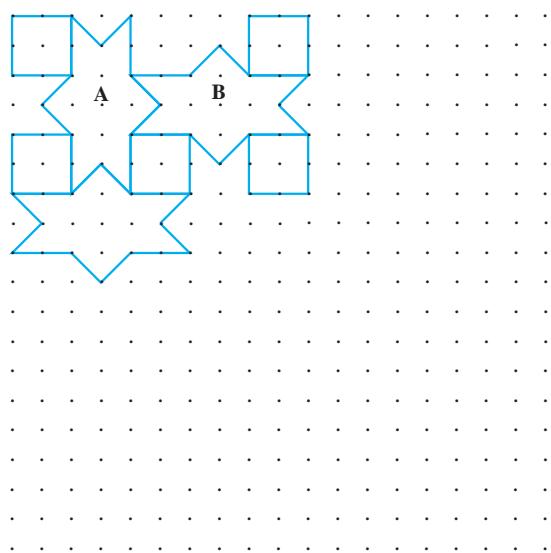
۴- با انجام تبدیلات متواالی روی یک هشت ضلعی و مربع، قسمتی از صفحه را پر کرده ایم.
به چند طریق می توان تنها با یک تبدیل هشت ضلعی رنگی را بر شکل C منطبق کرد؟



۵- شکل زیر قسمتی از کاشی کاری یک بنای قدیمی را نشان می دهد.

الف) چگونه می توان با دو تبدیل متواالی A را بر شکل B منطبق کرد؟

ب) با ادامه الگوی ایجاد شده، صفحه را پر کنید.



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

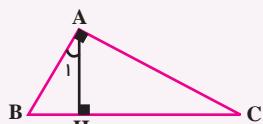
- تبدیل‌های هندسی
- شکل‌های همنهشت
- اجزاء متضاظر

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| ● نام‌گذاری زاویه | ● نام‌گذاری پاره‌خط، نیم‌خط و خط |
| ● نوشتند رابطه بین زاویه‌ها | ● نوشتند رابطه بین پاره‌خط‌ها |
| ● دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس | ● نتیجه‌گیری از چند تساوی درست |
| ● پیدا کردن قرینه یک شکل | ● انتقال یک شکل |
| ● نوشتند تساوی اجزاء متضاظر دو شکل | ● پیدا کردن دوران یافته یک شکل |

کاربرد این درس را در فصل هفتم (بردار) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک رایانه‌ای، طراحی و ... نیز کاربرد دارد.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.



۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}$ است؟

۲- قرینه شکل را مقابله به پاره‌خط BC پیدا کنید.

دوران یافته شکل جدید را نسبت به نقطه C با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید.
اجزاء متضاظر شکل اول و آخر را با علامت‌گذاری مشخص کنید.





۵ فصل

شمارنده‌ها و اعداد اول



- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک

دسته‌بندی کردن، به ویژه ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.

عدد اول

3



۱- داشنآموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۵	۶	۵	۲	۲

با کمترین جایه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

معنی دو دسته ۳ تایی $= 2 \times 3$

$= 6$

$6 =$

$= 6$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم‌ها باید باقی مانده بیاورند).

$10 \div 2 = 5$

معنی: ۱ را می‌توان ۲ تا شمرد.

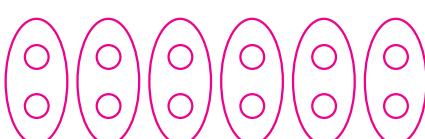
$10 \div$

$10 \div$

$10 \div$

۴- مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته‌های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب

شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



۱۲: شمارنده‌های ۱, ۲,

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

: شمارنده‌های ۱۴

: شمارنده‌های ۱۵

: شمارنده‌های ۹

: شمارنده‌های ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم است؟ چرا؟

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم است؟ چرا؟

لگاریتم

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد است.

همه شمارنده‌های بک عدد آن عدد هستند.

بعضی از اعدادها فقط

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دارد.

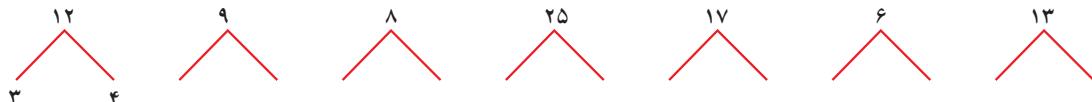
عدد	شمارنده‌های عدد		
۹			
۱۵			
۴			
۱۴			
۵			
۱۳			

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



به عددهایی مثل ۱۳، ۵ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد است، **عدد اول** می‌گویند.

۱- مانند نمونه اعداد را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام اعداد را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، ۷ که در دستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از اعدادهای طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰

۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰

۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ است؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می‌توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.

۴- کدام یک از عددهای رو به رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۲۴

۱۸

۲۰

۳۰

۴۰

۵۰

۶- جملات درست را با \checkmark و جملات نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

* هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. عدد ۲۹ اول است.

* تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می‌شود.

* اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.



دانشآموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروههایی با تعداد مساوی که تعداد

نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می‌نویسیم $18 = 3 \times 6$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

* مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

* مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

* مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید) به سؤال زیر پاسخ دهید.

* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟

شمارنده اول

۳

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

: شمارنده‌های ۱۲

: شمارنده‌های ۳۵

: شمارنده‌های ۱۴

: شمارنده‌های ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول آند، خط بکشید.

شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی اند؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت (تجزیه کرد) :

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 =$$

$$80 =$$

$$210 =$$

$$20 =$$

$$200 =$$

شمارنده‌های اول، عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را بدست آورد.

$$\text{مانند: } 12 = 3 \times 2 \times 2$$

به نظر شما عدد ۷ چند شمارنده اول دارد؟ چرا؟

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

=

=

=

=

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

لذت
از
جستجو

۱- شمارنده‌های اول عده‌های زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.

۱۰۰

۳۶

۸

$100 =$

$36 =$

$8 =$

۲- با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیه آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

۱: هیچ شمارنده اولی استفاده نشود

$1 \times 2 = 2$ و $1 \times 3 = 3$: یک شمارنده اول استفاده شود

$1 \times 2 \times 2 = 4$ و $1 \times 2 \times 3 = 6$: دو شمارنده اول استفاده شود

$1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$: سه شمارنده اول استفاده شود

۱۲، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده‌های

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{\cancel{3} \times 6}{\cancel{3} \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل‌های اول) عده‌های صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع

شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} =$$

$$\frac{28}{42} =$$

$$\frac{81}{32} =$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عده‌های طبیعی‌اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابله درآمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد.

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابله درآمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کنید و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

۸- جملات درست را با و نادرست را با مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

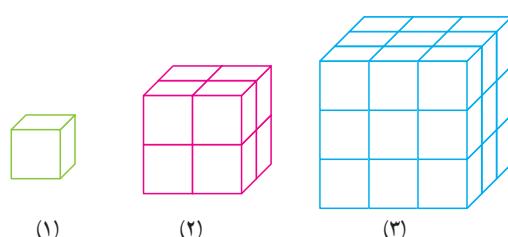
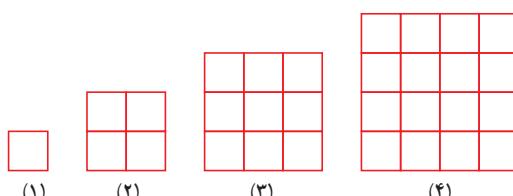
الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های او لش ۲ است.

ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

د) تعداد عددهای اول بی‌پایان اند.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n هر کدام را بنویسید.



بزرگ‌ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانشآموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانشآموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانشآموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان بر پا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانشآموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.
امید از روش زیر استفاده کرد :

$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$: تمام شمارنده‌های ۱۸ = شمارنده‌های مشترک دو عدد

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$: بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 2 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را **b.m** می‌نویسند. **b.m** دو عدد **a** و **b** را به صورت **(a و b)** نشان می‌دهند. مانند :

$$18 = 2 \times 2 \times 3$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م. آنها را پیدا کنید.

$$(14 \text{ و } 12) =$$

$$(20 \text{ و } 30) =$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م. دو عدد را پیدا کنید.

$$(48 \text{ و } 36) =$$

$$(42 \text{ و } 30) =$$



۱- می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های

مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی مربعی چه عده‌هایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

۳

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشند (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟

چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشند (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب

است؟ چرا؟

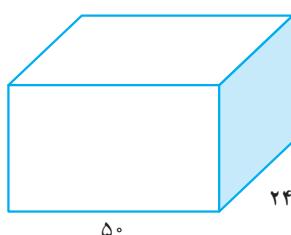
۲- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین

کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتون مکعب مستطیل به ابعاد $50 \times 24 \times 30$ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

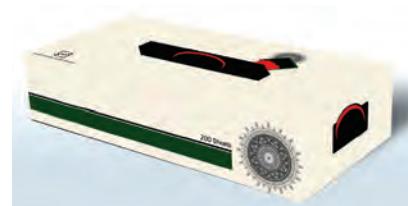
در این مسئله ابعاد کارتون چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند؟ با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود

چند جعبه در این کارتون جا گرفته است؟

۳۰



۵۰



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) =$$

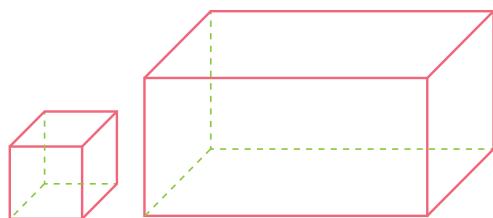
$$(28 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36) =$$

$$(28 \text{ و } 12 \text{ و } 36) =$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم یا یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟



۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم. بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود.

اگر عددی بر عدد دیگری بخش‌پذیر باشد، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است.
کوچک‌ترین مقسوم‌علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} =$$

$$\frac{35}{245} =$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) =$$

$$(216 \text{ و } 108) =$$

$$(121 \text{ و } 55) =$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n *$$

* ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

* اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a .

کوچک ترین مضرب مشترک

۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عدهای صحیح به دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و — و — و ۱×۳ و ۰×۳ و (۱)×۳ و — و — و ...

۲- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می آید.

مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

۲... و — و — و — و ۶ و ۴ و ۲ : مضرب‌های ۲

۷: مضرب‌های :

۵: مضرب‌های :

در این نحوه نوشتند علامت ... به چه معناست؟

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

دهمین مضرب ۹:

سو میں، مختصر ۶:

اولین مختصر ۷:

۲۴ حندمیں، مضر ب ۶ است؟

۸. حندمیں، مضبوط است؟

۱۴۴ حندمن، مضر ب ۶ است؟

٣٦ حندسی، مضری ۲ است؟

۲- آیا تعداد شیما، نده‌های بک عدد محدود است؟

تعداد مضرب‌های یک عدد حطمه،؟

در پکیازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ تا حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ تا حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد

صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟

A
B



A مضارب :

مضارب مشترک :

B: مضارب

کوچک ترین مضرب مشترک :

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد a و b را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت $[a \text{ و } b]$ نمایش می‌دهند.

$$[6 \text{ و } 4] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

: مضارب ۱۸

: مضارب ۱۲

: مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲

$$[18 \text{ و } 12] =$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] =$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید.

می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده $\underline{\quad}$ است. ششمین مضرب $\underline{\quad}$ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده $\underline{\quad}$ است. چهارمین مضرب $\underline{\quad}$ عدد $\underline{\quad}$ است.

عددهای $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ شمارنده‌های $\underline{\quad}$ هستند. عدد $\underline{\quad}$ بر $\underline{\quad}$ و $\underline{\quad}$ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است، یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \underline{\quad}$$

$$[6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} =$$

$$[15 \text{ و } 20] =$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} =$$

$$[12 \text{ و } 18] =$$

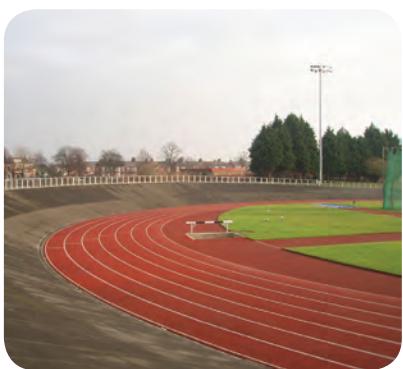
۱- هر 20° دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافربری حرکت می‌کند.

اتوبوس‌های خط B هر 30° دقیقه از پایانه حرکت می‌کنند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B همزمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به طور همزمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟



۲- یک پیست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید

و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر 35 ثانیه یک دور کامل میدان دو را طی کند و فرامرز هر 21 ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟



۳- آیا 21° مضرب مشترک 7 و 3° است؟ چرا؟

آیا 42° مضرب مشترک 7 و 3° است؟ چرا؟

دو عدد 7 و 3° چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

* اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشد، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.

* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$n = [1n]$ *

$n = [n_0n]$ *

* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

* حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(20 \cdot 3^{\circ}) =$$

$$(5 \cdot 7) =$$

$$(15 \cdot 3) =$$

$$[4 \cdot 12] =$$

$$[3^{\circ} \cdot 5^{\circ}] =$$

$$(38 \cdot 19) =$$

$$[15 \cdot 3^{\circ}] =$$

$$[4 \cdot 9] =$$

$$[4 \cdot 9] =$$

$$[7 \cdot 2 \cdot 3] =$$

$$(3 \cdot 2 \cdot 7) =$$

$$[6 \cdot 4] =$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال

برنیزید.

- عدد اول ● شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد ● شمارنده اول ● مضرب ● ب.م.م ● ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه

کنید.

- پیدا کردن عدد های اول ● نوشتن شمارنده های یک عدد

- ساختن عدد های مختلف با شمارنده های اول ● پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

- پیدا کردن تمام شمارنده های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

- تجزیه عدد به شمارنده های اول

- نوشتن مضرب های یک عدد ● پیدا کردن ب.م.م دو عدد

- رابطه بین مضرب و شمارنده ● پیدا کردن ک.م.م دو عدد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. در ک شمارنده های اول یک عدد زمینه ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = 60 =$$

۳- عددهای اول بین 5° تا 8° را بنویسید.

۴- با شمارنده های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.



٦. فصل سطح و حجم



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح



اهمیت بسته‌بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته‌بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته‌بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته‌بندی‌ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح ساخته می‌شود.

حجم‌های هندسی



۱- به اطراف خود(کلاس، خانه، خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.

آیا چیزی بیندا می‌کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل چه نوع حجم‌هایی را می‌بینید؟

آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟

آیا می‌توانید یک طبقه‌بندی از انواع حجم‌ها ارائه کنید؟

حجم‌ها را می‌توان به دو دستهٔ هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم‌های هندسی شکل‌های مشخص و تعریف شده دارند. حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دستهٔ اصلی تقسیم کرد. **منشوری - کروی - هرمی**. برخی از حجم‌های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع‌اند.

