# Informationen zu den Ergebnissen der 59. Mathematikolympiade

Diese Übersicht wurde aus den Informationen im Auswertungs-Repo des Aufgabenausschusses automatisch generiert. **Zuarbeiten** können in digital auswertbarem Format per email an graebe@informatik.uni-leipzig.de eingereicht werden.

## Statistik

Statistik der uns gemeldeten Ergebnisse, geordnet nach Klassenstufen und Olympiadestufen. Angegeben sind jeweils die erreichte Durchschnittspunktzahl in Prozent der für diese Aufgabe erreichbaren Gesamtpunktzahl. Einige der vorgelegten Ergebnisse sind kumulativ über mehrere Klassenstufen erfasst und in diesem Fall der höchsten Klasse (etwa Klasse 13) zugeordnet.

## Klasse 3

	TN	590321	590322	590323	590324	590325
MV	151	38	16	53	31	07

	TN	590331	590332	590333	590334	590335
Bremen	26	82	71	22	61	19
MV	17	88	69	43	71	45

## Klasse 4

	TN	590421	590422	590423	590424	590425
M	7 334	55	51	62	34	31

	TN	590431	590432	590433	590434	590435
Bremen	29	59	74	88	25	36
MV	34	33	75	88	20	40

	TN	590521	590522	590523	590524
LaSuB Leipzig	355	35	34	63	37
MAN Dresden	104	60	47	71	61
MV	273	29	31	60	36
Niedersachsen	1540	32	28	48	28
SBA Chemnitz/Zwickau	367	32	37	61	41
SBA Dresden	619	57	61	52	58
WOG Leipzig	82	49	36	62	37

	TN	590531	590532	590533	590534
BK Chemnitz 6-8	40	70	75	51	37
Bremen	18	89	82	75	63
MV	27	81	74	64	45
Niedersachsen	50	84	75	63	43

	TN	590621	590622	590623	590624
LaSuB Leipzig	294	51	50	57	43
MAN Dresden	73	53	73	65	59
MV	314	50	51	55	45
Niedersachsen	1159	50	47	54	42
SBA Chemnitz/Zwickau	290	49	59	56	43
SBA Dresden	474	63	45	51	43
WOG Leipzig	94	56	45	56	59

	TN	590631	590632	590633	590634	590635	590636
BK Chemnitz 6-8	36	53	77	69	33	70	55
BK Leipzig 6-8	30	41	80	68	50	77	31
Brandenburg	27	59	78	61	47	74	54
Bremen	26	58	86	85	56	78	66
MV	32	33	74	67	26		
Niedersachsen	42	54	84	42	50		

	TN	590721	590722	590723	590724
LaSuB Leipzig	174	61	47	54	49
MAN Dresden	76	54	53	47	54
MV	226	54	44	41	43
Niedersachsen	767	48	40	35	38
SBA Chemnitz/Zwickau	247	55	47	53	41
SBA Dresden	319	84	51	46	67
WOG Leipzig	29	68	43	56	59

	TN	590731	590732	590733	590734	590735	590736
BK Chemnitz 6-8	33	93	82	36	70	48	44
BK Leipzig 6-8	20	89	76	23	93	48	31
Bayern	23	82	100	34	77	56	33
Brandenburg	23	89	67	17	60	48	31
Bremen	20	94	76	19	72	41	10
MV	42	91	85	31	74	36	25
Niedersachsen	36	99	85	39	70	46	35

	TN	590821	590822	590823	590824
LaSuB Leipzig	124	77	23	45	08
MAN Dresden	82	86	31	45	12
MV	147	84	26	51	19
Niedersachsen	460	79	25	45	13
SBA Chemnitz/Zwickau	201	79	28	51	11
SBA Dresden	281	72	56	50	23
WOG Leipzig	33	82	24	46	16

	TN	590831	590832	590833	590834	590835	590836
BK Chemnitz 6-8	30	86	38	44	65	56	21
BK Leipzig 6-8	18	74	40	28	62	59	15
Bayern	14	72	64	38	71	87	22
Brandenburg	20	75	41	29	61	74	17
Bremen	14	80	17	65	62	64	22
MV	25	74	32	26	42	47	18
Niedersachsen	31	95	56	38	65	63	29

	TN	590841	590842	590843	590844	590845	590846
Bundesrunde	51	95	52	71	64	27	22

	TN	590921	590922	590923	590924
LaSuB Leipzig	76	65	68	40	30
MAN Dresden	62	58	76	25	56
MV	117	60	59	25	23
Niedersachsen	312	56	59	25	17
SBA Chemnitz/Zwickau	147	53	55	24	15
SBA Dresden	184	70	66	43	12
WOG Leipzig	21	67	81	32	40

	TN	590931	590932	590933	590934	590935	590936
Bayern	11	69	23	71	42	59	08
Brandenburg	14	57	07	47	13	52	10
Bremen	12	18	00	19	17	45	05
MV	21	31	08	50	22	34	04
Niedersachsen	20	63	24	66	41	50	19
Sachsen 9-12	34	62	17	63	30	40	13

	TN	590941	590942	590943	590944	590945	590946
Bundesrunde	52	83	55	49	52	31	67

	TN	591021	591022	591023	591024
LaSuB Leipzig	69	64	65	25	18
MAN Dresden	57	89	75	28	28
MV	92	70	67	30	27
Niedersachsen	269	67	68	26	24
SBA Chemnitz/Zwickau	129	54	63	24	21
SBA Dresden	143	80	61	43	17
WOG Leipzig	21	59	77	36	27

	TN	591031	591032	591033	591034	591035	591036
Bayern	11	72	50	86	38	76	21
Brandenburg	17	70	30	70	22	71	20
Bremen	10	63	31	63	32	59	13
MV	18	46	47	56	33	54	33
Niedersachsen	16	74	65	74	36	62	22
Sachsen 9-12	25	63	51	63	33	57	25

