MTTP - Multiple Traveling Thieves Problem

O *Multiple Traveling Thieves Problem* (MTTP) [1] é a versão com múltiplos viajantes do *Travelling Thief Problem* (TTP) [2]. O TTP é uma combinação do Problema da Mochila com o Problema do Caixeiro Viajante, por isso o batizamos de Problema do Mochileiro Viajante [3].

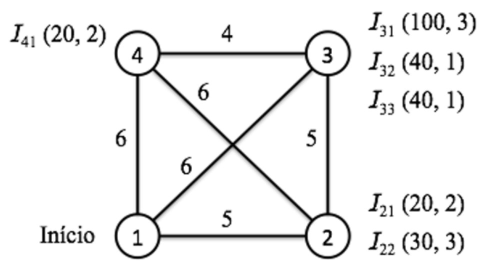
No TTP são dados um conjunto de cidades $N = \{1, \ldots, n\}$ e a distância d_{ij} entre cada par de cidades $i, j \in N$. Cada cidade i, exceto a primeira, tem um conjunto de itens $M_i = \{1, \ldots, m_i\}$. Cada item k posicionado na cidade i é caracterizado por um valor p_{ik} e um peso w_{ik}. O mochileiro deve visitar cada cidade exatamente uma vez, começando da cidade inicial e retornando para a mesma cidade. Uma taxa R deve ser paga por cada unidade de tempo do percurso (aluguel da mochila). Qualquer item pode ser coletado e colocado na mochila, desde que o peso total não exceda sua capacidade máxima W. A velocidade do mochileiro depende do peso dos itens que carrega na mochila, variando linearmente entre uma velocidade máxima v_{max} quando a mochila está vazia e uma velocidade mínima v_{min} quando a mochila está cheia. O objetivo é encontrar a rota e o plano de coleta de máximo benefício.

Seja $y_{ik} \in \{0, 1\}$ uma variável binária igual a 1 se o item k da cidade i é coletado, e 0 senão, e seja W_i o peso total da mochila quando o mochileiro sai da cidade i. A função objetivo para uma rota $\Pi = (x_1, \ldots, x_n), x_i \in N$ coletando os itens $\Theta = (y_{21}, \ldots, y_{nm_n})$ é dada por:

$$\max Z(\Pi, \Theta) = \sum_{i=2}^{n} \sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} y_{ik} - R \left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{d_{x_i} d_{x_{i+1}}}{v_{max} - \nu W_{x_i}} + \frac{d_{x_n} d_{x_1}}{v_{max} - \nu W_{x_n}} \right)$$

sendo $\nu = (v_{max} - v_{min})/W$ um valor constante, o decréscimo na velocidade por unidade de peso. O primeiro termo soma os valores dos itens coletados e o segundo desconta o valor pago no aluguel da mochila, que é o tempo total da rota multiplicado pela taxa R.

Um exemplo ilustrativo é dado na figura abaixo. Cada cidade, exceto a primeira, tem um conjunto de itens. Por exemplo, a cidade 2 possui os itens $\mathcal{I}_{21}$ de valor $p_{21} = 20$ e peso $w_{21} = 2$, e $\mathcal{I}_{22}$ de valor $p_{22} = 30$ e peso $w_{22} = 3$. Seja $W = 3$ a capacidade da mochila, $R = 1$ o valor da taxa, e $v_{max} = 1$ e $v_{min} = 0.1$ as velocidades máxima e mínima respectivamente. Este exemplo tem um valor ótimo $Z(\Pi, \Theta) = 50$ para $\Pi = (1, 2, 4, 3)$ e $\Theta = (0, 0, 0, 1, 1, 0)$. Especificamente, o mochileiro viaja, sem coletar itens, da cidade 1 para a cidade 2, em seguida para 4 e para 3. Esta parte da rota tem tempo $5 + 6 + 4$. Na cidade 3 ele coleta os itens $\mathcal{I}_{32}$ e $\mathcal{I}_{33}$, ganhando um valor total 80. Por fim, viaja de volta para a cidade 1, com tempo 15 (neste trecho sua velocidade cai para 0.4 por causa do peso dos itens na mochila). Consequentemente, o valor final da função objetivo é $Z(\Pi, \Theta) = 80 - 1(5 + 6 + 4 + 15) = 50$.