۱- در تصویر فعالیت بالا حجم‌های هندسی را با و غیرهندسی را با مشخص کنید.

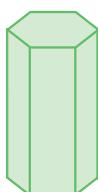
در حجم‌های هندسی نوع آن را تعیین کنید.

در حجم‌های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم‌هایی ساخته شده‌اند.

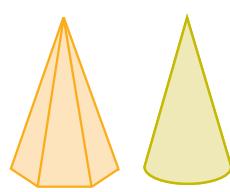
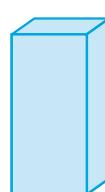
۲- با توجه به شکل‌های زیر خصوصیت‌های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم‌های کروی



حجم‌های منشوری



حجم‌های هرمی

حجم‌های منشوری :

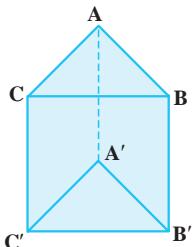
حجم‌های هرمی :

حجم‌های کروی :

حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

به این دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می‌کنند، **قاعده** و به سطح‌های اطراف آن **وجه‌های جانبی** می‌گویند. به محل برخورد سطح‌ها **یال** و به نقطه برخورد هر سه سطح **رأس** می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه جانبی دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

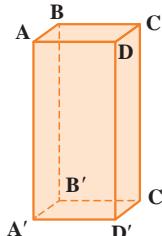


تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :



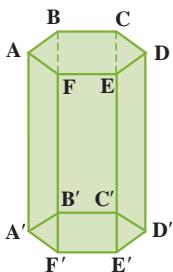
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور سه پهلو



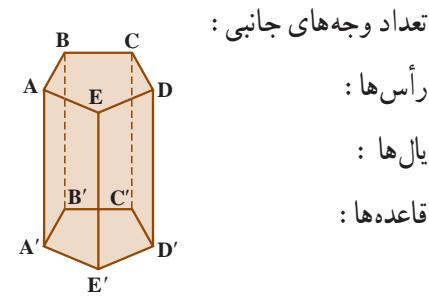
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور چهارپهلو



تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

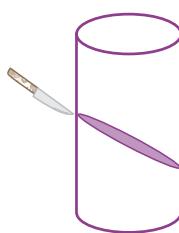
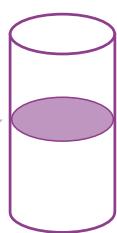
قاعده‌ها :

منشور شش پهلو

۲- برای اینکه در نام بدن یال و رأس چیزی جا نیفتند، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳- آیا استوانه هم یک حجم منشوری است؟ چرا؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند شکل‌های



مقابل آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار **مقطع زدن** می‌گویند.

نرم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت تمایل از آنها استفاده کنید.

۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟

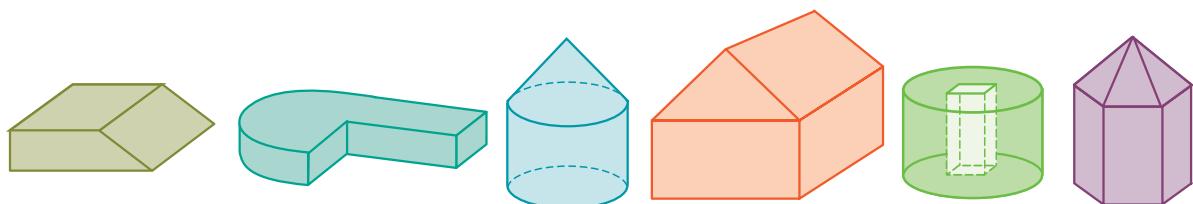
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟

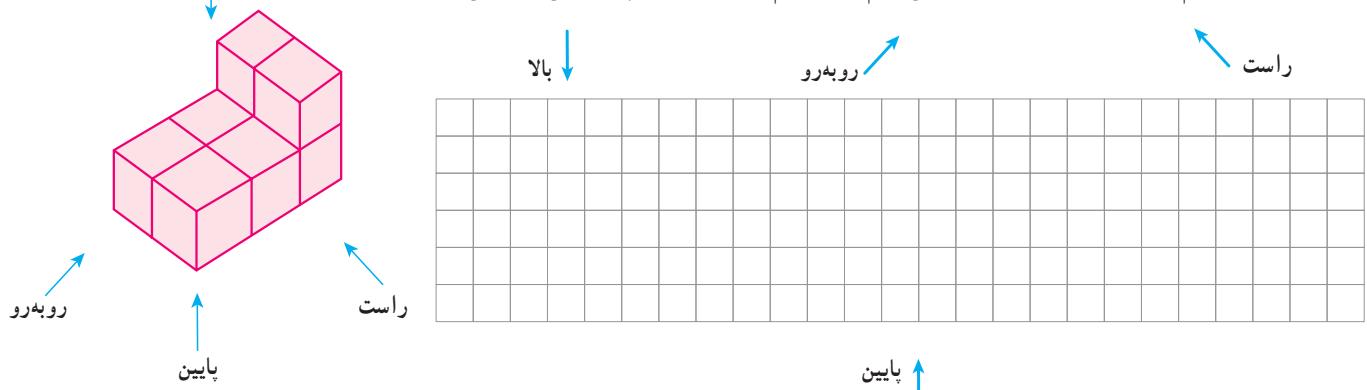
یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟

رأس‌های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعدة استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

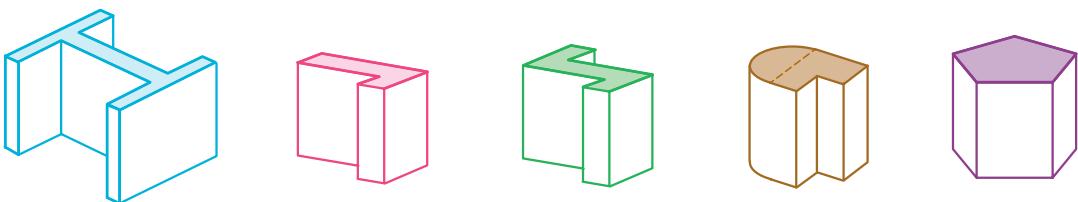
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم‌های زیر، ترکیبی از کدام حجم‌ها هستند؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می‌کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



۶- بلورهای (مصوب فرهنگستان Crystal) معدنی به طور طبیعی شکل می‌گیرند، ولی دارای حجم هندسی‌اند. برای نمونه

مشخص کنید ۳ بلور زیر از چه حجم‌هایی درست شده‌اند؟

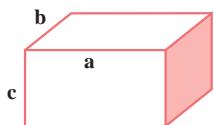


محاسبه حجم های منشوری

پنجم

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس

جبر که در فصل قبل آموختید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.

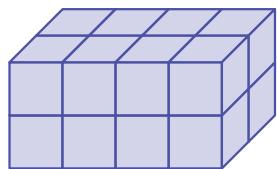


$$\text{حجم} = V =$$

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)

اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم،

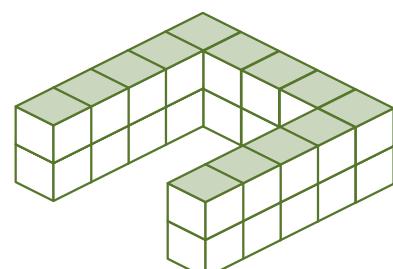
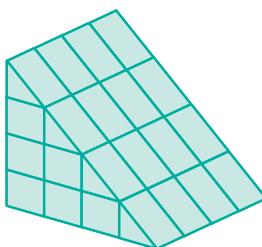
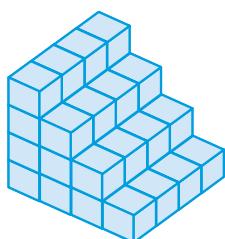
حجم آن چقدر می شود؟



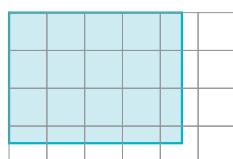
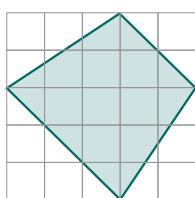
اگر قاعده مکعب مستطیل 4×3 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب می گویند.

مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.

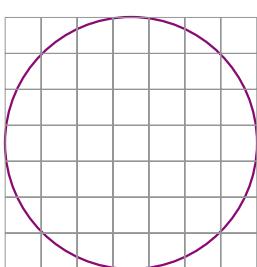


۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مریع هایی به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مریع به ضلع یک سانتی متر است (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید).



اگر روی این قاعده های منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مریع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟



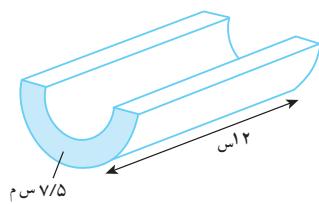
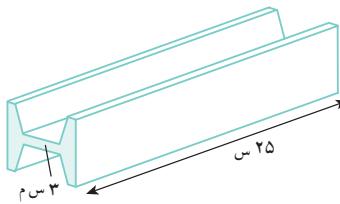
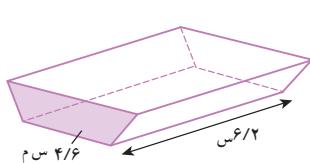
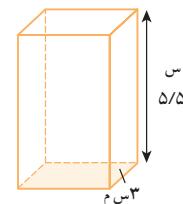
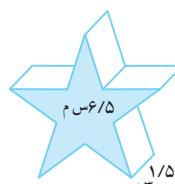
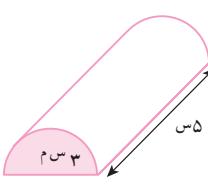
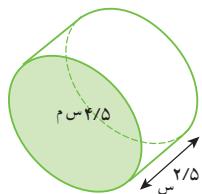
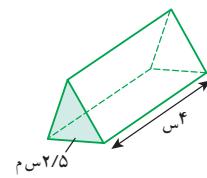
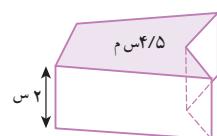
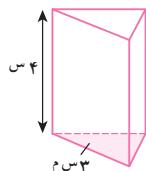
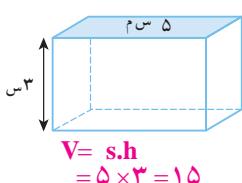
برای مثال قاعده یک استوانه را که به شکل دایره است، با مریع های واحد تقریب بزنید و حجم

استوانه به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.

۱- با توجه به فعالیت صفحهٔ قبل، رابطهٔ جبری به دست آوردن حجم‌های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعدهٔ منشور (S) و

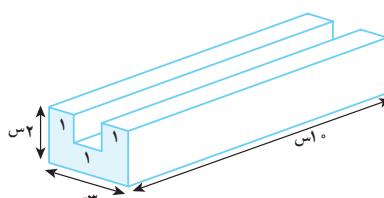
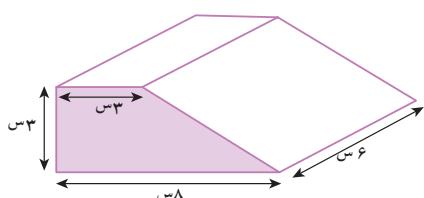
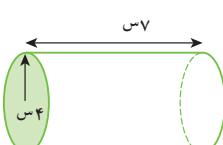
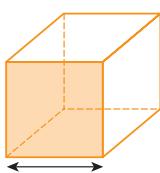
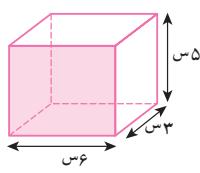
ارتفاع منشور (h) است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطهٔ بالا و مساحت قاعدهٔ داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳- ابتدا مساحت قاعدهٔ و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر شکل

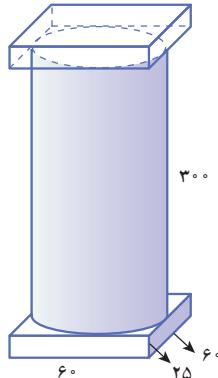
رابطه‌های جبری را بنویسید.



۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن $8/8$ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می‌گیرد؟

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن 25 ، عرض آن 12 و ارتفاعش 5 سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتون که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد 50 و 30 و 24 سانتی متر است، جا می گیرد؟

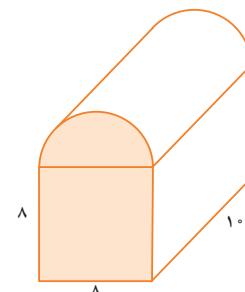
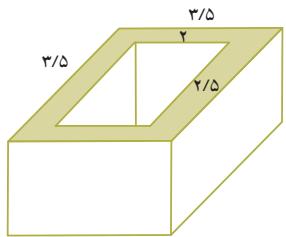
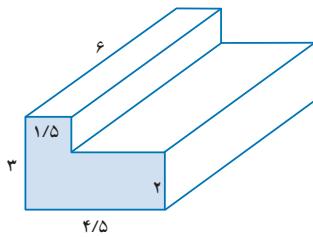
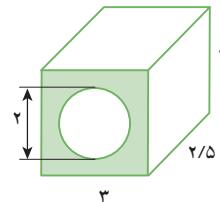
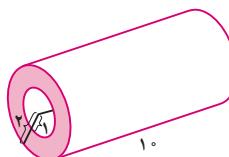
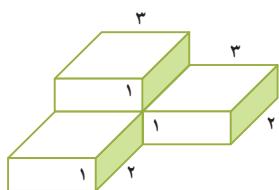


۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

(کل شکل را مکعب مستطیل و یا استوانه در نظر بگیرید).

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید و مجموع را به دست آورید (شعاع قاعده استوانه چند است؟). تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- چاهی به عمق 12 متر حفر کردہ ایم. شعاع دهانه این چاه $\frac{1}{4}$ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود، حجم آن $\frac{1}{3}$ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد 4 و 5 متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل که ابعاد آن 4 و 3 و $1/5$ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه 60 لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

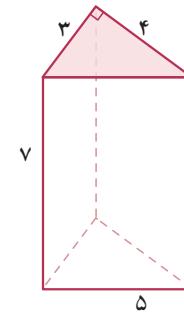
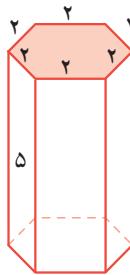
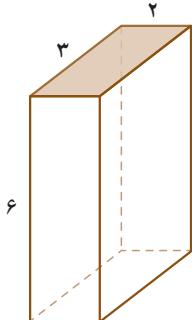
۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن 30 سانتی متر و شعاع قاعده آن 8 سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها 10 سانتی متر و شعاع قاعده آن 4 سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان را پُر می کند؟

۶- قاعده یک منشور سه پهلو منث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائم آن 3 و 4 است. ارتفاع این منشور 6 سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

مساحت جانبی و کل

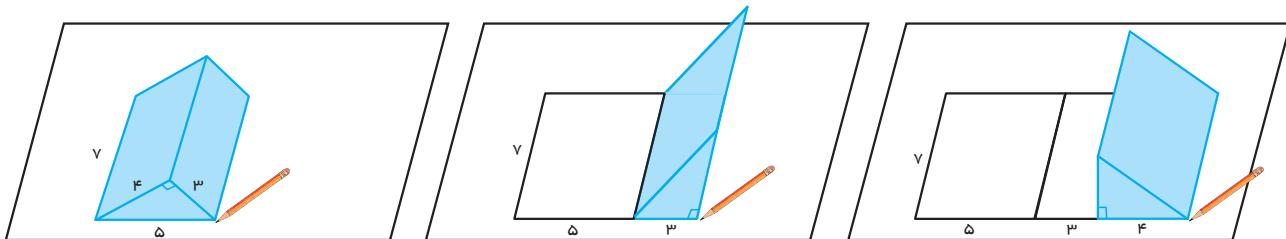
۱- مساحت همه وجههای جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه جانبی چه شکلی دارد؟

به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.



۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پہلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و به اندازهٔ

طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.

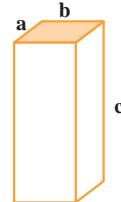
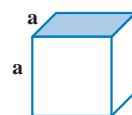
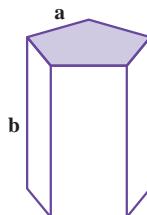
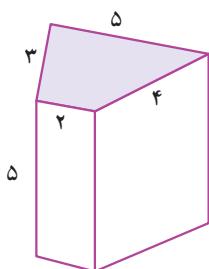


با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟

۳- با توجه به ۲ سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با P و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطهٔ جبری مساحت جانبی منشورهای

بالا بنویسید.

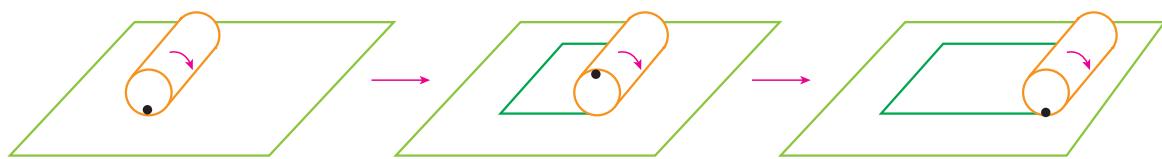
۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



۲- ستونی به شکل منشور ۶ پہلوست که هر ضلع آن $2/5$ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنهٔ جانبی این ستون را کاشی کاری

کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلتانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.

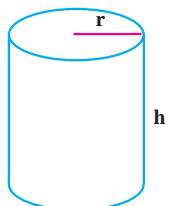


با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟

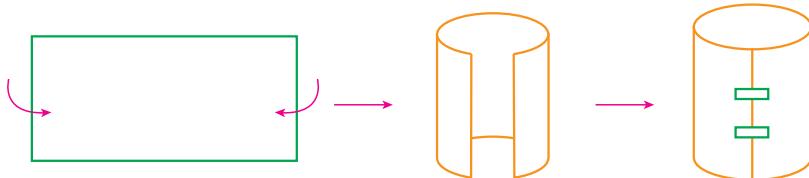
مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.

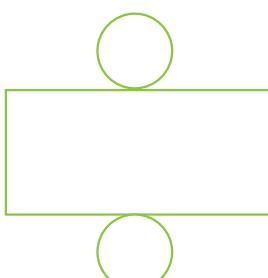


$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره، قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد.



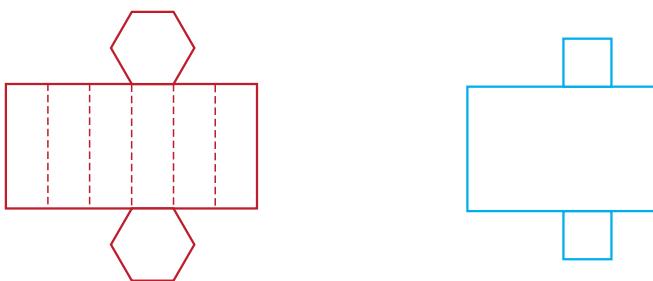
۲ دایره و یک مستطیل **مساحت کل** استوانه را تشکیل می‌دهند.

شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.

چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟

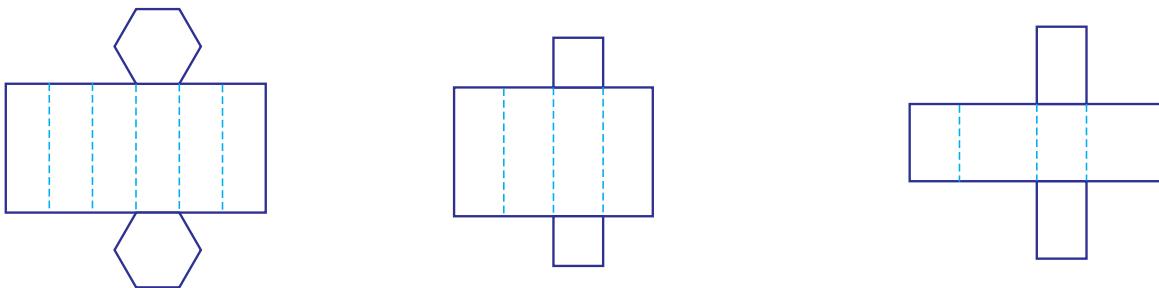
۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.



چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟

۱- در شکل زیر گستردۀ چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گستردۀ شکل وسط به یک مکعب تبدیل می‌شود؟

۲- یک غلتک روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود.

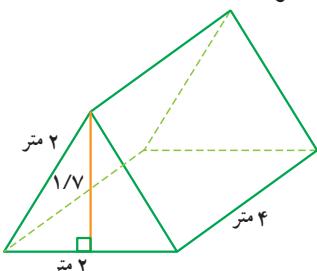


اگر شعاع غلتک ۵° سانتی‌متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک

کوچه به طول ۲۰° و عرض ۴ متر، این غلتک باید به‌طور تقریبی چند بار بچرخد؟

۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می‌کند تا خشک شود.

اگر این چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی‌متر و قطر ۷۰ سانتی‌متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



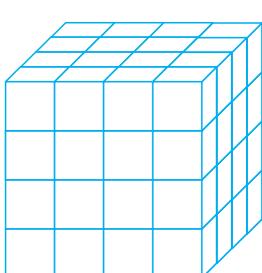
۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟
حجم این چادر چقدر است؟

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه‌ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهیم بدنه خارجی و سقف

آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می‌خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی‌متر مربع مقوا به کار می‌رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰° و ۵۰° و ۴۰ سانتی‌متر را با کاغذ کادو پوشانده‌ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی‌مترمربع کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل کاغذ لازم خواسته شده است؟



۸- با مکعب‌های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته‌ایم. اگر تمام سطوح‌های این حجم را

رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی‌شوند؟

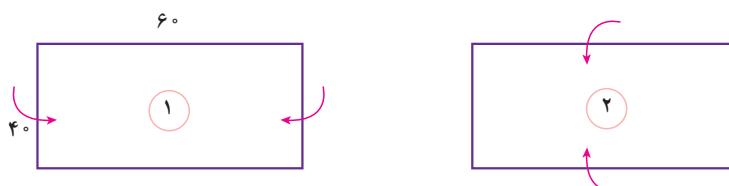
چند مکعب رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟

حجم و سطح

۱- یک مستطیل به طول و عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می کنیم تا استوانه به دست آید.



در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه های جبری کمک بگیرید. برای ساده تر شدن محاسبه ها عدد

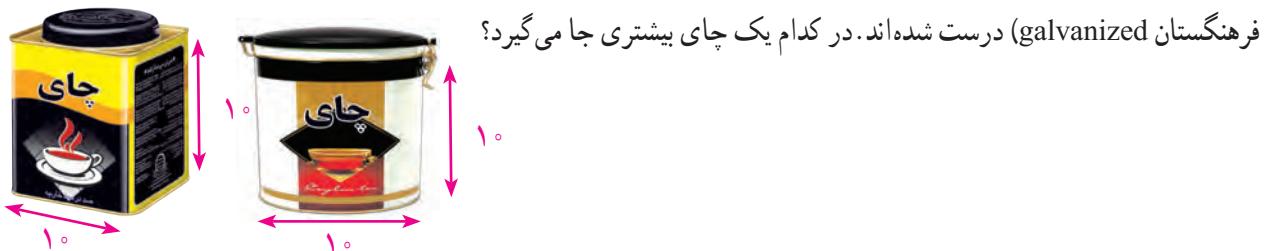
بی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$$V_1 = h_1 \times S_1 = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi =$$

$$V_2 = h_2 \times S_2 =$$

با مقایسه حجم ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه ای می گیرید؟

۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته بندی به شکل های زیر ارائه می کند. هر دو نوع قوطی با ورق روی انود (مخصوص



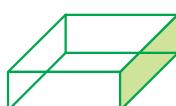
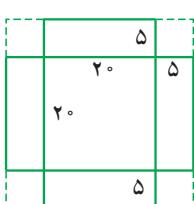
در کدام یک ورق روی انود بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

باتوجه به عده های بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته بندی را انتخاب می کنید؟ چرا؟

کدام نوع بسته بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می گیرد؟ چرا؟

برای بسته بندی شیرینی، جعبه هایی را درست می کنند. شکل گسترده این جعبه ها به صورت زیر است و پس از تا کردن مربع های

کوچک گوش ها روی هم قرار می گیرند و جعبه درست می شود.

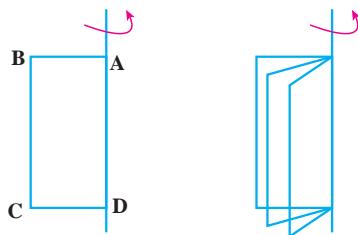


باتوجه به اندازه های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

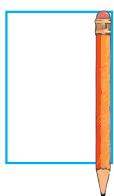
اگر به جای ۵ سانتی متر لبه ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم، جعبه ای که با همین مقوا ساخته می شود، حجم بیشتری دارد یا کمتر؟

می‌کنند.

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت



شما هم مانند شکل مقابل کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

مشخصات آن حجم را بنویسید.

با حرکت یک سطح در فضای حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

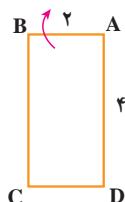
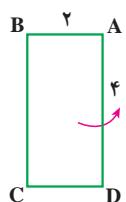


۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفه و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید.

از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

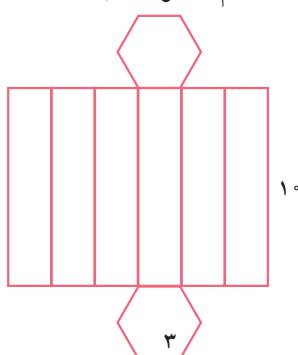
۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



۱- یک مقوا به طول و عرض، 5×20 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×10 را

به شکل یک استوانه در آورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.



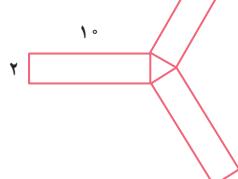
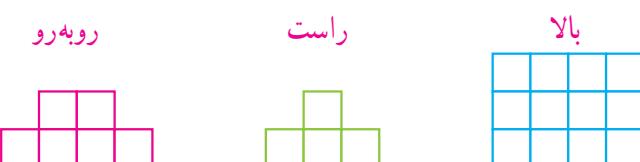
۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم 32 سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $\frac{1}{2}$ و 4 و 4 است.

$\frac{1}{3}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول 20 سانتی متر و عرض 10 سانتی متر ساخته شده به‌طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع

استوانه 20 است).

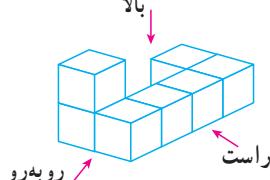
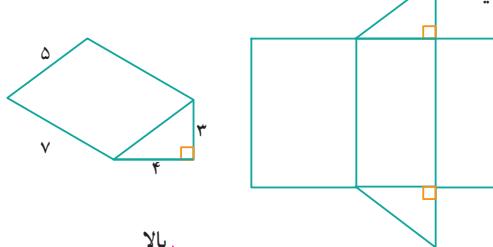
۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و رو به رو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.



۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می‌دهد.

مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و رو به رو چگونه دیده می‌شود؟

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- مساحت کل
- مساحت جانبی
- گستردگی
- حجم هندسی
- حجم منشوری

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گستردگی آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که با یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه

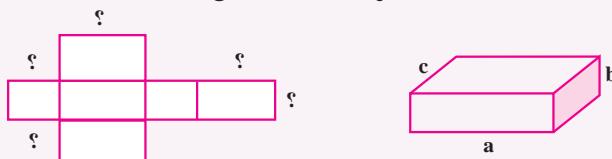
بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطوح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را توانستید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

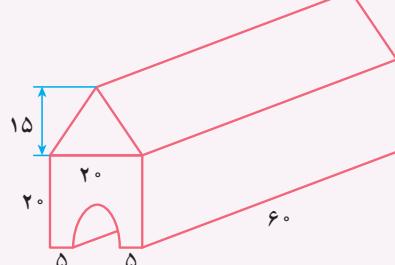
۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

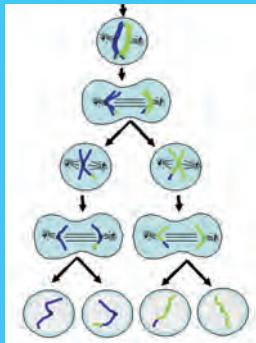
۲۰- منشور چهار پهلو با قاعدهٔ مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲ استوانه به شعاع قاعدهٔ ۲ و ارتفاع ۲

۲- (الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازهٔ ضلع‌های خواسته شده روی گستردگی آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.





توان و جذر

❖ فصل ۷



- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان دار
- ساده کردن عبارت‌های توان دار
- جذر و ریشه

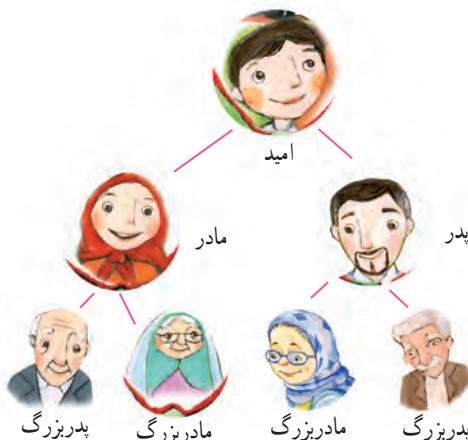
وقتی یک یاخته (مصوب فرهنگستان Cell, cellule) به یاخته‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد یاخته‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند.

رشد تعداد یاخته‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و یاخته‌های جدید جایگزین یاخته‌های مرده می‌شوند.

تعريف توان

۱- امید می‌داند که نوء چهار نفر است. این چهار نفر پدربرزگ‌ها و مادربرزگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟

(به فرزند نوء، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل مقابل را کشید.



الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟

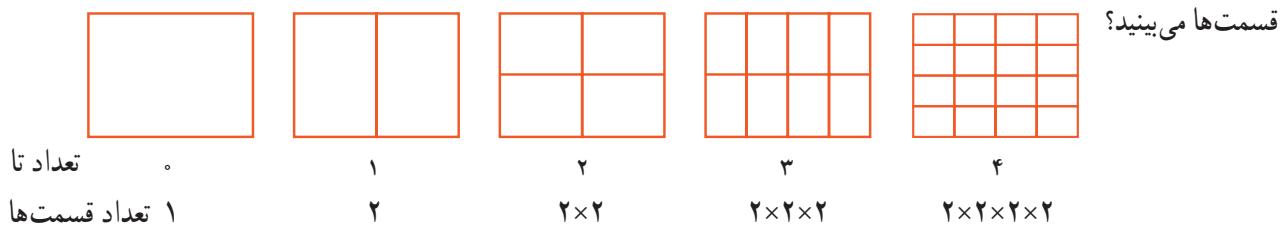
ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیره آنها است، چند نفرند؟

(به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند).

ج) جدول مقابل را کامل کنید. برای محاسبه تعداد، از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

بستگان امید	روش محاسبه	تعداد
پدر و مادر	۲	۲
پدربرزگ و مادربرزگ	2×2	
نسل سوم قبل از امید		۸
نسل چهارم قبل از امید	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	
نسل هفتم قبل از امید		

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد



اگر تازدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

(با توجه به اینکه در عمل، تاکردن کاغذ تا چند مرحله بیشتر ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده شده استفاده کنید).

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به صورت 2^5 می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم : ۲ به توان ۵.

در عبارت 2^5 را پایه و ۵ را توان می‌نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می‌شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	۱۳		
	2×1		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

پس از آن عبارت‌های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 =$$

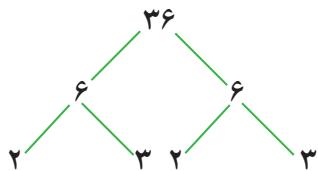
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$2 \times 2 =$$

$$a \times a \times a =$$

$$b \times b =$$

۲- عددی داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64$$

$$5^2 = 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

$$9^2 = 18$$

$$(\frac{1}{3})^4 = \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$$

$$5^2 = 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$$

۴- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a =$$

$$b^2 =$$

$$(\frac{a}{b})^2 =$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) =$$

$$(ab)^2 =$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$$

۵- در تکثیر یاخته‌ها، هر یاخته به ۲ یاخته تقسیم می‌شود. دوباره هر کدام از آن یاخته‌ها خودشان به ۲ یاخته تقسیم می‌شوند و این

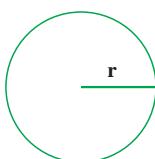
کار ادامه پیدا می‌کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	...	۷	...	n
تعداد یاخته	۲	2×2			
به صورت توان دار	2^1	2^2						

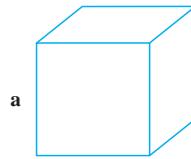
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



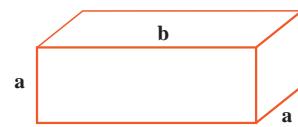
$$S = a \times a$$



$$S = \pi r^2$$



$$V = a \times a \times a$$



$$V =$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$$a^1 = a$$

□ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود :

□ یک به توان هر عدد برابر یک می شود :

$$a^0 =$$

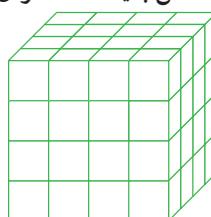
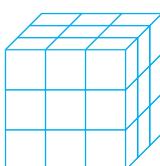
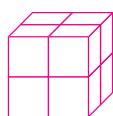
□ مجذور هر عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۲ :

$$x^2 =$$

□ مکعب یک عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۳ :

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابراست با :

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد توان دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$$3^2 =$$

$$4^2 =$$

$$5^2 =$$

$$6^2 =$$

$$7^2 =$$

$$8^2 =$$

$$9^2 =$$

$$10^2 =$$

$$11^2 =$$

$$12^2 =$$

3^2 = مجذور دو

$$\frac{2^3}{5^2} =$$

$$0/01^2 =$$

4^2 = مجذور یک

$$(\frac{3}{4})^3 =$$

$$1/1^2 =$$

5^2 = مکعب دو

$$\frac{2^4}{7} =$$

$$2/1^2 =$$

6^2 = مکعب یک

$$0/2^2 =$$

$$0/5^2 =$$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عده های داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عده های $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی

برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

محاسبه عبارت توان دار

3

ترتیب انجام عملیات را در دوره دستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت

- (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود.

با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2 \times 4 + 1}{9^2 - 5^2} = \frac{\underline{\hspace{2cm}} \times 4 + 1}{\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}} = \frac{\underline{\hspace{2cm}} + 1}{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

حسابه توانها
حسابه ضرب و تقسیم
حسابه جمع و تفریق
حسابه پرانتز

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}} + 2) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$\frac{1^0 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{1^0 \div \underline{\hspace{2cm}} + 9 \times 4}{\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}} = \frac{\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}} =$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 =$$

$$2^5 \times 3^2 =$$

$$2^5 - 3^2 =$$

$$2^5 \div 8 =$$

$$(\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 - 5 \times 2 =$$

$$(\frac{5}{2})^2 - (\frac{2}{5})^2 =$$

$$\frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^3 =$$

$$2^4 - 3^3 + 1^5 =$$

$$5^1 + 1^5 + 0^0 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{22}{32}$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 1^0 \circ$$

$$2^3 \times 2^4 = 2^7$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8$$

کتاب

۱- ماتند نمونه عبارت‌های توان دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 =$$

$$(-2)^4 =$$

$$(-2)^5 =$$

$$(-2)^6 =$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$-2^4 =$$

$$(-2)^4 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \rightarrow 2^5 \rightarrow 2^4 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$$

$$64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots$$

ارتباط بین عددهای توان دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشته؟

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 =$$

$$(-5)^4 =$$

$$-1^5 =$$

$$(-1)^6 =$$

$$(-1)^4 =$$

$$-1^4 =$$

$$7^0 =$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{v}}\right)^0 =$$

$$(-9)^0 =$$

$${}^\circ 5 + {}^\circ 1 / {}^\circ 1 =$$

$${}^\circ 4 + {}^\circ 2 =$$

$$-1^5 =$$

$$2^3 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$5^\circ =$$

۲- در جای خالی علامت $<$ یا $=$ یا $>$ بگذارید.

$$2^\circ \textcolor{blue}{\bigcirc} 2^1$$

$$7^\circ \textcolor{blue}{\bigcirc} 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \textcolor{blue}{\bigcirc} 2^\circ$$

$$(-2) \textcolor{blue}{\bigcirc} (-2)^1$$

۱- کدام درست و کدام نادرست‌اند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(3+2)^{\circ} = 2^{\circ} + 3^{\circ}$$

$$(2\frac{1}{2})^{\circ} > (-\frac{1}{2})^{\circ}$$

$$(-\frac{2}{3})^{\circ} + (\frac{1}{3})^{\circ} > 1$$

$$4 + 2^{\circ} = 6$$

$$2^{\circ} + 3^{\circ} + 5^{\circ} = 1$$

$$4^{\circ} < (-2)^{\circ}$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$2 \times 1^{\circ} + 4 \times 1^{\circ} + 7 \times 1^{\circ} + 2 \times 1^{\circ} =$$

$$5 \times 1^{\circ} + 0 \times 1^{\circ} + 1 \times 1^{\circ} + 9 \times 1^{\circ} =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عده‌های زیر را به صورت گسترده و سپس به صورت توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 =$$

$$9207 =$$

۳- به جای n عده‌های ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده

کنید.

n	1	2	3	4	5
4^n					
n^4					

برای $n=1^{\circ}$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عده‌های توان دار را محاسبه می‌کنند. برای مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عده‌های مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

2 x^y 3 =

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عده‌های داده شده به‌دست آورید.

$$a^{\circ} - b^{\circ} + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^{\circ} - 2b^{\circ} + a^{\circ}b \quad a = 1 \quad b = -2$$

ساده کردن عبارت‌های توان دار

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانشآموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

۴ مرتبه ۳ مرتبه

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهد.

$$5^2 \times 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$$

۴ مرتبه ۲ مرتبه

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^3 =$$

$$x^1 \times x^3 =$$

$$7^3 \times 7^3 =$$

$$a^2 \times a^4 =$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان دار با پایه‌های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$2^7 = 2^5 \times 2^2$$

$$2^7 = \quad \times$$

$$2^7 = \quad \times \quad \times$$

$$5^1 = \quad \times$$

$$5^1 = \quad \times$$

$$5^1 = \quad \times \quad \times$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^3 \times 5^4 =$$

$$(-2)^4 \times (-2)^3 =$$

$$(-4)^1 \times (-4)^5 =$$

$$7^3 \times 7 =$$

$$(\frac{1}{2})^5 \times (\frac{1}{5})^2 =$$

$$1/5^1 \times (\frac{3}{2})^4 =$$

۲- باز کردن عبارت توان دار، جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^3 = 3^2 \times 3^1 = 9 \times 9 = 9^2$$

$$2^6 =$$

$$4^3 =$$

$$5^2 =$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کنید و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 \times 10 =$$

$$3^2 \times 4^2 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 5^2 =$$

$$a^r \times b^s =$$

$$x^t \times y^u =$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^4 \times 3^3 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^7 \times (-1)^8 =$$

$$(-2)^5 \times 3^5 =$$

$$x^r \times y^s =$$

$$(ab)^r = a^r \times b^r$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های رو به رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عدهای توان دار زیر را باز کنید.

$$10^7 =$$

$$10^4 =$$

$$12^8 =$$

$$(xy)^1 =$$

$$(xyz)^4 =$$

$$2^0 \cdot 5^5 =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$5^2 \times 5^3 \times 7^4 = \underbrace{\quad}_{\text{ضرب با توان‌های مساوی}} \times \underbrace{\quad}_{\text{ضرب با پایه‌های مساوی}} \times 7^4 = \underline{\quad}$$

$$2^2 \times 6^3 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} =$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) =$$

$$2^a \times 2^b =$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

به جای a و b عدهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عده های مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

۲- با استفاده از تجزیه به عده های اول، هر عدد را به صورت توان دار بنویسید.

$$121 =$$

$$256 =$$

$$441 =$$

$$10000 =$$

۳- مسئله هایی طرح کنید که پاسخ آنها : **(الف)** **(ب)** **(ج)** باشد.

۴- عده های توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. 3^5 و 8^1 و 6^6 و 4^1 و 9^2 .

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$4^3 \times 4^4 = 4^{12}$$

$$3^2 \times 2^3 = 6^5$$

$$4^3 + 2^3 = 6^3$$

$$4^3 \times 4^4 = 4^7$$

$$3^2 \times 2^2 = 6^2$$

$$4^1 + 3^1 = 7^1$$

$$(-2^3) \times 7^3 = (-14)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$$

۶- کدام یک از عبارت های زیر $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ را نشان می دهد؟

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{2+2+2}{3}$$

$$\frac{3 \times 2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 3$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} + 2$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال ها را جواب دهید.

۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت $65536 \times 4096 \times 4096$ را به صورت توان دار بنویسید.

تعداد رقم های 4^1 را پیش بینی کنید. فکر می کنید 4^2 چند رقمی می شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگوی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$3^2 - 1^2 = ()^3$$

$$6^2 - 3^2 = ()^3$$

$$10^2 - 6^2 = ()^3$$

$$15^2 - 10^2 = ()^3$$

$$21^2 - 15^2 = ()^3$$

آیا این الگو برای $3^2 - 1^2 = 2^4$ درست است؟

۹- در جای خالی یکی از عمل های + یا - یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$2^5 \blacksquare 8 = 4$$

$$3^3 \blacksquare 7^2 = 58$$

$$(-7)^{\circ} \blacksquare 8^1 = 3^2$$

$$2^6 \blacksquare 16 = 2^{\circ} \blacksquare 2^2$$

جذر و ریشه

- ۱- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟
- ۲- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های $25 \times 5^{\circ}$ سانتی متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟
- ۳- در جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		$1/5$	$\frac{2}{5}$		$7/4$			$0/9$
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱		$\frac{121}{36}$	۴۰۰	

- ۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟
- $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$

با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد.

$$x^2 = 15$$

در تساوی $9 = 3^2$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجنور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز **ریشه دوم** یا **جذر** ۹ می نامند. آیا -3 - نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	-3 و 3			-7 و 7
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$			

توان دوم یا مجازور عدد 3 را با $\sqrt[3]{}$ و توان دوم یا مجازور عدد -3 - را با $\sqrt[2]{-}$ - نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم مثبت از نماد $\sqrt{}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد 9 را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ - نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\sqrt{16} =$$

$$-\sqrt{16} =$$

$$\sqrt{36} =$$

$$-\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} =$$

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} =$$

$$\sqrt{49} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{81}} =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\sqrt{25} > 5$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{25} = 5 \times 2$$

$$\sqrt{25} = 25$$

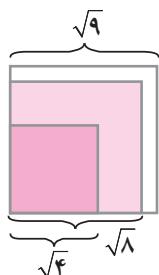
$$\sqrt{25} = 5^2$$

$$\sqrt{25} = -5$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

$$\sqrt{25} < 5$$

۱- در شکل زیر، مربع‌هایی با مساحت 4 ، 8 ، 9 نمایش داده شده‌اند. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل



عبارت را کامل کنید.

به نظر شما عدد $\sqrt{8}$ به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عدددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عدددهای ۲ و ۳ است
	۱۷		
	۶۱		
			$\sqrt{30}$ بین عدددهای ۵ و ۶ است

۱- می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیکتر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:

$$\sqrt{28} \approx$$

عدد	۵	$5/1$	$5/2$	$5/3$	$5/4$
مجنور	۲۵	$26/01$	$27/04$	$28/09$	$29/16$

۲- به همین روش مقدار تقریبی عدههای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} \approx$$

$$\sqrt{14} \approx$$

$$\sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عدههای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است}$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$$\sqrt{40} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است}$$

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عدههای $\sqrt{9}$ ، $\sqrt{4}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ، $\sqrt{1}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $-\sqrt{9}$ و $-\sqrt{6}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و ۷- ریشههای $\underline{\hspace{1cm}}$ هستند. ب) مجنور عدد صفر همان $\underline{\hspace{1cm}}$ است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه $\underline{\hspace{1cm}}$ است.

د) هر عدد مثبت دارای $\underline{\hspace{1cm}}$ ریشه دوم است که یکی از آنها $\underline{\hspace{1cm}}$ دیگری است.