	TN	591041	591042	591043	591044	591045	591046
Bundesrunde	33	81	37	60	60	22	26

	TN	591121	591122	591123	591124
LaSuB Leipzig	35	85	14	54	34
Niedersachsen	101	80	22	52	34
SBA Dresden	77	79	29	24	24
WOG Leipzig	13	90	08	72	38

	TN	591131	591132	591133	591134	591135	591136
Bayern	4	90	60	25	67	51	07
Bremen	6	56	40	17	69	05	00
Niedersachsen	12	71	63	27	64	50	17
Sachsen 9-12	15	78	65	18	64	35	08

	TN	591141	591142	591143	591144	591145	591146
Bundesrunde	29	73	41	47	54	71	55

Klasse 12

	TN	591221	591222	591223	591224
LaSuB Leipzig	20	92	15	55	44
MV	83	82	33	59	38
Niedersachsen	135	81	23	51	36
SBA Chemnitz/Zwickau	225	59	13	36	18
SBA Dresden	47	82	37	37	37
Stadt Dresden	73	89	23	67	48
WOG Leipzig	7	94	16	73	53

	TN	591231	591232	591233	591234	591235	591236
Bayern	7	83	66	34	81	60	15
Brandenburg	18	83	70	49	89	50	16
Bremen	4	96	64	18	50	25	25
MV	31	80	55	18	80	46	07
Niedersachsen	12	90	76	39	76	38	26
Sachsen 9-12	12	88	79	42	92	54	19

	TN	591241	591242	591243	591244	591245	591246
Bundesrunde	32	80	59	49	89	82	27

# Kommentare zu einzelnen Aufgaben und Stufen

In Klammern am Anfang der Bemerkung zur jeweiligen Aufgabe steht der Kontributor, welcher die Bemerkung eingereicht hat. Am Ende in Klammern steht ein Ordnungsvermerk, den der Kontributor helfen kann zu entschlüsseln<sup>1</sup>. Im Anhang finden Sie eine Liste der Kontributoren dieser Auswertung.

#### Stufe 1

## Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

#### Stufe 2

#### Allgemeine Bemerkungen zu dieser Stufe

(MO-DB) Insgesamt haben 5283 Schülerinnen und Schüler teilgenommen. Von 4743 (90%) wurden Punktzahlen gemeldet.

(koksch) MAN = Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden. Dies ist eine Schule mit vertieftem math.-naturwiss. Profil (Spezialschule)

(winter) WOG = Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig. Dies ist eine Schule mit vertieftem math.-naturwiss. Profil (Spezialschule)

## Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

## Klasse 5

Aufgabe 590521

(koksch) Da immer eine vollständige Begründung bzw. Erläuterung verlangt ist, sollte dies bei der Formulierung der jeweiligen Aufgabenstellung auch mit angegeben werden. Sonst kommt es leicht dazu, dass die Teilnehmer nicht bemerken, dass eine Begründung gefordert ist. Ein Schüler hat explizit angemerkt: Es fehlt die Begründung, da der Operator "Gib an" ist. (knappe)

#### Klasse 6

Aufgabe 590621

(jagnow) Eine nicht geringe Zahl von Teilnehmern hat 7 l als 71 gelesen und konnte auch aus dem Sachverhalt nicht entnehmen, dass dieser Wert recht unrealistisch ist bzw. ist über die fehlende Einheit gestolpert.

#### Klasse 7

Aufgabe 590722

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Meist handelt es sich beim Kontributor um den Hauptverantwortlichen der jeweiligen Olympiaderunde, beim Ordnungsvermerk um den Korrektor oder Koordinator der jeweiligen Aufgabe.

(koksch) Farbe der Würfel ungünstig, lieber nummerieren, Reihenfolge betonen, wurde oft falsch verstanden. Problem der Schüler: Aufgabenstellung genau lesen. (queißer)

Aufgabe 590723

(koksch) Keine Kritik.

#### Klasse 8

Aufgabe 590821

(koksch) Aufgabenstellung fordert Datum, Lösungsblatt fordert Namen.

Aufgabe 590822

(koksch) Schülerprobleme: richtig lesen, welche Seiten wie gegeben sind; Bezeichnungen oft fachsprachlich falsch, Formulierungen im Allgemeinen (Bezeichnung geometrischer Formen, mathematischer Sätze); oft falsche Annahme höherer Symmetrie (Parallelogramm, Quadrat, ...). (eschke)

Aufgabe 590824

(koksch) Die Schüler erhalten durch Bildung des Mittelwerts eine falsche Lösung, die jedoch im Intervall der Lösungen liegt. Dabei erfolgt keine weitere Überlegung bezüglich des Wahrheitsgehalts der gefundenen Lösung. Hervorzuheben ist eine vollständige Lösung, welche ein grafische Verfahren verwendet hat. (fischau)

#### Klasse 9

Aufgabe 590921

(koksch) Der Wert der Zelle (1,1) ist nach Aufgabenstellung nicht eindeutig bestimmt. (plato) Aufgabe 590922

(koksch) Schöne Aufgabe, eindeutig formuliert. a) oft gut, teilweise unvollständig. b) Betrachtung des  $(3 \times 3)$ -Feldes oft unvollständig, teilweise fehlten wenige Fälle (z.B. eingeschlossenes  $(1 \times 1)$ -Feld. Meist wurde die "Lösungsvariante" gewählt. (weise)

Aufgabe 590923

(koksch) Uhrzeigersinn ist verwirrend, wurde mehrfach missverstanden, besser gegen Uhrzeigersinn wie üblich. Beispiel mit Rechteck veranschaulicht. Prinzip der Aufgabe gut. Schülerlösungen: Mehrfach wurden spezielle Dreiecke angenommen (Annahme von Seitenlängen, Festlegung auf gleichschenklige oder rechtwinklige Dreiecke). Ungenaue Beschreibung oder nur Skizze. Einzelfälle: Konstruktionen. (jakob)

Aufgabe 590924

(koksch) Diese Aufgabe ist als vierte Aufgabe sehr umfangreich und aus Zeitgründen für Schüler der Klasse 9 schwerlich gänzlich zu durchdenken. Bei der Korrektur des Teils b) ist es nicht möglich, die Richtigkeit des Beispiels für T=175 zu prüfen, denn a+b und a:b müssen sich hinreichend in der Größe unterscheiden. Bei a=1 ist nicht klar, wie groß b sein muss, damit T0175 wird. a=1,b=2 ist zum Beispiel falsch.

