Brazilian ICPC Summer School 2022

Resolução Contest 1: HCW19

- HCW19
- Problemas de Segment Tree

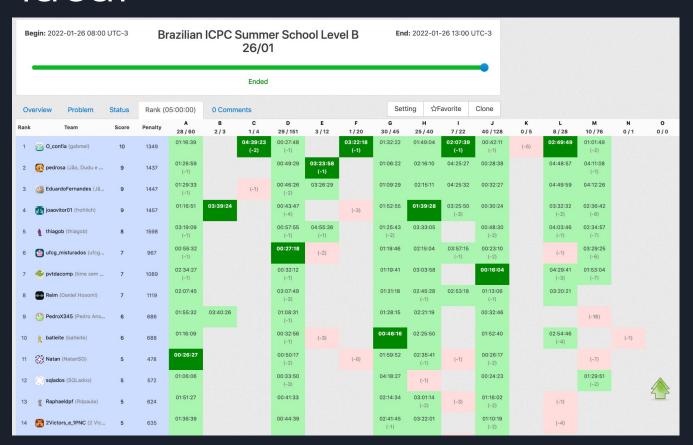
Autor

Sobre

- Ex-Maratonista (ICPC 2013)
- Ex-Olímpico (IOI 2012)
- Problem Setter na Brasileira 2019 e 2020
- Engenheiro de Computação (POLI-USP)
- Professor no colégio ETAPA
- Contato:
 - o andremfq@gmail.com



Placar



HCW 19

Comentários Gerais:

- Contest disponível no <u>GYM</u>
- 5h, 3 estrelas
 - Muitos contests 3 estrelas estão num nível legal pra Maratona Brasileira (entre a primeira e segunda fase)
 - Mesmo contests mais fáceis são muito úteis (vários têm problemas difíceis legais, e mesmo os problemas médios servem para treinar velocidade)
- <u>Tutorial</u>
 - Não falarei de todos os problemas
- É muito importante upsolvar os problemas
 - Pense nos problemas que não teve tempo durante o contest
 - Se mesmo após pensar não conseguir resolver, leia o tutorial e resolva

B. Beggin' For A Node

Comentários Gerais: não vou resolver

- Problema bem legal
- Este problema fica fácil se você domina Centroid Decomposition
 - Se você nunca estudou, recomendo que estude
 - Se já havia visto, e não conseguiu identificar, precisa treinar mais
- O tutorial descreve uma solução que usa apenas LCA, DFS and Binary Search
 - o Ideia muito legal, recomendo aprender, mas com Centroid Decomposition fica bem mais fácil

C. Countering Terrorists

- Fazer Busca Binária no valor de w. Para um dado w precisamos verificar se é possível eliminar todas as n bombas, com P dispositivos do tipo 1 (tamanho w) e Q dispositivos do tipo 2 (tamanho 2w)
- Para responder pra um w específico, iremos fazer uma DP. DP[i][j] vai guardar a menor quantidade de dispositivos do tipo 2 necessária para eliminar todas as bombas de 1 à i (bombas ordenadas) usando no máximo j dispositivos do tipo 1.
 - Se temos essa DP calculada, basta verificar se DP[n][P] <= Q então conseguimos com esse valor de w, senão não conseguimos.
 - Procure entender bem essa DP, no fundo ela é simples, mas não é uma DP comum.

C. Countering Terrorists



- Como calcular DP[i][j]?
- Para eliminar a bomba i, que está em v[i], temos duas possibilidades, usando um dispositivo do tipo 1 ou usando um dispositivo do tipo 2.
- DP[k1][j 1], sendo k1 a primeira bomba que não será afetada pelo dispositivo de tamanho w, ou seja, maior índice tal que v[k1] < v[i] - w, dá pra encontrar com Busca Binária ou manter com Two Pointers
- DP[k2][j] + 1, analogamente sendo k2 a primeira bomba que não será afetada pelo dispositivo de tamanho 2w.