۵- مقدار تقریبی عدههای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000} \approx$$

$$\sqrt{500} \approx$$

$$\sqrt{30} \approx$$

$$\sqrt{40} \approx$$

مرور فصل

۷

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- توان
- پایه
- مجذور
- مکعب
- جذر
- جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب تأثیر پراتز در محاسبه عبارت توان دار
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عدددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عدددهای مربع کامل و جذر تقریبی

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 0^4)(1 + 2^2 \times 3^2 - 1^3)$$

۲- عبارت توان دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$$(0/25)^2 \times (\frac{1}{4})^3 \times \frac{1}{25} =$$

$$4^2 \times 8^3 \times 6^2 \times 3^3 =$$

۳- مقدار تقریبی عدد $\sqrt{32}$ را بنویسید.

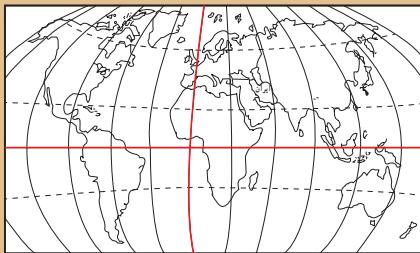
۴- ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} =$$

$$-\sqrt{121} =$$

$$-\sqrt{25} =$$

$$\sqrt{121} =$$



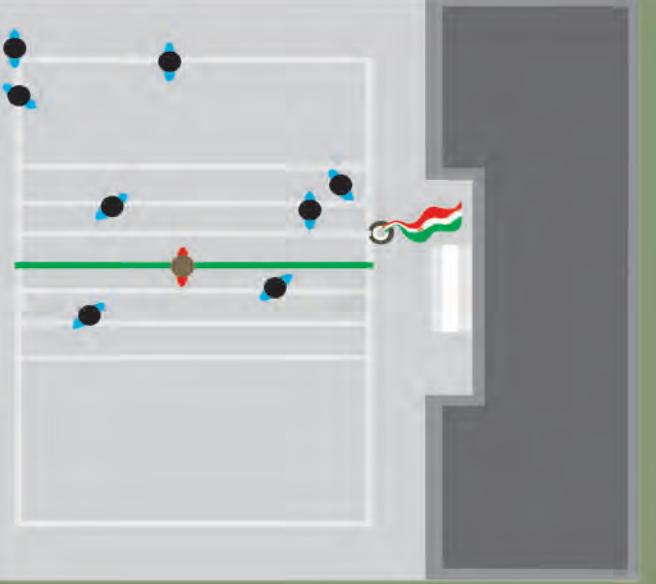
فصل ۸ بردار و مختصات



- پاره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

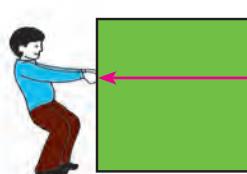
تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما، مسیریابی و هدایت آن در فضای یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان‌پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد امکان کار با رایانه را نیز فراهم می‌کند تا به کار سرعت بیشتری بدهد.

پاره خط جهت دار



۱- یک دانشآموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه رویه را این دانشآموز را با یک نقطه نشان داده ایم. او در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید. از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. اکنون این دانشآموز در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت‌ها را با پیکانه نشان دهید. برای حرکت این دانشآموز یک جهت، انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانشآموز را با پاره خطی به طول ۳ نمایش دهیم، روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است. راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند، روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی را که شخص به جعبه وارد کرده است با پاره خطی به طول یک سانتی متر نشان دهیم، روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.

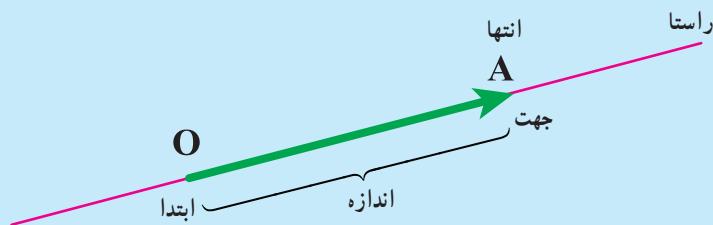


در شکل مقابل همان شخص ۲ برابر، نیرو به جسم وارد کرده است.

راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل بالا نشان دهید.

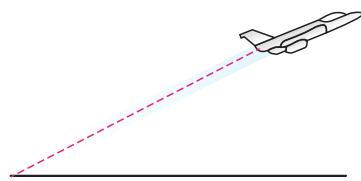
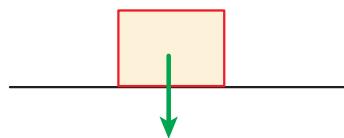
در مثال‌های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط‌های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار **بردار** می‌گوییم.

بردار \overrightarrow{OA} را به صورت \overrightarrow{OA} نشان می‌دهیم.

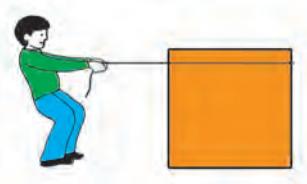


در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در

شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



مسیر حرکت هواپیما



نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند.

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه‌ای را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



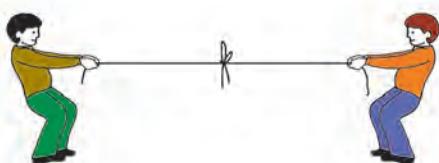
● آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟

● جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند.

● اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

۲- دو دانشآموز در حال طناب کشیدن هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.

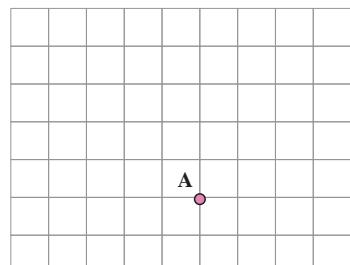
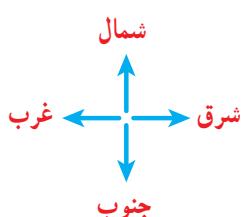


در فعالیت‌های بالا دو **بردار قرینه** یکدیگرند، چون هم راستا و هماندازه‌اند؛ ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



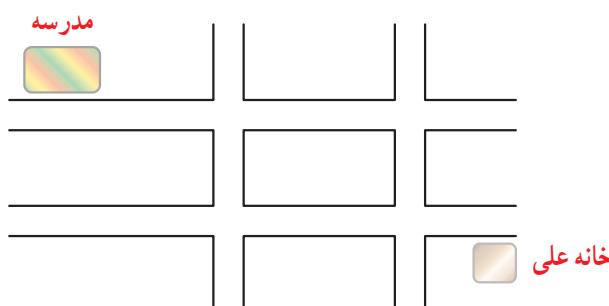
۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی را که به این جعبه وارد می‌شود، با بردار در

تصویر از بالا نشان دهید.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده، حرکت نقطه A را نشان دهید.

از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید.
 محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



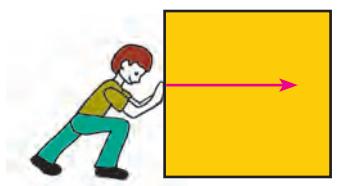
۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن
علی به مدرسه، حرکت‌های او را با بردار نشان دهید.

۴- بردار AB، -۳- است؛ یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از نقطه B به نقطه A حرکت کرده‌ایم. ابتدای این بردار نقطه +۱ و انتهای آن نقطه -۲- است.

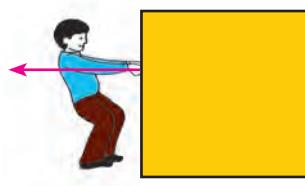


با توجه به نمونهٔ فوق ابتدا، انتهای و اندازهٔ بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

۱- در شکل های زیر دو نفر نیروهایی برابر به یک جسم وارد می کنند. یک نفر آن جسم را هل می دهد و یک نفر نیز آن را می کشد.



در حال هل دادن



در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی اند.

۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

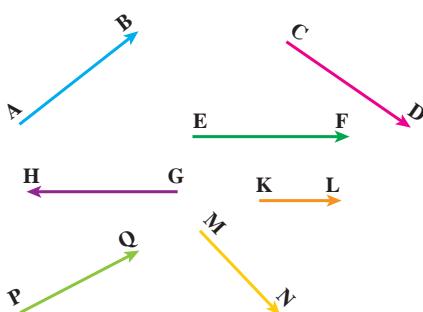


۱- ۳ بردار مساوی با بردار AB رسم کنید.

۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



دو بردار و قسمی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

A . B .

۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.

اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد، حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.

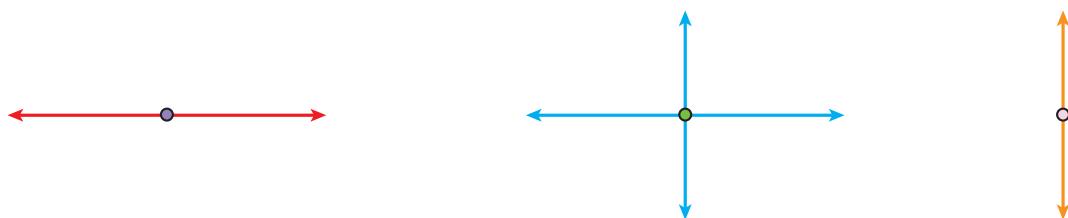
راستا، اندازه و جهت این دو بردار را با یکدیگر مقایسه کنید.

آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟

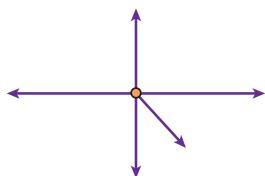
مجموع حركت اين فرد چقدر است؟

۲- با توجه به نیروهایی که به جسم زیر وارد می شوند و همچنین بردارهایی که با هم قرینه‌اند، مشخص کنید جسم به کدام سمت

حرکت می‌کند. دلیل خود را توضیح دهید.

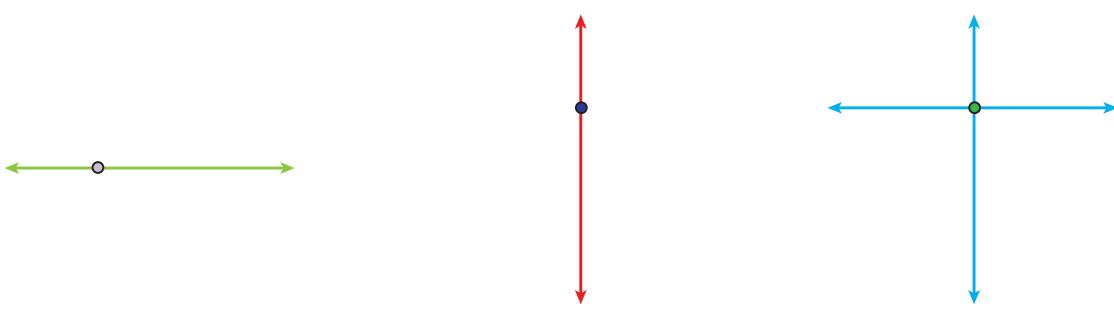


۳- با توجه به نیروهای وارد شده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می‌کند؟ چرا؟

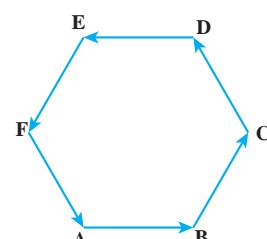
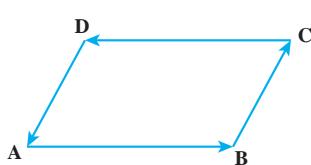


۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول‌های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت

می‌کند؟

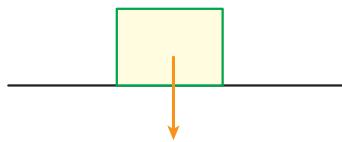


۲- با توجه به شکل‌های زیر (۶ضلعی منتظم و متوازی‌الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.



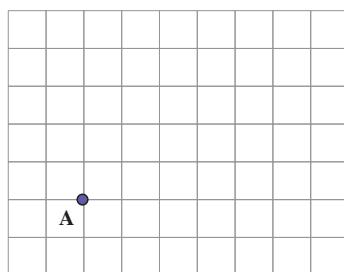
۱- در شکل زیر نیروی وزن جسم با یک بردار مشخص شده است، نیرویی را که زمین به جسم وارد می‌کند، با یک بردار نمایش

دهید. چرا جسم روی زمین می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



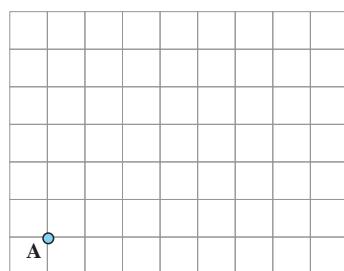
۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتهای

۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، به نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را ت Shan دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد، باید ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر

شخص دیگری از همان نقطه A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود، به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، با چه حرکتی به نقطه A می‌رسد؟

حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود، با چه حرکتی به محل اقل خود برمی‌گردد؟

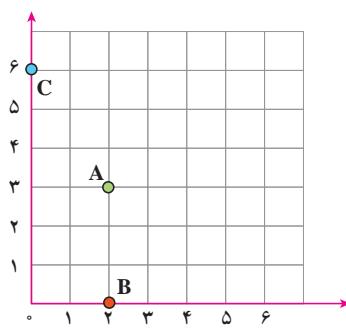
۵- قرینه جهت شمال چه جهتی است؟

قرینه جهت شرق چه جهتی است؟

قرینه جهت شمال شرقی چه جهتی است؟

مختصات

3



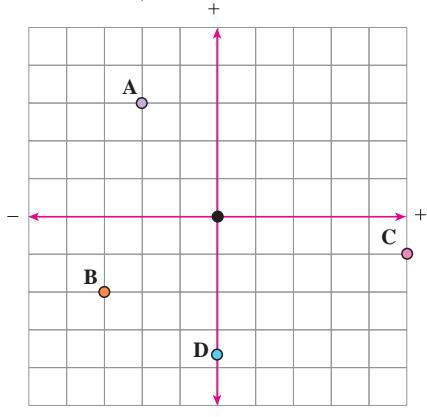
۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\text{نقطه } G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } F = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix} \text{ را پیدا کنید.}$$

۲- با توجه به محور عدددهای صحیح که در فصل اول آموختید، محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا محورهای

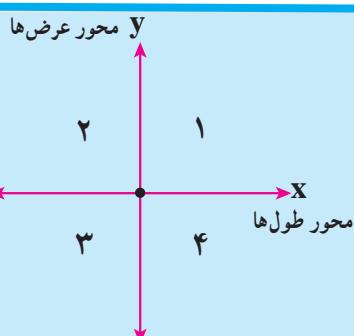


مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

نقطه زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

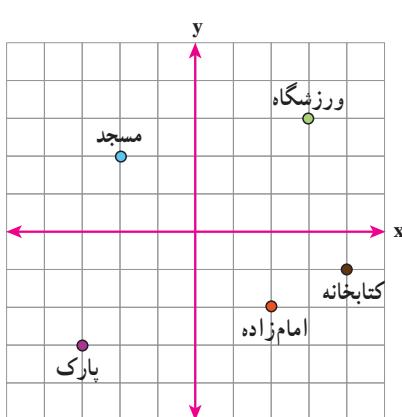


محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسم تقسیم می‌کند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عدددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.