Aufgabe 591021

(koksch) In der Korrekturgruppe haben wir diskutiert, ob man das allererste Feld (oben links) überhaupt eindeutig ausfüllen kann: Neben diesem Feld befindet sich links davon keine Schüssel  $in\ der\ Zeile$  (aber bedeutet das auch "0 Schüsseln links davon in der Zeile"?). Schüler hatten dieses Problem kaum, allerdings war die "Lösung" a=b=1 (nur ein Feld mit 729 Körnern) oft genannt. a) die drei Punkte sind quasi geschenkt, gut als Start-Teilaufgabe. b) Probleme: Verständnis der Aufgabenstellung; Verallgemeinerung; unvollständige Begründungen; Einzigkeitsnachweis u.v. (guertler)

Aufgabe 591022

(koksch) Gerade im Aufgabenteil b) "Beweisen Sie, dass es nicht möglich ist ..." ist fraglich, was der Schüler alles schreiben oder veranschaulichen muss, um nachzuweisen, dass eine gewisse Teilfläche nur auf eine bestimmte Art ausgefüllt werden kann. Beispielsweise ist für manche Schüler unmittelbar klar, dass ein  $(5 \times 3)$ -Rechteck nicht mir diesem L ausgefüllt werden kann (auch die Musterlösung führt nicht alle Sackgassen auf!). Der Hauptfehler sind unvollständige Begründungen.

Aufgabe 591023

(koksch) Die Aufgabenstellung a) wurde teilweise missverstanden und die dreifache Seitenlänge (z.B.  $\frac{3}{4}x$  oder  $\frac{3}{3+\sqrt{2}}x$  angegeben. a)  $a=\frac{x}{4}$  wurde fast immer gefunden; teilweise falsche Figuren (Trapez mit zwei rechten Winkeln); teilweise wurde in einer Skizze gemessen; Anwendung Pythagoras oder Trigonometrie fehlerhaft oder gar nicht als Idee. b) Reihenfolge oft richtig, Begründung fehlte fast immer. c) oft kaum bearbeitet, sonst Ungleichungen eher ungenau verbal zu begründen versucht.

Aufgabe 591024

(koksch) Siehe 590924. Tragweite der Aufgabe wurde bei b) nicht erfasst. Es war wenig Differenzierung bei der Bewertung möglich. Es wäre mehr Arbeitszeit nötig gewesen. (nagel)

## Klasse 12

Aufgabe 591221

(a.noack) Die Aufgabe war zu einfach. Was zählt als Probe? Erstaunlich wenig Eleganz, fast alle haben nur die 7 Primzahlpaare durchprobiert, die in Summe 78 ergeben.

Aufgabe 591222

(a.noack) Die Aufgabe wurde oft falsch verstanden. Eigentlich alle Lösungen waren besser als die Musterlösung. Das Argument Zwischenwertsatz fehlte fast immer. Bei Lösungen mit 0-1 Punkten war oft nicht klar, was Voraussetzung ist und was die zu beweisende Aussage.

Aufgabe 591223

(a.noack) Die Aufgabe war zu einfach. Verblüffend häufig sind Probleme mit elementaren Umformungen (z.B. Quadrieren von Summen, Vergessen der negativen Wurzel). Auch die Bedeutung der Probe ist auffällig oft unbekannt.

Aufgabe 591224

(a.noack) Explizites Klammern  $2^{(2n)}$  für bessere Lesbarkeit. Probleme beim Anwenden der Potenzgesetze.

#### Stufe 3

## Allgemeine Bemerkungen zu dieser Stufe

(MO-DB) In Klassenstufe 6 wurden aus den 6 Aufgaben 4 ausgewählt und an einem Tag (180 Minuten) geschrieben. Der Begriff arithmetisches Mittel (Aufgabe 1 in Klasse 9 und 10) war ca. 20% der Teilnehmer unklar, erst recht für k=1.

(albers) Die Beweisaufgaben in Klasse 7 590735c und 590736 wurden von niemandem vollständig gelöst. In der 590736 (Geometrie) bestenfalls Ansätze.

Klasse 9 war an beiden Tagen ein totaler Ausfall. Die wenigen Punkte wurden überwiegend von zwei SchülerInnen erzielt.

(jagnow) Klasse 11/12 gemeinsam erfasst. In Kl. 6 nur ein Klausurtag mit 4 Aufgaben.

#### Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

#### Klasse 6

Aufgabe 590631

(braunss) Die Aufgabenstellung war für den Großteil der Teilnehmer gut verständlich. Probleme gab es bei den Formeln für Flächeninhalt und Umfang. Die Aufgabe wurde zumeist in Textform gelöst. Einige Teilnehmer haben die "Verlängerung" auf das gesamte Quadrat bezogen.

(winter) Teil a) und b) Es werden oft unbegründete Annahmen getroffen, a=11 cm, b=17 cm. Teil a) Es wird statt 22 : 2 mit 22 : 3 oder 22 : 4 gerechnet. Aufgabenskizze wird als Maßstabsgetreu verwendet. (sommer)

Aufgabe 590632

(braunss) Der Aufgabentext war gut verständlich und ohne besonderes Vorwissen leicht zu lösen. Probleme gab es beim Formulieren der Begründungsideen.

Aufgabe 590633

(braunss) Der gewollte systematisierende Ansatz war für eine 6. Klasse zu schwierig, als dass ein Schüler darauf kommen könnte. Die Aufgabe wäre eher für Klasse 7-8 geeignet. Vielen Schülern war die Schreibweise 10a+b für zweistellige natürliche Zahlen nicht geläufig. Die Schüler setzten deshalb überwiegend auf mehr oder weniger systematisches Probieren. Auf das Kryptogramm kam niemand. Häufig gelang es den Schülern nicht zu begründen, dass außer 6 bzw. 3 gefundenen Lösungen keine weiteren existieren.