C. Countering Terrorists

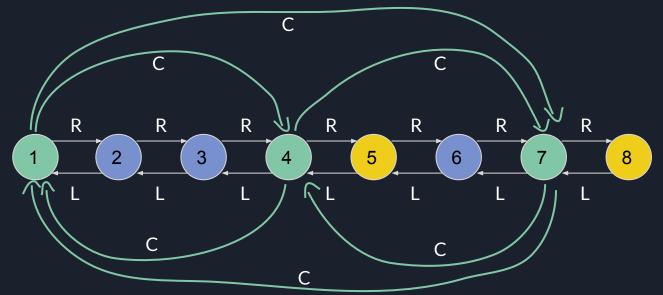
- Quanto fica a complexidade?
- O(log(10⁹)) passos da Busca Binária no w
- A cada passo temos uma DP que é O(N*P)
- Mas isso dá TLE: $30 * 2000 * 10^5 = 6 * 10^9$
- Observação: se P + Q >= n então a resposta é 1. Desta forma só iremos fazer a Busca Binária quando P + Q < n, assim P < 2000, e portanto a complexidade fica 30 * 2000 * 2000 = 1,2 * 10⁸ que passa!

E. Elevate To Dominate

Comentários Gerais: não vou resolver

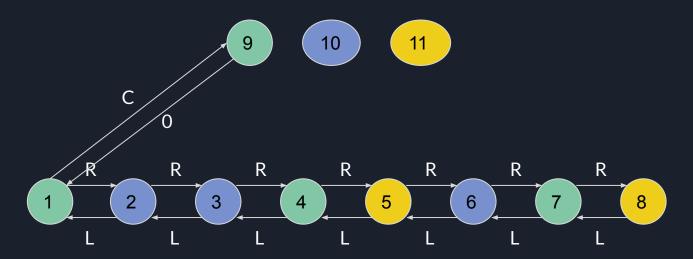
- Problema clássico de Convex Hull Trick (Otimização de DP)
 - Se você nunca estudou, recomendo que estude
 - Se já havia visto, e não conseguiu identificar, precisa treinar mais

L. Left or Right? How about neither?



- Problema de caminho mínimo num grafo com pesos não negativos -> Dijkstra
- Mas o problema são os teletransportes, pois podemos ter $O(N^2)$ arestas, como arrumar?

L. Left or Right? How about neither?



- Criar um novo vértice para cada valor.
 - Cuidado: a princípio os valores vão de 1 à 10⁹, mas podemos comprimir coordenadas
- Assim o número de vértices fica no máximo 2*N, e o número de arestas no máximo 4*N, e portanto podemos finalizar usando Dijkstra

M - <u>GSS4</u>

- Quantas vezes podemos tirar raiz quadrada de um número?
 - o 10^18 -> 10^9 -> 31622 -> 177 -> 13 -> 3 -> 1 -> 1 -> 1
- Após chegar em 1 o número não se altera, e demora no máximo 6 operações para chegar no 1.
 Portanto cada número só precisa ser alterado no máximo 6 vezes.
- Manter em cada nó a soma dos valores e um booleano dizendo se todos os valores naquele nó são iguais a 1 ou não.
- Ao fazer update, se um nó já possui todos os valores iguais a 1, não precisamos entrar nesse nó pois nada será alterado. Isso garante que iremos alterar apenas o que for necessário
- Complexidade total O(6*N*logN + MlogN)

N - <u>Temple Queues</u>



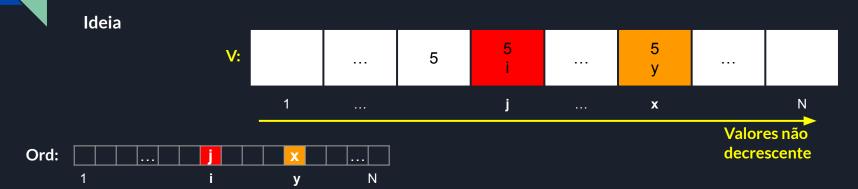
- Imagine que iremos manter um vetor V com as quantidades de cada fila, porém ordenado de forma não decrescente.
- Para isso, mantemos para cada fila i original, em qual posição ela está. E pra cada posição também mantemos qual o índice original que ela estava.
- Na verdade iremos manter uma Segment Tree que representa esse vetor V.
- Para a operação 2 basta fazer Busca Binária na Seg (encontrar o índice do primeiro valor que seja maior ou igual a X)