با توجه به تصویر رویه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

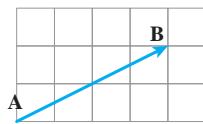
۲- مختصات چه بنایی $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ است؟

۳- مختصات مسجد چیست؟

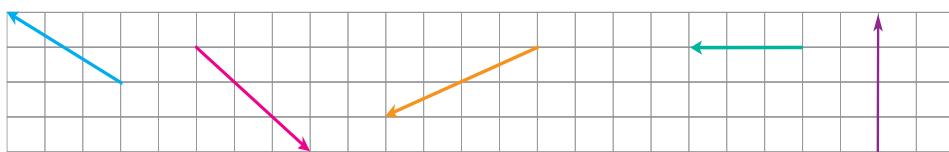
۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟

۳

۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B، با بردار نشان داده شده است.



اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم). مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات بردارهای دیگر را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه، با نصف‌النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی آن نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در



نقشهٔ مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

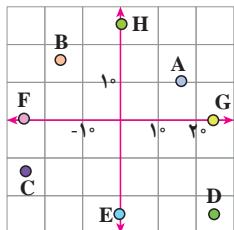
۱- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.

قاهره : دارالسلام :

الجزیره :

۲- اگر یک هوایپما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هوایپما را به صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

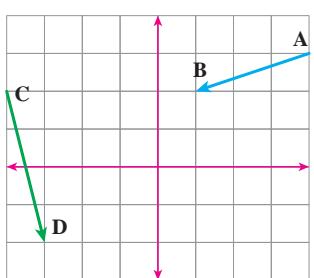
۳- از رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟



۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



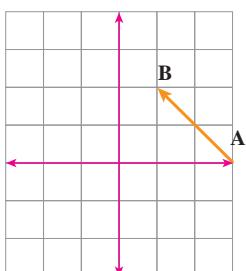
$$2- بردار \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه$$

باشد.

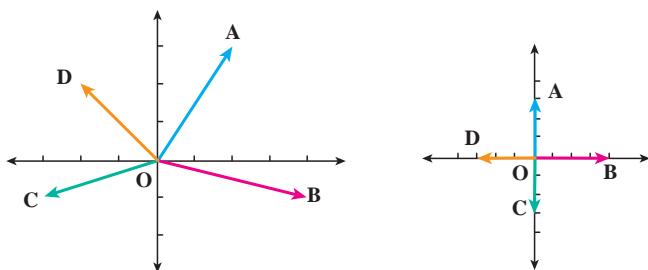
مختصات نقطه انتهای آن را بنویسید.

با توجه به شکل، مختصات نقطه‌ها و بردارهای زیر را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

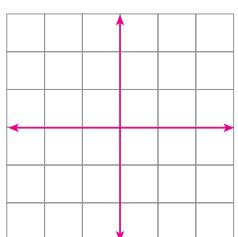


۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول‌ها رسم کنید و مختصات قرینه \overrightarrow{AB} را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.



۴- مختصات بردارها را در شکل‌های زیر بنویسید.

۵- از نقطه A با بردار $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا به نقطه C برسیم. با چه برداری می‌توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



$$A = \begin{bmatrix} -25^\circ \\ -18^\circ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 47^\circ \\ -81^\circ \end{bmatrix}$$

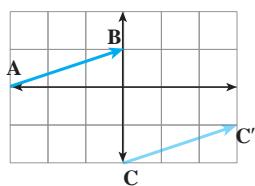
$$C = \begin{bmatrix} -141^\circ \\ 252^\circ \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -20^\circ \\ 5^\circ \end{bmatrix}$$

۶- نشان دهید که نقاطهای مقابله در کدام ناحیه قرار دارند.

بردار انتقال

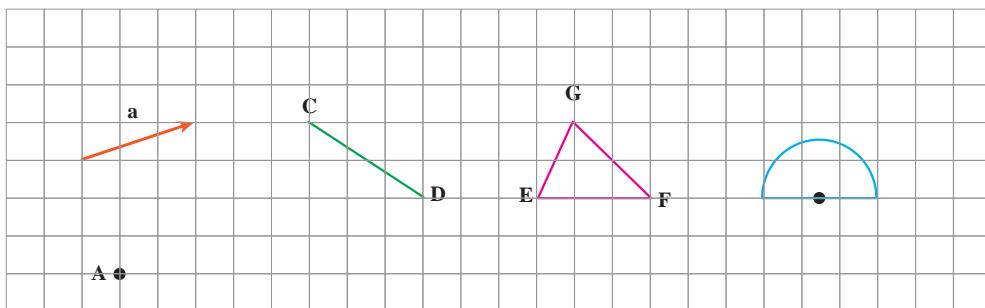
۳



- ۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید :
 واحد در جهت محورxها و واحد در جهت محورyها
 مختصات بردار AB را بنویسید.

با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

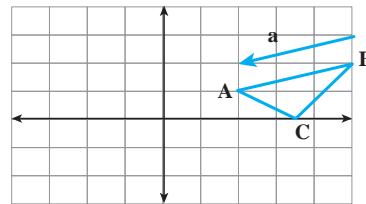
- ۲- هر یک از شکل‌های زیر را با بردار \bar{a} منتقل کنید (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).



- ۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \bar{a} انتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس‌ها را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

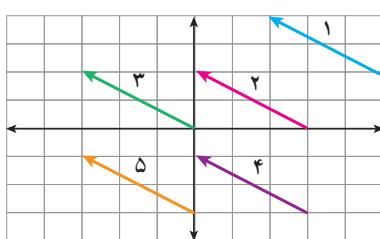
$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



- مختصات بردار انتقال \bar{a} را هم بنویسید : $= \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ چه رابطه‌ای بین رأس‌های مثلث، قبل و بعد انتقال وجود دارد؟

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

چه رابطه‌ای بین ابتدا و انتهای مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دیگری دارند.

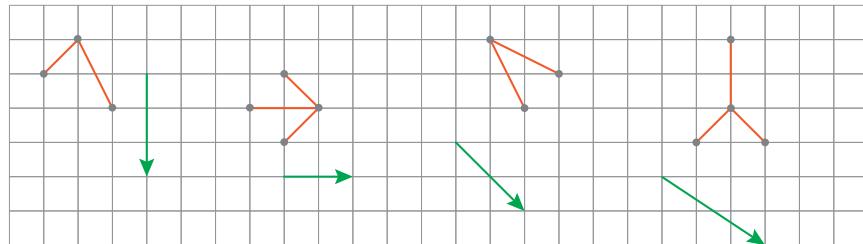


بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتهاء					

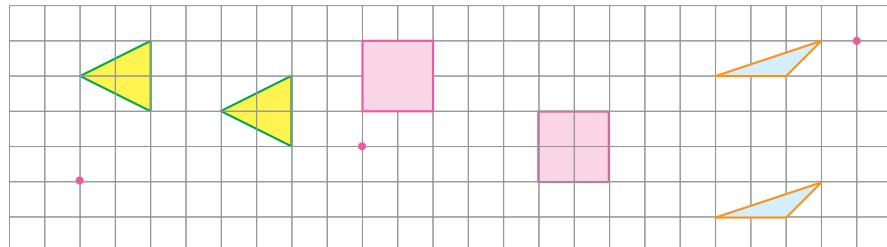
با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می‌توان یک **جمع متناظر** برای بردار نوشت.

به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می‌توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد. دو بردار و قطبی مساوی هستند که مؤلفه‌های اول آنها با هم و مؤلفه‌های دوم آنها با هم برابر باشد.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر انتقال را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید.



انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

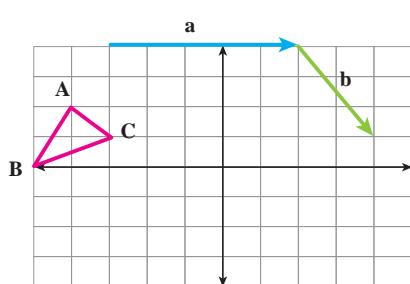
۳- مختصات موردنظر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad -2 + x = 3, \quad 1 + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ پیدا کنید.



نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.

$$A = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E و F نشان دهید.

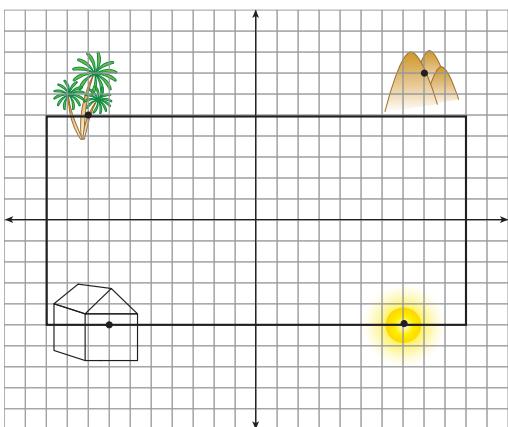
$$D = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \] \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A، B و C مستقیماً به D، E و F منتقل می‌شوند؟

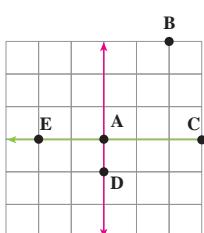
۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در

پیرابند (مصور فرهنگستان Frame, Cadre) انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید.

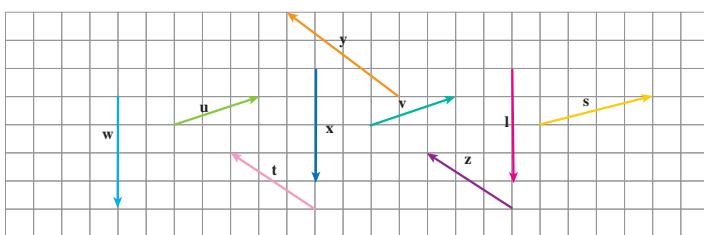


۲- مسیر حرکت از A به B، C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر

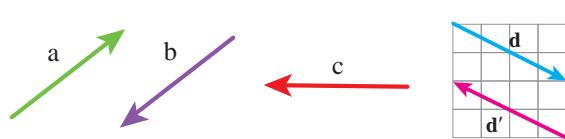
بردار را بنویسید.



می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه‌می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده، انتقال می‌دهد.



۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.

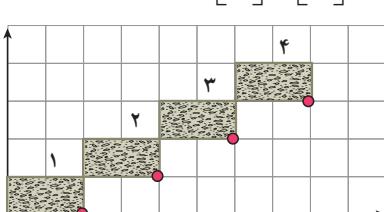


۴- بردار قرینه هر بردار را رسم کنید و تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.



۵- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشه‌ای را که با علامت ● مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.

۶- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس

۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۷- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ و نقطه B به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال

بنویسید.



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال

بنویسید.

- پاره خط جهت‌دار
- بردار انتقال
- راستا
- بردار

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه

کنید.

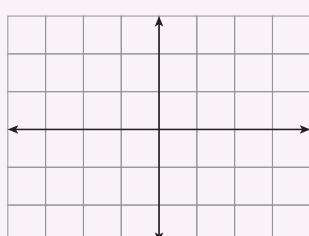
- بردار قرینه و بردار صفر
- ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار
- ناحیه محور مختصات
- مختصات نقطه در صفحه
- بردارهای مساوی
- بردار انتقال
- جمع متناظر با بردار
- پیدا کردن مختصات بردار



کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.



در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.



$$1 - \text{نقاط به مختصات } A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ را پیدا کنید.}$$

نقطه A را با بردار \overrightarrow{BC} منتقل کنید و مختصات نقطه منتقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار \overrightarrow{BC} را پیدا کنید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.

2 - بردار خواسته شده را رسم کنید :

$$\text{بردار } \overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ انتهای در } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{بردار } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ ابتدا در } \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$



آمار و احتمال

۹ فصل



- جمع آوری و نمایش داده‌ها
- نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها
- احتمال یا اندازه‌گیری شанс
- احتمال و تجربه

جمع آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. برای مثال یک کارشناس هواشناسی با کمک علم‌های آمار و احتمال وضعیت هوا را پیش‌بینی می‌کند.

جمع آوری و نمایش داده‌ها

معلم ورزش یک مدرسه می‌خواهد برای دانشآموزان کلاس، لباس ورزشی سفارش دهد. او از جواد و محمد خواست نظرهای دانشآموزان را جمع‌آوری کنند تا رنگ مورد علاقه دانشآموزان کلاس مشخص شود.



جواد رنگ مورد نظر همه دانشآموزان را از آنها پرسید و پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، آبی، زرد، زرد، بنفش، زرد، قرمز، زرد، قهوه‌ای، قهوه‌ای،
قهوه‌ای، سبز، زرد، آبی، سبز، بنفش، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، آبی، زرد،
سبز، قهوه‌ای، زرد، زرد، قرمز، زرد، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای
و سبز.

محمد به روش دیگری اطلاعات را جمع‌آوری کرد. او ۳ رنگ را تعیین کرد و از همه دانشآموزان خواست کی از این سه رنگ را انتخاب کنند. او پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، سبز، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، سبز، قهوه‌ای، سبز، زرد، سبز،
زرد، قهوه‌ای، سبز، زرد، قهوه‌ای، زرد، سبز، قهوه‌ای، سبز، زرد، قهوه‌ای، قهوه‌ای و زرد.
دو روش جمع‌آوری اطلاعات را با هم مقایسه کنید. ویژگی‌های مثبت و منفی هر روش را بیان کنید.

علم آمار علم جمع‌آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنها است. اطلاعات جمع‌آوری شده را **داده‌های آماری** می‌گویند.

همان‌طور که می‌بینید، داده‌های جمع‌آوری شده به صورتی نوشته شده‌اند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها دشوار است. اولین گام این است که آنها را در جدول داده‌های زیر سازماندهی کنید. با همکاری یکی از دوستانتان چوب خط را مانند نمونه‌های زیر رسم کنید (یک دانشآموز رنگ‌ها را بخواند و دانشآموز دیگر برای هر بار خوانده شدن یک رنگ، یک چوب خط رسم کند).