(winter) Aufgabenstellung war eindeutig und gut verständlich, auch der Altersstufe angemessen. Häufig Lösung durch systematisches Probieren. Oft fehlte die Probe und im Teil b) der Nachweis, dass es ekine weiteren Lösungen gibt. (helbig)

Aufgabe 590634

(braunss) Zu a) Anstelle von Minuten wäre "Nach welcher Zeit hat Oma Lisa ihre Enkelin eingeholt?" die bessere Formulierung gewesen. Positiv: verschiedene Methoden zur Lösungsfindung möglich. Lösung fordert exakte Rechenweise sowie genaues Lesen und Verstehen.

(winter) In Teil b) ist unklar, an welcher Stelle die Masche vergessen wurde. Durch dieses Problem gab es viele richtige Ansätze, aber falsche Lösungen. (helbig)

Aufgabe 590635

(braunss) Bei d) war es nicht so günstig, dass die Schüler nicht oder nur schwer selbstständig begründen konnten, warum es mit 3 roten Würfeln nicht geht. An einer solchen Stelle können sich gerade leistungsstarke Schüler leicht "festbeißen" und Zeit verlieren, falls sie versuchen, zwecks vollständiger Lösung der Aufgabe diese Begründung zu liefern. Bei d) erkannten viele Schüler nicht, dass 3 rote Würfel nicht hineinpassen, und kamen dann auf  $15cm^3$  Restvolumen. Die Teilaufgaben a) bis c) waren hingegen im Schwierigkeitsgrad angemessen.

(winter) Teil d) Viele haben die Aufgabe rechnerisch gelöst ohne die praktische Umsetzung zu beachten. (sommer)

Aufgabe 590636

(braunss) Aufgabenstellung verständlich, nur die Eindeutigkeit wurde vom Großteil der Teilnehmer nicht beachtet. Möglicherweise ist diese Forderung in der Aufgabenstellung nicht klar erkennbar.

(winter) Klar formulierte Aufgabe, viele verschiedene Vorgehensweisen. Zum Teil wurden Restklassen einfach nur als Nicht-Teilbarkeit aufgefasst. Häufig Idee vorhanden, aber nicht systematisch verfolgt. (alvermann)

#### Klasse 7

Aufgabe 590731

(winter) Einfache Einstiegsaufgabe ohne größere Probleme. (glaser)

Aufgabe 590732

(loho) Farben rot/grün verleiten die Schüler\*innen rot/grün in ihrer Bearbeitung zu verwenden, sind aber Korrektufarben. Aufgabe war als zweite Aufgabe zu einfach.

(winter) Ist zwar einfach und verständlich, die Farbwahl rot und grün ist unglücklich, da dies Korrekturfarben sind und daher auf Schülerlösungen unpassend. Die korrekten Lösungen wurden von allen Teilnehmern herausgefunden. Der Grad, in welchem Proben bzw. die Vollständigkeit der Fallunterscheidungen ausgeführt wurden, variierte jedoch stark. (borodi)

Aufgabe 590733

(winter) Beweise wurden oft nur durch Messungen an Beispielrechtecken geführt, das Verhältnis der Diagonalenstücke 2:1 wurde mehrfach benutzt, ohne es z.B. mit Strahlensatz zu beweisen, ebenso das Höhenverhältnis.

Aufgabe 590734

(winter) Einfache Einstiegsaufgabe, die fast alle Schüler vollständig gelöst haben. (glaser)

Aufaabe 590735

(winter) In Teil b) ist zweimalige Regelanwendung zweideutig, besser wäre die Angabe zweistufig, denn manche Schüler haben die Regel zweimal für die Ausgangszahl angewendet. In Teil c) hat bis auf eine Ausnahme niemand mit Variablen a, b, c für einen allgemeinen Nachweis gearbeitet.

Aufgabe 590736

(winter) Aufgabenstellung war in Ordnung. Entweder der Geometrieunterricht hat seit meiner Zeit in der 7. Klasse (2013) massiv an Qualität verloren oder aus einem anderen Grund hat die Mehrheit der Teilnehmenden plötzlich vergessen, dass man Skizzen idealerweise größer als

 $5 \times 5$  konstruieren sollte und dass "Zeichnen und Messen" kein Beweis ist. (borodi)

#### Klasse 8

Aufgabe 590831

(braunss) Schöne Einstiegsaufgabe! Die Schüler konnten durch Proben alle Ergebnisse finden.

(loho) Unklar, ob allgemeine Lösung verlangt ist oder Probieren der Möglichkeiten ausreicht. Bedeutung des Dezimalsystems als Stellenwertsystem unbekannt. Ungewöhnlich viele "verbale" Lösungsversuche. Klare Aufgabenstellung, angemessener Schwierigkeitsgrad.

Aufgabe 590832

(braunss) Aufgabenteil b) wurde viel häufiger gelöst als Teil a). Im ersten Teil war vielen Teilnehmern der Sachverhalt klar, aber sie konnten nicht argumentieren.

(winter) Angemessene, verständlich formulierte Aufgabenstellung. Mehr als 2/3 der Teilnehmer wissen nichts darüber, wie ein geometrischer Beweis, etwa mit Kongruenzsätzen, zu führen ist. (Kürsten)

Aufgabe 590833

(braunss) Die Aufgabe war ein echter Scharfrichter. Die Aufgabenstellung war verständlich formuliert und der Einstieg in die Lösung wurde i.A. von den Startern erkannt. Eine gelungene Strategie zum Finden der größten Zahl als Lösung fiel den meisten jedoch schwer.

(loho) Aufgabenstellung war klar, Nachfragen waren extrem selten ("Was ist ein Paar von Ziffern?"). Das Problem hat mehrere Zugänge: straigthforward, Baumdiagramme, Lösen durch Probieren etc. Die Aufgabe differenziert gut (falscher Anfang mit ungerader Ziffer bzw. Beginn mit gerader Ziffer 8 (statt 6), Argumentation mit 10, 11, 12 Stellen), fast ideale Normalverteilung. Einige Schüler "think big": möglichst große Anfangsziffer statt möglichst langer Ziffernkette. Ein gutes Beispiel für eine "andere Mathematik". Bepunktung bei falschem Beginn (erste Stelle 8) unklar. Gehobener Schwierigkeitsgrad.