N - Temple Queues



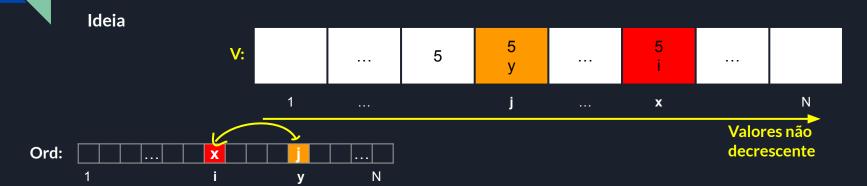
- Para a operação 3, além da Busca Binária na Seg (encontrar o índice do primeiro valor que seja maior ou igual a Y) basta fazer update em intervalo, usando Lazy Propagation
- O grande problema é a operação 1, pois ela a princípio pode deixar os valores de forma não ordenada, como consertar?

N - <u>Temple Queues</u>



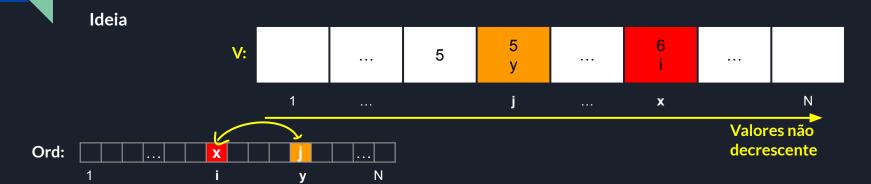
- Suponha que uma pessoa vai entrar na fila i (índice original), e que nesse momento essa fila esteja no índice j da Seg.
- Usando Busca Binária na Seg obtemos o último índice x que possui o mesmo valor que j
- Observe que se somarmos 1 no valor de j na Seg, isso a tornará não ordenada, mas se somarmos 1 no valor de x, como se trata do último índice com aquele valor, e estamos somando apenas 1, manterá ordenado.

N - <u>Temple Queues</u>



• Portanto a ideia é trocar as filas j e x de lugar. Perceba que na Seg nada muda pois elas têm o mesmo valor, mas altera as estruturas que guardam as posições das filas (se quiser pode guardar na seg qual o índice original, mas recomendo usar outro vetor auxiliar)

N - Temple Queues



 Agora podemos somar 1 no índice x da Seg, que é onde a fila original i está, e a Seg continuará com os valores ordenados

O - <u>Frogs and mosquitoes</u>

- Ordene todos os Frogs pela sua coordenada x (cuidado para imprimir a resposta)
- Iremos manter um Seg nessa ordem, onde iremos guardar pra cada Frog o seu final yi (yi = xi + ti inicialmente), e em cada nó da Seg manteremos o valor máximo.
- Também iremos manter um Set S com as posições dos mosquitos que não foram comidos (multiset pois acredito que os mosquitos podem aparecer em posições iguais)
- Para processar um mosquito, j:
 - o Encontrar o menor índice i tal que yi >= pj, usando Busca Binária na Seg
 - Se xi > pj então esse mosquito não será comido agora, então adicione ele à S
 - o Senão esse frog i irá comer o mosquito j, então some bj em yi
- Toda vez que um frog comer um mosquito, devemos checar se ele não irá comer mais mosquitos que não foram comidos, e que estão em S. Para isso basta determinar o primeiro mosquito após a posição inicial do frog (xi) por exemplo com lower_bound. E verificar se esse frog consegue comer esse mosquito

O - Frogs and mosquitoes

- Complexidade:
 - NlogN para ordenar os frogs
 - MlogN para processar cada mosquito (BB na Seg + update se necessário)
 - MlogM operação no Set, pois cada mosquito entra no máximo uma vez e sai no máximo uma vez