۱	۲	۳	۴	۵	۶	رنگ
/	//	///	////	****	*****	تعداد
		///				۸

جدول داده‌های جمع‌آوری شده توسط جواد

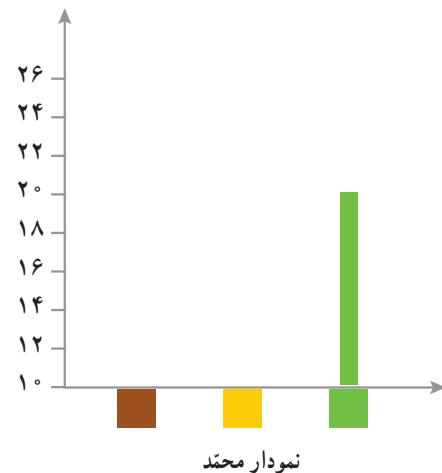
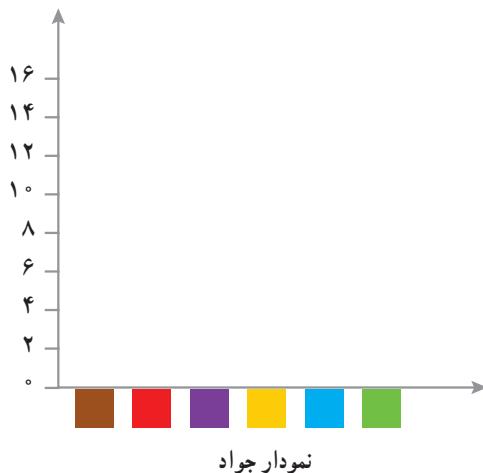
جدول داده‌های جمع‌آوری شده توسط محمد

۱- با توجه به جدول‌ها، معلم ورزش کدام رنگ را انتخاب می‌کند؟

۲- چرا آمار رنگ‌های جدول دوم با جدول اول متفاوت است؟ برای مثال چرا تعداد نظرات در مورد رنگ زرد در دو جدول شده است؟

برای مقایسه و بررسی بهتر داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که داده‌های آن جمع‌آوری شده است و نوع اطلاعات بدست آمده، کارایی دارد. برای مثال **نمودار میله‌ای** برای مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به کار می‌رود. در حال حاضر نرم افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند. آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر است. در ادامه با انواع نمودارها و کاربردهای آنها آشنا می‌شویم.

معلم برای اینکه داده‌های جمع‌آوری شده را بهتر نمایش دهد، از جواد و محمد خواست جدول داده‌های خود را به نمودار میله‌ای تبدیل کنند. جواد و محمد هر کدام، مقیاس‌های مختلفی برای رسم نمودار انتخاب کردند. با توجه به جدول داده‌هایی که به دست آوردید، نمودارهای آنها را رسم کنید.



۱- این دو نمودار را با هم مقایسه کنید و جنبه‌های مثبت و منفی هر کدام را بنویسید.

۲- به نظر شما کدام نمودار اطلاعات دقیق‌تری را به ما می‌دهد؟ کدام‌یک برای مقایسه ساده‌تر است؟

۳- با توجه به نمودارها، کدام رنگ پرای لیاس ورزشی، دانش آموزان انتخاب می شود؟

۴- آیا فکر می کنید دانش آموزان این کلاس از این انتخاب راضی اند؟

۵- چگونه می توان تعداد افرادی را که از این نظرسنجی رضایت دارند، بیشتر کرد؟

در کتاب های درسی دیگر خود یا در روزنامه ها و مجله ها جستجو کنید و نمودار های آماری را پیدا کنید. هر دانش آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و درباره آن توضیح دهد و بگوید که از مشاهده این نمودار چه چیزی فهمیده است.

۱- میزان بارندگی در شهر رشت طی یک سال در هر ماه به شرح زیر بوده است.

(واحد اندازه گیری میلی متر است.)



فروردين ۷۱ اردیبهشت ۶۲ خرداد ۵۰ تیر ۵۵ مرداد ۶۵ شهریور ۱۴۱

مهر ۱۸۹ آبان ۱۸۰ آذر ۱۷۱ دی ۱۵۰ بهمن ۱۲۱ اسفند ۱۲۸

جدول داده ها و نمودار ستونی آن را با انتخاب مقیاس مناسب رسم کنید؛ سپس به پرسش های زیر پاسخ دهید.

الف) میزان بارندگی در یک ماه یعنی چه؟

ب) بیشترین و کمترین مقدار بارندگی در چه ماه هایی بوده است؟

ج) پریاران ترین فصل شامل چه ماه هایی است؟

د) در کدام ماه ها وضعیت هوا برای کارهای ساختمانی مناسب تر است؟

ه) در چه ماه هایی بارندگی بیشتر از 140 میلی متر بوده است؟

و) میانگین ماهانه بارندگی این سال در شهر رشت چقدر است؟



۲- اگر بخواهید مهم ترین موضوع های درسی ریاضی در کتاب پایه هفتم را بدانید و به ترتیب اهمیت، آنها را مرتب کنید، آمار و اطلاعات را چگونه و با چه روشی جمع آوری می کنید؟ چه چیزی معیار اهمیت یک موضوع است؟

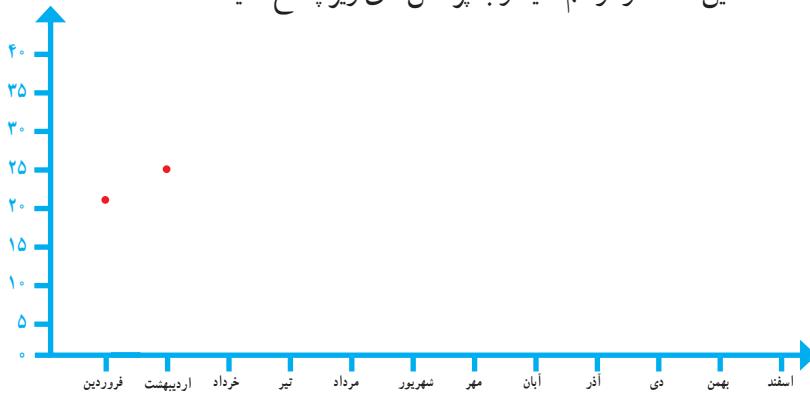
نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

میانگین دمای هوای یزد در ۱۲ ماه یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	آبان	مهر	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۲۶	۱۰	۸	۱۰	۱۲

مقدار میانگین دما در هر ماه را روی شکل زیر مانند نمونه با یک نقطه نشان دهید.

با وصل کردن این نقطه‌ها به هم، نمودار خط‌شکسته این مسئله را رسم کنید و به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



۱- معنای میانگین دمای ماهانه چیست؟

۲- نمودار خط‌شکسته چه چیزی را بهتر از جدول داده‌ها نشان می‌دهد؟

۳- گرم‌ترین و سردترین ماه را در این شهر پیدا کنید.

۴- بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه پشت سر هم بوده است؟

۵- میانگین دمای این دوازده ماه را به دست آورید.

نمودار خط‌شکسته برای نمایش تغییرها کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع‌هایی که تغییرها اهمیت دارد، از این نمودار

استفاده می‌شود. برای نمونه تغییرها در بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و... را با این نمودار نشان می‌دهند.

گاهی وقت‌ها به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه‌ریزی‌های کلان به عده‌های واقعی

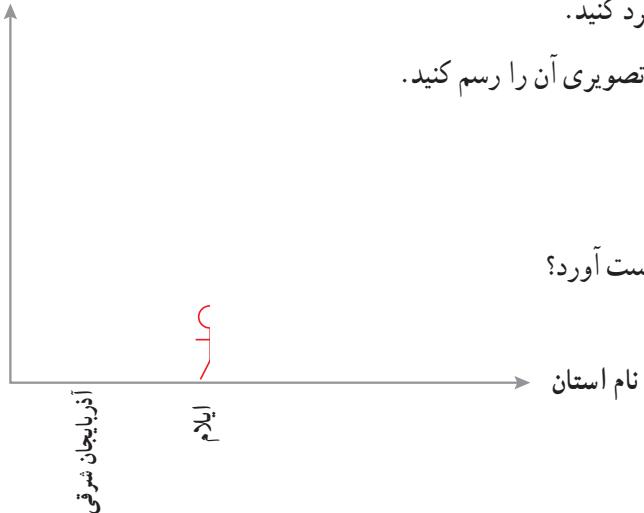
و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می‌کنند؛ یعنی مقدار کمتر از

۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در این بررسی اهمیت ندارد.

در جدول زیر جمعیت برخی از استان‌های کشور در یکی از سال‌های گذشته آمده است.

استان	آذربایجان شرقی	البرز	خراسان شمالی	هرمزگان	ایلام
۳۷۷۲۴۶۲	۲۴۱۲۵۱۳	۸۶۷۷۲۷	۱۵۷۸۱۸۳	۵۵۷۵۹۹	
جمعیت	مقدار تقریبی				

جمعیت



ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.

مانند نمونه با رسم یک برای هر ۲۰۰۰۰۰ نفر، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

۱- هر نشان دهنده چند نفر است؟

۲- از نمودار تصویری چه اطلاعات جدیدی را می‌توان به دست آورد؟

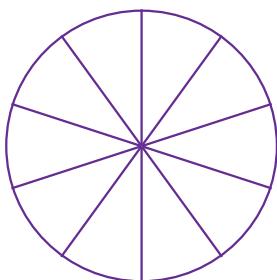
۳- این نمودار در چه مواردی کاربرد دارد؟

بعضی از داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری شده نشان می‌دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم شده است. در این موارد می‌توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد. در **نمودار دایره‌ای** به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه کرده؛ و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.

چرا بعد از محاسبة درصد ممکن است نیاز باشد از عده‌های تقریبی استفاده کنیم؟

۸۳٪ را با کسری با مخرج ۱۰ تقریب بزنید.

در مدرسه راهنمایی شهید مؤذن پور تعداد کتاب‌هایی که دانش آموزان امانت گرفته‌اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر به دست آمده است. جدول داده‌ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای با مخرج ۱۰، نمودار دایره‌ای را کامل کنید.



نوع کتاب	مذهبی	داستانی	علمی	کمک درسی	سایر موارد
تعداد	۳۹۰	۲۱۰	۸۱۰	۴۰۰	۱۹۰
درصد تقریبی	%۲۰	%۱۰			
کسر تقریبی با مخرج ۱۰	$\frac{۲}{۱۰}$				

۱- چگونه درصد مربوط به هر نوع کتاب را به دست می‌آورید؟

۲- با توجه به نمودار، دانش آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟

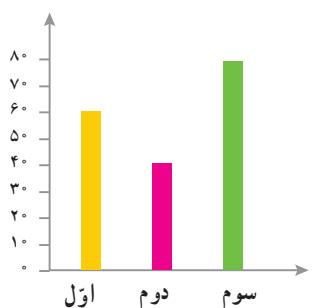
۳- اگر مسئول کتابخانه بخواهد کتاب‌های جدیدی برای مدرسه بخرد، باید به کدام نوع کتاب بیشتر توجه کند؟ چرا؟

۴- اگر اطلاعات دیگری از کتابخانه این مدرسه داشتید، تفسیر و توصیف بهتری از نتیجه نمودار بالا به دست می‌آورید؟

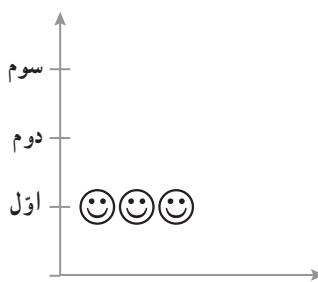
تعداد	جوب خط	شماره کفشن
	###	۳۶
	###	۳۷
	###	۳۸
	###	۳۹
	###	۴۰
	###	۴۱
	###	۴۲
	###	۴۳

۱- جدول رویه را تعداد و شماره کفشن ساکنان یک ساختمان را نشان می دهد.

اگر در یک مغازه فقط کفش های کوچک تر از شماره ۴۰ فروخته شود، چند نفر از ساکنان این ساختمان می توانند از این مغازه کفش بخرند؟

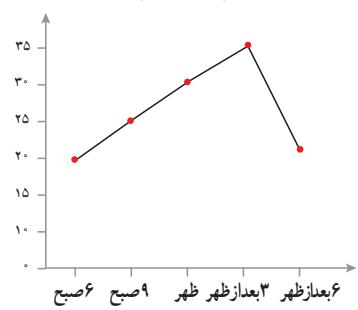


۲- تعداد دانش آموزان پایه اول، دوم و سوم دبستان یک مدرسه در نمودار زیر نشان داده شده است.



هر ۱۰ دانش آموز را با یک 😊 نشان داده و نمودار

تصویری زیر را کامل کنید.

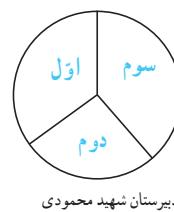


۳- با توجه به نمودار، جدول داده ها را کامل کنید.

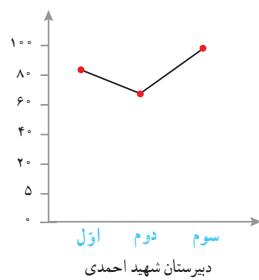
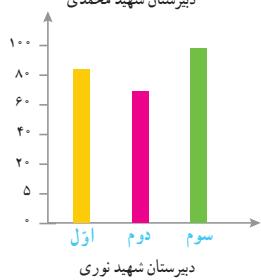
زمان	صبح ۶	بعد از ظهر ۳	بعد از ظهر ۶	از ظهر ۹	ظهر	صبح ۹	صبح ۶	درجه حرارت

با توجه به نمودار تغییراتی دما را توصیف کنید.

تغییر دما بین کدام ساعت ها بیشتر بوده است؟ فکر می کنید این نمودار مربوط به کدام فصل سال است؟ چرا؟



۴- داش آموزان اول تا سوم چند دبیرستان پولی را که برای جشن نیکوکاری جمع آوری کرده اند، با ۴ نمودار مختلف نشان داده اند. کدام نمودار برای این موضوع مناسب تر است؟ چرا؟



احتمال یا اندازه‌گیری شانس

کدام اتفاق‌ها از میان موارد زیر حتماً رخ می‌دهند؟ کدام‌ها ممکن نیست رخ دهنند؟ کدام موارد ممکن است اتفاق بیفتد؛ ولی حتمی نیستند؟



الف) بلا فاصله بعد از ماه فروردین، ماه خرداد باشد.

ب) امروز تولد یکی از همکلاسی‌هایتان باشد.

ج) تولد شما در این ماه باشد.

د) یک تاس بیندازید، عددی بزرگ‌تر از ۷ بیاید.

ه) یک تاس بیندازید، عددی زوج بیاید.

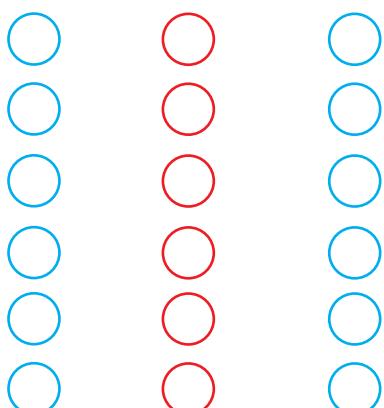
و) یک تاس بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.

ز) بدون نگاه کردن به رنگ مهره‌ها، یک مهره از کيسهٔ روبه‌رو بیرون بیاورید که آبی باشد.