(winter) Unvollständig Primzahlliste, Priorität der Stellenzahl wird meist nicht erkannt. (gitin, wolf)

Aufgabe 590834

(braunss) Sehr anschauliche Aufgabe! Viele Schüler haben versucht, die Kanten der einzelnen Platten zu rotieren, um neue Möglichkeiten zu finden. Andere sind von Spielplänen ausgegangen, bei denen die Platten gefaltet, aber nicht gedreht werden können, wie bei den meisten Brettspielen.

(winter) Angemessene, klar formulierte Aufgabe. Eine Lösungsidee gab es nur in 2 oder 3 Schülerlösungen. Formeln wurden kaum verwendet. (kürsten)

Aufgabe 590835

(braunss) Die Aufgabenstellung war gut formuliert, Ansätze für die Lösung sind von fast allen Schüler/innen gefunden worden. Aufgabenteil b) hat eine deutliche Differenzierung bei den nicht vollständigen Lösungen gebracht.

(winter) Wenig Beispielrechnungen (zum Glück), Zusammenfassung von Bruchtermen mangelhaft.

Aufgabe 590836

(braunss) Nur ein Schüler hatte einen Lösungsansatz. Ich fand die Aufgaben sehr schön, aber

in der 8. Klasse vielleicht zu früh.

(loho) Offenbar für Schüler teilweise unklar und nicht ersichtlich, dass ein Beispiel sinnvoll und notwendig für volle Punktzahl ist. "Paarweise verschieden" war mehrfach nicht bekannt. (winter) Die Aufgabenstellung mit Rand- und Anlegekante wurde von mehreren Schülern falsch interpretiert. Eine Skizze wäre hilfreich gewesen. Berechnung mit Binomialkoeffizienten öfter als  $2^4$ . (gitin)

#### Klasse 9

Aufgabe 590931

(braunss) Passende Aufgabe, aber stark selektiv.

(graebe) Leichte Aufgabe mit vielen kompletten Lösungen. Einigen wenigen Schülern war das arithmetische Mittel mehrerer Zahlen nicht bekannt. (kürsten)

Aufgabe 590932

(braunss) Meist kein Gleichungssystem gefunden. Allgemeines Problem mit der mathematischen Moellierung.

(graebe) Probleme mit Durchschnittsgeschwindigkeit als Mittel, oft wurde mit dem arithmetischen Mittel gerechnet. (fasangova)

(loho) Gut formuliert, es gab kaum Nachfragen. Aufgabenstellung impliziert Existenz einer Lösung, daher Probe nicht erforderlich. 4 von 30 Schülern konnten die Aufagbe lösen, alle anderen haben nur Gnadenpunkte erhalten. Die Aufgabe wäre wohl besser als dritte Aufgabe geeignet gewesen. Gute Schwierigkeit für eine letzte Aufgabe, da nur wenige Schüler zielführende Ansätze fanden. Die Schüler haben sich extrem schwer getan, ihre Lösungsansätze bzw. Konstruktionen zu formulieren.

Aufgabe 590933

(braunss) Relativ einfache Geometrieaufgabe. Teilnehmer mit geometrischen Grundkenntnissen konnten diese gut lösen.

(graebe) Schwierigkeitsgrad angemessen, relativ einfach, veile verschiedene Lösungsansätze möglich. Teilweise Schwierigkeit, das Extremalproblem als solches zu formulieren. (hutschenreiter)

*Aufgabe* 590934

(braunss) Technische Fähigkeiten fehlten.

(graebe) Angemessene Aufgabenstellung. Für die meisten Teilnehmer war das Gleichungssystem mit Parameter eine unüberwindliche Hürde. (kürsten)

Aufgabe 590935

(braunss) Gute Aufgabe, viele Ansätze bei den Teilnehmern.

(graebe) Schwierigkeitsgrad angemessen, hat gut getrennt, ließ verschiedene Lösungen zu. Etwa 1/3 der Schüler hat die Aufgabenstellung nicht vollständig verstanden. (hutschenreiter) Aufgabe~590936

(braunss) Überforderung der Teilnehmer.

(loho) Sehr viele Fragen "Was ist paarweise verschieden?"

Aufgabe 591031

(braunss) Gut lösbare Aufgabe.

Aufgabe 591032

(braunss) Schülerlösungen oft schwer les- und interpretierbar. Formalisierung ist meist nicht geglückt.

(graebe) Angemessener Schwierigkeitsgrad. Grundsätzlich wurden alle Argumente richtig dargestellt, eine formal korrekte mathematische Sprache (Induktionsbeweis, Notation) aber fehlte größtenteils. (busch)

Aufgabe 591033

(braunss) Relativ einfache Geometrieaufgabe, die gut differenziert hat.

(graebe) Schöne Aufgabenstellung, etwas einfach für eine dritte Aufgabe. Der geometrische Sachverhalt wurde gut erfasst, bereits die Transformation in eine Extremwertaufgabe war für einige ein Problem. Behandlung der Aufgabe teilweise durch rein qualitative Plausibilitätsbetrachtungen, oft quadratische ergänzung, gelegentlich Bestimmung durch Ableitung bzw. Aussage über umfangsgleiche Rechtecke. (gräbe)

Aufgabe 591034

(braunss) Gute Einstiegsaufgabe, die aber oft falsch verstanden wurde.

(graebe) Formulierung in b) "Gibt es ..." falscher Operator, da Ja-Nein-Frage. Besser "Untersuchen Sie, ob ..." oder so. b) wurde von einem Schüler sehr kreativ angegangen, indem die Rollen vertauscht wurden und x, y als Parameter sowie a als Variable im System betrachtet wurden. (wenzel)

Aufgabe 591035

(braunss) Gute Aufgabe. Erstaunlich viele Lösungen bei einem Geometriethema.