Note que, nesse exemplo, a solução ótima do TTP não inclui a solução ótima da mochila (que teria valor 100) nem a do caixeiro viajante (que seria a rota $1, 2, 3, 4$). Esta era justamente a proposta do TTP, um problema com componentes interdependentes, em que a solução de um afeta a solução do outro. Várias heurísticas já foram propostas para o problema e a maioria dos artigos publicados usam para comparação o conjunto de 9720 instâncias de Polyakovskiy et al [4]. Uma lista de artigos e competições sobre o TTP pode ser consultada no link abaixo: `https://cs.adelaide.edu.au/~optlog/research/combinatorial.php`

No MTTP, o caso de múltiplos mochileiros a ser estudado neste trabalho, há mais de um viajante coletando itens. Assim como no TTP, todos partem da primeira cidade e devem retornar a ela ao final da rota, a velocidade de cada um varia conforme o peso de sua mochila, e em cada cidade visitada pode-se coletar um ou mais itens, de acordo com a conveniência. Entretanto, a visita a todas as cidades não é mais obrigatória. Cidades sem itens interessantes ou muito distantes podem simplesmente não ser visitadas. Importante ressaltar que uma mesma cidade pode ser visitada mais de uma vez, por diferentes viajantes, mas cada item pode ser coletado apenas uma vez, por algum deles. O limite da mochila deve ser respeitado globalmente, isto é, as mochilas dos viajantes não possuem capacidades individuais, cada um pode coletar quantos itens quiser, desde que o peso total de todos os itens coletados por todos não exceda a capacidade. Ou seja, eles cooperam na coleta. A ideia é que, após planejarem as rotas e coletas, cada um carrega uma mochila de capacidade suficiente para os itens que deverá coletar, e no fim todos se encontram para reunir os itens numa mochila única (por exemplo, para transportar os itens em um contêiner de navio). No exemplo dado para o TTP, a solução com 1 mochileiro seria ir da cidade inicial 1 para 3 (tempo 6), coletar os dois itens de valor 40 e voltar para a cidade inicial (tempo 15). Esta solução tem valor $80 - 1(6 + 15) = 59$. Neste exemplo pequeno não adiantaria ter mais mochileiros. Por exemplo, para 2 mochileiros, cada um coletando um dos itens de valor 40, o valor da solução seria $80 - 1(6 + 8,57) - 1(6 + 8,57) = 50,86$. Seria melhor um coletar os dois itens e o outro não fazer nada. Mas, com muitos itens, é bem provável que múltiplos mochileiros consigam aumentar o benefício.

As entradas utilizadas no trabalho estão disponíveis no PVANet. Elas são um subconjunto das instâncias do TTP com um parâmetro adicional, o número de mochileiros.

Referências

[1] S. Chand, M. Wagner. Fast Heuristics for the Multiple Traveling Thieves Problem. *Proceedings of GECCO'16*, pp. 293–300, 2016.

[2] M. R. Bonyadi, Z. Michalewicz, L. Barone. The travelling thief problem: the first step in the transition from theoretical problems to realistic problems. *Proceedings of IEEE CEC'13*, pp. 1037–1044, 2013

[3] M. R. R. Oliveira, A. G. Santos, M. F. Araujo. Uma heurística busca tabu para o problema do mochileiro viajante. *Proceedings of SBPO'15*, pp. 2126-–2137, 2015.

[4] S. Polyakovskiy, M. R. Bonyadi, M. Wagner, Z. Michalewicz, F. Neumann. A comprehensive benchmark set and heuristics for the traveling thief problem. *Proceedings of GECCO'14*, pp. 477-–484, 2014.