پاسخ‌هایتان را با دوستانتان مقایسه کنید. در کدام موارد همه پاسخ یکسانی داده‌اید؟ در کدام موارد پاسخ‌هایتان با هم فرق می‌کند؟

برای هر عبارت گزینه مناسب را انتخاب کنید. در مورد دلیل انتخاب خود با هم کلاسی‌هایتان گفت و گو کنید.

حتمی است ممکن است اما حتمی نیست غیرممکن است



الف) تیم ملی فوتبال ایران در اولین بازی بعدی خود پیروز شود.

ب) مجموع دو عدد، عددی زوج باشد.

ج) اگر بذر گندم بکاریم، جو سبز شود.

د) اگر تویی را به سمت بالا بیندازیم به پایین برگرد.

ه) اگر تویی را به سمت حلقهٔ سکنی‌بندی بیندازیم، گل شود.

و) اگر سکه‌ای را به هوا پرتاب کنیم، به پشت روی زمین می‌افتد.

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ یا سکه رو می‌آید

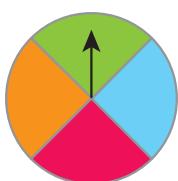
یا پشت، این دو حالت مشابه هم‌اند.

در هر یک از موارد زیر همهٔ حالت‌های مشابهی را که ممکن است اتفاق بیفتد، بنویسید.



الف) تاس می‌اندازیم.

ب) یک مهره را به طور تصادفی از کيسه‌ای که سه مهره به رنگ‌های سبز، زرد و آبی دارد، بیرون می‌آوریم.



ج) عقرهٔ چرخندهٔ روبه‌رو را می‌چرخانیم.

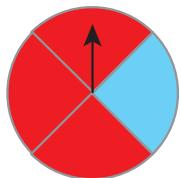
۲- وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد : یا سکه رو می آید یا پشت. چون این دو حالت مشابه‌اند، شانس رو آمدن سکه با شانس پشت آمدن آن برابر است. در کدام یک از موارد زیر شانس رخ دادن دو اتفاق با هم برابر است؟

الف) تاس می اندازیم، عدد  باید.

تاس می اندازیم، عدد  باید.

ب) عقره چرخنده رو به رو را می چرخانیم، روی آبی بایستد.

عقره چرخنده رو به رو را می چرخانیم، روی قرمز بایستد.



وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت **هم شانس** ممکن است اتفاق بیفتد، یا سکه رو می آید یا پشت و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، سکه رو می آید؛ پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{1}{2}$ است.

به این ترتیب برای بیان اندازه **شانس** رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کردہ ایم که **احتمال** رخ دادن آن اتفاق نامیده می شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را بدست آوریم، ابتدا همه حالت‌های ممکن را می‌یابیم، سپس حالت‌های موردنظر را از میان حالت‌های ممکن پیدا می‌کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق موردنظر برابر است با نسبت تعداد حالت‌های موردنظر به تعداد حالت‌های ممکن؛ بنابراین :

$$\text{تعداد حالت‌های مطلوب} = \frac{\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$



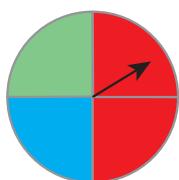
۱- احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنید. توضیح دهید صورت و مخرج هر کسر را چگونه پیدا کرده‌اید.

الف) تاس می اندازیم، عددی زوج باید.

ب) تاس می اندازیم، عددی بخش پذیر بر ۳ باید.

ج) عقره چرخنده مقابل روی سبز قرار بگیرد.

د) عقره چرخنده مقابل روی قرمز قرار بگیرد.



۲- چرا احتمال رخ دادن یک اتفاق، صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است؟

۳- الف) صفر بودن احتمال به چه معناست؟

ب) یک بودن احتمال به چه معناست؟

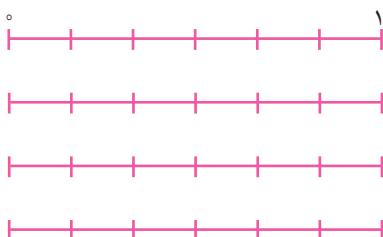
۱- برای هریک از موارد زیر یک مثال بنویسید.

الف) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.

ب) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{2}$ باشد.

ج) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن یک باشد.

۲- احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی پاره خط مقابل آن مشخص کنید.

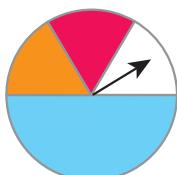


الف) تاس می اندازیم، عدد ۹ بیاید.

ب) تاس می اندازیم، عدد ۳ ۳ بیاید.

ج) تاس می اندازیم، عددی زوج بیاید.

د) تاس می اندازیم، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.



۳- احتمال ایستادن عقربه چرخنده مقابل روی رنگ قرمز را حساب کنید.

۴- در هر کیسه فقط یک مهره سیاه وجود دارد و بقیه مهره‌ها سفیدند. از هر کیسه یک مهره را به صورت تصادفی بیرون

می آوریم. احتمال بیرون آمدن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ چرا؟



۵- با قرار دادن علامت < یا = یا > احتمال وقوع اتفاق‌ها را با هم مقایسه کنید.

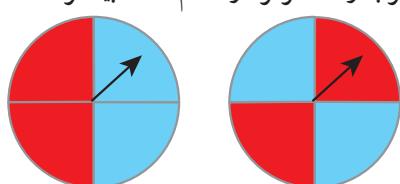
تاس ۱ یا ۲ بیاید تاس ۳ بیاید.

تاس عددی کمتر از ۴ بیاید تاس ۴ یا ۵ بیاید.

۶- در شکل زیر دو هدف تیراندازی می‌بینید.

یک تیر به سمت هریک از این هدف‌ها پرتاب می‌کنیم، فکر می‌کنید احتمال خوردن تیر به رنگ قرمز در کدام هدف بیشتر است؟

چرا؟



احتمال و تجربه

- ۱- محسن می خواهد یک سکه بیندازد، سکه رو می آید یا پشت؟
او سکه را انداخت. سکه رو آمد. اگر دوباره سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟
محسن سه بار سکه را انداخت و هر سه بار رو آمد. اگر یک بار دیگر سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟
- ۲- شما هم تجربه کنید! یک سکه بردارید، آن را ۱۰ بار بیندازید و در هر آزمایش، وضعیت سکه را با رسم چوب خط، در جدول مقابل یادداشت کنید.



جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟
نسبت تعداد رو آمدن سکه به تعداد کل آزمایش‌ها را با توجه به جدول خودتان،
به صورت یک کسر بنویسید.
کسرتان را با کسرهای به دست آمده در کلاس مقایسه کنید. آیا کسرها با هم مساوی
هستند؟

- ۱- در یک کیسه ۱ مهره قرمز و ۲ مهره آبی قرار دهید. یک مهره را به صورت تصادفی از کیسه بیرون بیاورید و رنگ آن را
یادداشت کنید. مهره را دوباره درون کیسه قرار دهید. این آزمایش را ۹ بار دیگر هم انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ مهره										

- جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟
در چه کسری از آزمایش‌ها مهره قرمز از کیسه بیرون آمد؟
در چه کسری مهره آبی؟
حاصل جمع این دو کسر را حساب کنید.
پاسخ‌ها را با دوستانتان مقایسه کنید. چه تفاوت‌ها و شباهت‌هایی مشاهده
می کنید؟

- ۲- یک تاس را ۳۰ بار بیندازید و عدد روی تاس را در نمودار مقابل ثبت
کنید.
پاسخان را با دوستانتان مقایسه کنید.
آیا در ۳۰ آزمایش انجام شده، هر عدد دقیقاً ۵ بار مشاهده شد؟





۱- در فعالیت صفحه قبل هریک، 10 بار سکه را پرتاب کردید و نتیجه آزمایش‌ها را یادداشت کردید. اکنون نتایج به دست آمده در کل کلاس را با هم جمع کنید و در جدول روبرو بنویسید. (مثالاً اگر 30 دانشآموز در کلاس شما باشند، نتایج 300 آزمایش در جدول می‌آید).

تعداد کل آزمایش‌ها را به دست آورید.

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه رو آمد است؟

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه پشت آمد است؟

۲- عبارت زیر را بخوانید و درباره آن گفت و گو کنید.

(وقتی می‌گوییم در آزمایش برتاب سکه، احتمال رو آمدن $\frac{1}{2}$ است؛ یعنی انتظار داریم در تعداد زیاد آزمایش‌ها، تقریباً در $\frac{1}{2}$ موارد سکه رو بیاید).

۳- (الف) آیا همیشه در 20 بار پرتاب سکه، دقیقاً 10 بار سکه رو می‌آید؟

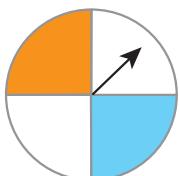
(ب) انتظار دارید در 100 بار پرتاب سکه، تعداد روآمدن‌ها تقریباً چند بار باشد؟

(ج) آیا ممکن است در 50 بار پرتاب یک سکه، 40 بار سکه پشت بیاید؟

(د) 500 بار سکه‌ای را انداخته‌ایم، 400 بار پشت آمده است. در مورد سالم بودن این سکه چه نظری دارید؟

۱- (الف) آیا ممکن است در 10 بار پرتاب تاس، عدد 6 نیاید؟

(ب) آیا همیشه در 30 بار پرتاب یک تاس، دقیقاً 5 بار هریک از عددها دیده می‌شوند؟



= احتمال نارنجی

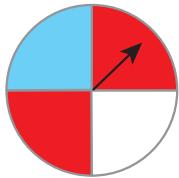
= احتمال آبی

= احتمال سفید

(د) اگر 400 بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی هر قسمت قرار بگیرد؟

(ه) اگر 400 بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی رنگ سفید قرار بگیرد؟

۱- عقرهٔ چرخنده رو به رو را می‌چرخانیم، احتمال ایستادن عقرهٔ روی کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟



۲- در یک کيسه ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز قرار داده‌ایم.

یک مهره را به طور تصادفی بیرون می‌آوریم؛ رنگ آن را یادداشت می‌کنیم و به کيسه بر می‌گردانیم.

می‌خواهیم این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهیم.

آیا می‌توانیم پیش از انجام کار، مشخص کنیم که در چه کسری از آزمایش‌ها مهره آبی بیرون می‌آید؟ چرا؟

۳- یک تاس را بیست بار پرتاپ کرده‌ایم و نتیجهٔ آزمایش‌ها را در جدول یادداشت کرده‌ایم :

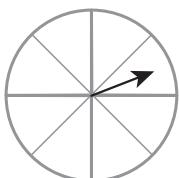
نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
عدد تاس	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅	⚃	⚄	⚅	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅	

هر یک از عددهای روی تاس، در چه کسری از آزمایش‌ها آمده است؟

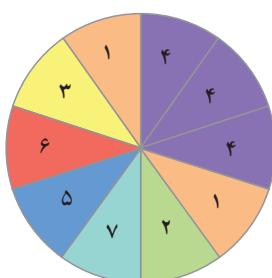
آیا می‌توانیم بدون محاسبه، حاصل جمع این کسرها را به دست آوریم؟ چگونه؟

۴- الف) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاپ تاس، تقریباً چند بار باید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاپ تاس، تقریباً چند بار عددی زوج باید؟



۵- چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقرهٔ روی رنگ سفید برابر صفر باشد، یعنی ایستادن عقرهٔ روی رنگ سفید، غیرممکن باشد.



۶- عقرهٔ چرخنده مقابل را می‌چرخانیم.

الف) احتمال ایستادن عقرهٔ روی هر یک از عددها را محاسبه کنید.

$$\text{احتمال ۱} =$$

$$\text{احتمال ۲} =$$

$$\text{احتمال ۳} =$$

$$\text{احتمال ۵} =$$

$$\text{احتمال ۶} =$$

$$\text{احتمال ۷} =$$

ب) اگر ۱۰۰۰ بار عقره را بچرخانیم، انتظار داریم عقره تقریباً چند بار روی عدد ۳ قرار بگیرد؟

ج) اگر ۱۰۰۰ بار عقره را بچرخانیم، انتظار داریم عقره تقریباً چند بار روی عدد ۴ قرار بگیرد؟

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- آمار
- احتمال
- اتفاق‌های هم‌شانس
- نمونه‌گیری
- جمع‌آوری داده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- سازماندهی داده‌ها در جدول
- رسم نمودار ستونی
- رسم نمودار خط شکسته
- رسم نمودار تصویری
- کاربرد هر یک از نمودارها در مسائل مختلف
- انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر
- تشخیص حتمی، ممکن یا غیرممکن بودن یک اتفاق
- پیدا کردن احتمال رخدادن یک اتفاق
- آزمایش و ثبت نتایج مربوط به یک اتفاق تصادفی
- مقایسه احتمال رخدادن یک اتفاق با نتایج آزمایش‌ها

کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره، کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادها از جمله بارندگی، سیل، بارش برف و... را پیش‌بینی کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.
یک تاس را ۱۰ بار بیندازید و نسبت تعداد دفعاتی را که عدد زوج آمده، به تعداد کل آزمایش‌ها، پیدا کنید و با یک کسر نمایش دهید.

احتمال زوج بودن عدد روی تاس را محاسبه کنید و با یک کسر نمایش دهید.

آیا این دو کسر همیشه با هم برابرند؟

آیا ممکن است این دو کسر با هم برابر باشند؟

آیا می‌توان گفت که وقتی تعداد آزمایش‌ها زیاد می‌شوند، انتظار داریم که این دو کسر تقریباً برابر شوند؟



کتاب‌های مناسب ریاضی پایه هفتم

ردیف	عنوان	مؤلف	مترجم	نام ناشر	محل نشر	سال انتشار
۱	آموزش جامع ریاضیات هفتم	بیان، حمیدرضا		مبکران / پیشروان	تهران	۹۲
۲	آموزش، تمرین ریاضیات هفتم (در سیاره نایماز) ...	عزیزآدہ، هادی		مبکران / پیشروان	تهران	۹۲
۳	در کلاس درس خوارزمی	سالاری، حسن		مدرسہ	تهران	۹۰
۴	اسحاق نیوتن: ریاضیدان و دانشنامه برجسته	روزنسکی، ناتالی ماپرا	رضا علیزاده	ققنوس	تهران	۹۰
۵	جن اعداد: ماجراجی ریاضی *	ملک دخت قاسمی	آنوس برگ، هاوس مالگوس	آیزیر	تهران	۸۹
۶	بخش پنجمی، مقسوم علیه و مضرب *	بندهی، زهرا	مدرسہ		تهران	۸۹

معلمان محترم، صاحب نظران، دانش آموزان عزیز و ادیسای آنان می توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطلب
این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۱۵۸۷۵/۴۸۷۴ - گروه درسی مبوط و پایام نگار (Email)
(Email) talif@talif.sch.ir ارسال نمایند.
در ترتیب کتاب های درسی عمومی و توسط نظری