(graebe) Keine wesentlichen Probleme, meist wurde die Figur zunächst zerlegt, entsprechende Winkel und daraus Flächeninhalte berechnet, woraus sich Teil b) ergab, und auf dieser Basis a) beantwortet. Parallelität von AE und BD oder Symmetrie des Fünfecks wurde oft ohne Beweis vorausgesetzt. In mehreren Lösungen wurde das Fünfeck in das Trapez ABDE und das Dreieck CDE in zwei Hälften zerlegt, also das Trapez für ein Parallelogramm ausgegeben. Die Flächeninhaltsberechnung führte bei Zerlegung in ABC, CDE und ACE auf Ausdrücke mit  $\cos(15^{\circ})$  usw., die nicht weiter vereinfacht wurden, was aber auch nicht gefordert war. Etwas unglücklich gegenüber den Schülerlösungen, die zum expliziten Ergebnis  $\frac{3}{2}a^2$  kamen, das hätte vermieden werden können, wenn der Flächeninhalt bereits in der Aufgabe angegeben worden wäre ("Weisen Sie nach, dass ..."). (gräbe)

Aufgabe 591036

(braunss) Sehr schöne schwere Aufgabe, leider nur für wenige lösbar.

(graebe) Monotonie und die Bedingung der Multiplikativität in einem Satz war problematisch (gilt Multiplikativität nur für  $m \leq n$ ?). Oft schlechte formale mathematische Sprache. (busch)

#### Klasse 12

Aufgabe 591231

(braunss) Als Einstiegsaufgabe sehr geeignet. Alle fanden einen Zugang zur Lösung. Punktabzüge resultieren aus Rechenfehlern und kleineren Ungenauigkeiten bei der Fallunterscheidung.

(graebe) Aufgabe zu einfach, ohne Idee mit Fallunterscheidung lösbar, was die Mehrzahl der Schüler auch durchgezogen hat. (langenau)

Aufgabe 591232

(braunss) Schwierigkeitsgrad angemessen, Schülerlösungen meist mit Trigonometrie, diese oft vollständig. Auswertung von  $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$  nicht erfolgt.

(graebe) Musterlösung anders als die Schülerlösungen, die mit Pythagoras und Trigonometrie argumentiert haben.  $\cos(15^{\circ})$  und  $\tan(15^{\circ})$  manchmal nachgerechnet, manchmal so stehen gelassen. (hellig)

(loho) Klar verständlich, keine Nachfragen. Die sehr regelmäßigen auftretenden Figuren und vielen rechten Winkel laden zu trigonometrischen Lösungsversuchen ein. Das sollte in der Musterlösung reflektiert werden; selbst wenn Trigonometrie aus politischen Gründen nicht mehr als Schulwissen vorausgesetzt wird, wäre eine trigonometrische Alternativlösung angezeigt gewesen. Die gegebene Lösung inkl. Punkteschema war für die Aufgabe in dieser Form kaum hilfreich, weil sie die Aufgabenstellung sehr einseitig betrachtet. Schüler brachten kaum elementargeometrische, sondern überwiegend trigonometrische Lösungen. Werte waren durch Nachmessen zu finden, daher blieb unklar, ob die gefundenen sin/cos/tan-Werte wirklich bekannt oder nur geraten waren. Trigonometrie scheint der Lösungsweg Nr. 1 zu sein: Beim großen Teil der Schüler waren keine elementargeometrischen Ansätze erkennbar. Trotzdem wurde bspw. häufig ignoriert, dass der Sinus zwischen 0° und 180° nicht injektiv ist.

Aufgabe 591233

(braunss) Eine angemessene kurze Lösung der Aufgabe setzt Grundkenntnisse der Graphentheorie voraus. Schüler ohne diesen Hintergrund beschreiben umständlich (und meist unvollständig oder fehlerhaft) Verfahren zur schrittweisen Realisierung der Aufgabenstellung (Radwege befestigen). Sehr korrekturunfreundlich.

(graebe) Anschaulicher Sachzusammenhang, aber man hätte daruf hinweisen können, dass sich Feldwege kreuzen dürfen – die Planarität des Graphen wurde von Schülern teilweise fälschlich angenommen. Breites Feld an Lösungsideen, welches an Komplexität und Genauigkeit von "schönen Erklärungen" über "schöne Erklärungen mit erkennbaren Lücken" bis "äußerst zäh zu lesen" reichten. (borodi)

Aufgabe 591234

(braunss) Aufgabe offensichtlich zu leicht für diese Klassenstufe. Wenig differenzierend.

(graebe) Verwirrend einfach. Bei Versuchen, eine elegante zahlentheoretische Lösung zu finden, wurde sich schnell verzettelt. (langenau)

(loho) Aufgabe passt. Viele Rechenfehler. Lösungen ca. 80 Prozent mit Algebra (quadratische Gleichung), Rest mit Zahlentheorie (Teilbarkeit).

Aufgabe 591235

(braunss) Schwierigkeitsgrad angemessen. Schüler fanden viele verschiedene Lösungen (Winkel am Kreis, Trigonometrie und Mischung aus beiden Methoden). Oft wurde auch mit *unbewiesenen Behauptungen* über diese spezielle geometrische Konfiguration argumentiert. Deshalb das differenzierte Bild bei der Punktbewertung.

(graebe) Alles oder nichts. Schüler haben entweder den zielführenden Ansatz gefunden oder

überhaupt keinen. (hellig)

(loho) Aufgabe zu einfach. Sowohl elementar als auch trigonometrisch nur eine Idee. Klar verständlich, Nachfragen zu Definition spitzwinklig und Höhenschnittpunkt. Kenntnis des erweiterten Sinussatzes war von großem Vorteil. Häufig trigonometrische Lösungen. Schnellere Lösung bei Betrachtung der Seite  $\overline{AH}$  und  $|\not\prec HBA| = |\not\prec AGH|$ .

Aufgabe 591236

(braunss) Offenbar eine schwierige Aufgabenstellung. Oft wurde das Problem nicht richtig erkannt und manchmal vereinfachende Annahmen getroffen. Insgesamt kaum zielführende Ansätze, nur Beispiele, um die Behauptung zu realisieren.

(graebe) Schwere Alles-oder-Nichts-Aufgabe. Was sind reelle Zahlen? Wurde oft mit rationlaen Zahlen verwechselt. (ketelsen)

#### Stufe 4

#### Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

#### Klasse 8

Aufgabe 590843

(mo) Die Aufgabe war für die gewählte Position viel zu leicht, da fast alle Schülerinnen und Schüler den Teil a) vollständig lösten und zu Teil b) zumindest geeignete Lösungsideen fanden. Typischer Mangel bei a) war, die beiden Zahlen R(15) und R(16) mehr oder weniger erläutert zu berechnen, dann aber die Schlussfolgerung nicht zu nennen. Bei Teil b) gab es Schwierigkeiten beim korrekten Aufschreiben der gefundenen Ideen. Häufig fehlten auch Begründungen.

Aufgabe 590845

(mo) Bei zukünftigen Aufgabenformulierungen sollte auf die gleichorientierung zweier verschiedener geometrischer Figuren geachtet werden, obwohl bei der diesjährigen Olympiade kein Schüler die Möglichkeit der gegensätzlichen Orientierung betrachtet hat. Ein Schüler hat eine vollständige Lösung mit Mitteln der analytischen Geometrie vorgelegt, ein anderer Schüler mittels komplexer Zahlen. (Klasse 8)

Aufgabe 590846

(mo) Die Aufgabe genügte noch ihrer Rolle als schwerste Aufgabe. Viele Schüler fanden die Lösungspaare oder wenigstens eines oder zwei. Oft wurden die Proben vergessen, wobei den Korrektoren auch der Hinweis auf eine durchgeführte Probe genügt hätte. Häufig wurde wohl fehlerhaft angenommen, eine Lösungsherleitung sei auch eine Probe. Erwartungsgemäß hatten viele Schülerinnen und Schüler Probleme, mit Quadratzahlen und ihren Abständen umzugehen.

#### Klasse 9

Aufgabe 590941

(mo) Die Aufgabe war als Einstiegsaufgabe geeignet. Jeder Schüler erreichte mindestens einen Punkt. Der Punktdurchschnitt lag bei 5,0 in der Klasse 9 und 4,8 in der Klasse 10. (Der Unterschied überrascht.) Von allen 87 Teilnehmern in beiden Klassenstufen erhielten 40=17+23

Schüler die volle Punktzahl. Die Beziehungen zwischen den Größen wurden von den meisten Schülern korrekt und nicht selten nach längeren Rechnungen hergestellt. Die Untersuchung auf Ganzzahligkeit von Brüchen wie k/(k-2) ist für die meisten Schüler problemlos möglich, für ein Drittel aber nicht. Bei dieser Aufgabe war es wesentlich, darzustellen, wie die "sachlichen" Angaben der Aufgabenstellung in mathematische Aussagen und Gleichungen umzusetzen sind; diese Notwendigkeit haben nicht alle Teilnehmenden gesehen. Glücklicherweise hat andererseits niemand die in der Aufgabe beschriebene "Realität" hinterfragt (gerade beim Aufgabenteil a) scheint Marcel eher ein Wildwasserkanut denn ein Ruderer zu sein...).

Aufgabe 590942

(mo) Aufgabe angemessen, für Schüler gut verständlich, mehrere Lösungsvarianten möglich. Vollständige Lösungen folgten zum Teil der ersten Musterlösung, zum Teil gingen Sie von der Behauptung, dass  $x_{max}=13/3$  gilt, aus. Viele Schüler hatten Probleme, exakt zu formulieren. Häufiger Fehler: y=z wurde benutzt, aber nicht oder unzureichend begründet

Aufgabe 590943

(mo) Wie erwartet eine anstrengend zu korrigierende Aufgabe. Aus mehreren Schülerlösungen gemeinsam ergibt sich eine zweite Lösungsstrategie: Schritt 1: Rückführung auf den Fall, dass alle Klecksmittelpunkte auf Gitterpunkten liegen. Schritt 2: Lösung des nunmehr endlichen Problems per Fallunterscheidung, wobei tatsächlich nur wenige Fälle auftauchen, wenn man ständig Optimalität beachtet. Diese Lösung ist zwar weniger elegant als das Schubfachprinzip, aber weil viele Schüler sich an Schritt 1 versucht haben, wäre zur Bepunktung eine solche Lösung als Musterlösung hilfreich gewesen.

Aufgabe 590944

(mo) Die Aufgabe war als Einstiegsaufgabe für den zweiten Tag geeignet. 44 Teilnehmer (von 87) erhielten 5 bzw. 6 Punkte, also hat mehr als die Hälfte der Schüler die Aufgabe (fast) vollständig gelöst. Die Punktdurchschnitte lagen bei 3,1 in der Klassenstufe 9 und 3,6 in der 10. (Der Unterschied überrascht nicht.) Insgesamt ein Drittel der Schüler konnte keine brauchbare Lösungsidee entwickeln (0 oder 1 Punkt). Die Aufgabe wurde kurz mit Hilfe der entsprechenden Ideen (Vieta) oder lang mit Hilfe der Brechstange (umfangreiche Termumformungen) gelöst. Bei der Korrektur wurde die Frage der Probe diskutiert, die zum einen durch schlichtes Einsetzen und Umformen und zum anderen z.B. durch den Koeffizientenvergleich der Polynome g(x) = (x - 1/x1)(x - 1/x2) und  $g(x) = x^2 + (2a + 1)x + (2b + 1)$  anhand der Eigenschaften der ermittelten Werte für a und b mit dem Hinweis  $x_1$  ungleich  $x_2$  erfolgen konnte. Erfolgte die Probe oder die Begründung nicht ganz vollständig (z.B.: Hinweis auf  $x_1 \neq x_2$  fehlt; Begründung in der zweiten Variante nicht vollständig bzw. eher implizit, aber der Hinweis auf  $x_1 \neq x_2$  erfolgte), so wurde der eine Punkt zuerkannt.

*Aufgabe* 590945

(mo) Der Anteil der Fleißarbeit (Fälle n=1...7) war zu hoch. Viele Schüler scheiterten schon bei den Fällen ab n=3. Dabei ließen sich einige schon nach n=2 zur Behauptung  $|a_i|=i$  verleiten (für die es nur ein einziges Gegenbeispiel bei n=3 gibt) und versuchten diese zu beweisen, vermutlich hatten sie nicht damit gerechnet, dass noch mehr Probieraufwand notwendig war. Punkte wurden schon für die Angabe von grundlegenden einschränkenden Eigenschaften der Folge vergeben. Richtige Angabe der guten Folgen ohne zusätzliche Begründung wurde akzeptiert.

Aufgabe 590946

(mo) Zu einfach als sechste Aufgabe! 20 von 34 Schülern mit 6 oder 7 Punkten. Das Training der Schüler zeigt sich. Erstaunlich viele Schüler waren in der Lage, diese Aufgabe mit komplexen Zahlen zu lösen.

#### Klasse 10

Aufgabe 591041

(mo) Siehe Klasse 9.

Aufgabe 591042

(mo) Die Aufgabenstellung wurde erstaunlich gut verstanden, sodass fast alle einen sinnvollen Ansatz finden konnten. Erstaunlicherweise (RGeo!) wirklich machbar als 2. Aufgabe. Es gab keine Ausfälle wegen falsch verstandener Aufgabenstellung. Die prinzipiellen Eigenschaften der senkrechten Parallelprojektion wurden oft nicht genutzt und über Anschauung argumentiert (regelmäßiges Sechseck nicht bewiesen). Insbesondere die Eigenschaften bzgl. Flächeninhalt und Längen der Projektion im Vergleich zum Original sind meist nicht verfügbar, konnten aber zuweilen hergeleitet werden. Dass Parallelprojektion Parallelität erhält, war den meisten, die Lagebeziehungen nachweisen wollten, bekannt. Eine Schülerlösung zeigte vektoriell den Fakt, dass Fläche der Projektion des Eineitswürfels auf eine Ebene gleich der Länge seiner Projektion auf eine zur Ebene orthogonalen Gerade ist!

Aufgabe 591043

(mo) Eine schöne und etwas andere Aufgabe mit passendem Schwierigkeitsgrad. Herauszufinden, dass 21 Kleckse ausreichen, war mit Hilfe der Parkettierung mit 6-Ecken evtl. einfacher als erwartet. Eine differenzierte Bepunktung war möglich. (Evtl. hätte man auch härtere Maßstäbe anlegen können und z.T. einen Punkt weniger geben können). Es gab das volle Spektrum von 0 bis 7 Punkten. Den meisten Schülern war klar, dass sie eine untere und eine obere Schranke für die Anzahl nötiger Kleckse nachzuweisen haben. Aus Schülersicht war die Aufgabe sicherlich attraktiv und gut zugänglich.

Aufgabe 591044

(mo) Siehe Klasse 9.

Aufgabe 591045

(mo) Die Aufgabe fiel überraschend schlecht aus, eher wie eine 6. und keine 5. Aufgabe. Uns wundert das ein wenig, weil der Ansatz mit kleinen Werten für n und einem Baumdiagramm eigentlich schnell auf die richtigen Ideen führen könnte. Eine relativ große Anzahl von Teilnehmern hat die entscheidende Fallunterscheidung getroffen und die Anzahl der halbzahligen Folgen korrekt bestimmt, kam aber bei den ganzzahligen Folgen auf keinen grünen Zweig, was am Ende auf eine mittlere Punktzahl hinauslief. Erstaunlich wenige Teilnehmer konnten die ganzzahligen Folgen induktiv verstehen. Einige Teilnehmer haben nicht verstanden, dass die Bedingung auch für j=k gelten muss, obwohl es explizit dasteht.

Aufgabe 591046

(mo) Nicht zu schwer, auch wenn die Ergebnisse letztlich ein weiteres Mal ernüchternd sind. Immer wieder ernüchternd, wie viele Schüler zwar die offensichtlichen Thaleskreise AHCX und BYCH sehen, auch gleichgroße Peripheriewinkel erkennen, aber nicht einmal eine ordentliche Vermutung wie w(XHY) = w(XMY) formulieren können. w(XHY) = 180 - 2 \* alpha kam meist noch raus, danach war unklar, wie weiter. Nur die wenigen mit mehr als 4 Punkten

kamen auf die Idee, das Mittendreieck von ABC einzuzeichnen. Zwei sehr schöne, von der Musterlösung abweichende Lösungen: Eine mit komplexen Zahlen, über die man Drehstreckungen elegant behandeln kann, eine mit Eigenschaften von Innen- und Außen-Winkelhalbierenden.

# Beiträge zu dieser Auswertung lieferten

 $\underline{\text{albers}}$ 

Raimund Albers, Universität Bremen, Bremen

email: reimund.albers@icloud.com

braunss

Andreas Braunß, Uni Potsdam email: braunss@uni-potsdam.de

graebe

Hans-Gert Gräbe, Uni Leipzig

email: graebe@informatik.uni-leipzig.de

jagnow

Ingrid Jagnow

email: ijagnow@arcor.de

koenig

Helmut König, Chemnitz

email: HHW.Koenig@t-online.de

 $\underline{\text{koksch}}$ 

Norbert Koksch, TU Dresden

email: Norbert.Koksch@tu-dresden.de

lippert

Joachim Lippert, Marie-Curie-Gymnasium Dresden

email: lippert@mcg-dresden.de

loho

Georg Loho, Landesbeauftragter Bayern

email: info@mo-by.de

mo

Auswertung durch die Koordinatoren der Bundesrunde

a.noack

Antje Noack, Dresden

email: antje.noack@tu-dresden.de

winter

Bernd Winter, Gymnasium Leipzig-Engelsdorf

 $email: \verb"Winter.Bernd@gymeng.lernsax.de"$