



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

# **PROBLEMA N RAINHAS**

**GUILHERME MOREIRA FELIX**  
**MATHEUS BARCELOS DE OLIVEIRA**

BELO HORIZONTE  
02 DE NOVEMBRO DE 2015

# Sumário

<b>1 – Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 – Metodologia</b>	<b>2</b>
2.1 Modelo do Problema	2
2.2 Algoritmo Genético	2
2.2.1 Cruzamento	2
2.2.2 Mutação	3
2.2.3 Redução	3
2.3 Subida de Encosta	3
2.4 Simulated Annealing	3
<b>3 – Resultados</b>	<b>5</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O presente trabalho busca propor uma solução para o jogo N-Rainhas, que consistem em posicionar uma quantidade  $N$  de peças rainha em um tabuleiro de xadrez de tamanho  $N \times N$ , de forma que elas não se ataquem. Para isso são propostas soluções baseadas em três algoritmos e suas combinações: Algoritmo Genético, Subida de Encosta e Simulated Annealing.

# Capítulo 2

## Metodologia

### 2.1 Modelo do Problema

Para todos os algoritmos implementados foi definido como estado um vetor de tamanho  $N$  contendo uma permutação de  $N$  elementos, dessa forma já é garantido que não haverão ataques entre rainhas em linhas e nem entre colunas, sendo a função de custo uma contagem das rainhas que se atacam direta e indiretamente nas diagonais.

### 2.2 Algoritmo Genético

O algoritmo genético é um algoritmo de otimização populacional que busca a cada passo gerar uma nova população cada vez mais próxima do valor desejado, utilizando como base o conceito de Mutação, Cruzamento e Seleção da biologia. Nesse algoritmo foi utilizado como indivíduo o modelo de estado proposto na sessão anterior.

A versão do Algoritmo Genético implementada possui três etapas principais, Cruzamento, Mutação e Redução da população, e uma etapa inicial, Geração de população inicial.

#### 2.2.1 Cruzamento

Nessa etapa são definidos pares de indivíduos que irão gerar novos indivíduos, para isso é empregado o método da roleta. Após essa seleção os pares realizam o cruzamento e os indivíduos gerados são incluídos na população.

Como operação de cruzamento foi utilizado um ponto de corte, definido como o meio do vetor de posições, a partir disso a primeira parte do primeiro ancestral é reorganizada de acordo com a ordem dos elementos do segundo ancestral para gerar o primeiro descendente, para o segundo descendente é utilizado o segundo ancestral com a primeira parte do mesmo

reorganizada conforme a ordem dos elementos do primeiro. Dessa forma garante-se que os novos estados continuam sendo uma permutação.

### 2.2.2 Mutação

Após a etapa de cruzamento, é realizada a Mutação. Nessa etapa são sorteados indivíduos que apresentarão mutação, empregando novamente o método da roleta, porém é garantido que o melhor indivíduo nunca sofra mutação, para garantir que o melhor estado gerado até então seja mantido e continue a cruzar com outros estados. Após a seleção é aplicada a operação de mutação aos indivíduos.

A operação de mutação consiste em sortear duas posições do vetor e trocar seus valores do indivíduo já existente.

### 2.2.3 Redução

Nessa etapa é ordenada a população de acordo com seu valor da função de custo e são selecionados os primeiros elementos de forma a manter o tamanho de população inicial. Após essa etapa o melhor indivíduo se encontra no início da população.

## 2.3 Subida de Encosta

Esse algoritmo busca através da seleção da melhor solução vizinha do estado atual encontrar a melhor solução ao problema comparando o custo da solução atual com o da melhor solução vizinha, em problemas de maximização se a solução atual possui o custo maior o algoritmo se encerra, em problemas de minimização o algoritmo se encerra caso o custo da solução atual é menor que o da melhor solução vizinha.

Nesse trabalho, o algoritmo recebe uma solução aleatória de tamanho N conforme a sessão Modelo do Problema, é definido como ação a permutação da posição na coluna entre duas colunas do tabuleiro, sendo então a melhor solução vizinha obtida comparando os valores de custo dos estados gerados pela permutação entre todas as posições do vetor.

## 2.4 Simulated Annealing

Baseia-se no modelo de resfriamento de metais, em que é definida uma temperatura inicial e a cada iteração essa temperatura diminui.

Esse algoritmo armazena o melhor estado atingido até então, a cada iteração é verificado se o estado é ótimo ou se a temperatura é maior que a temperatura mínima, é então obtido um novo estado aleatório vizinho ao melhor estado, se a função de custo é menor, o novo

estado é definido como melhor estado caso contrário é sorteado um número no intervalo  $[0, 1[$  se esse valor for menor que  $e^{-\frac{\Delta C_{usto}}{T}}$ , então o novo estado é selecionado como melhor estado, permitindo assim que o algoritmo escape mínimos locais.

Nessa implementação o novo estado é obtido sorteando duas posições do vetor a serem permutadas.

## Capítulo 3

### Resultados

Tamanho do Tabuleiro	Valores	Média	Desvio
6	1 3 1 1 1 2 1 1 3 2	1.6	0.8
8	2 2 1 1 1 2 2 1 1 1	1.4	0.48989794855664
16	4 1 1 3 5 1 3 2 2 3	2.5	1.2845232578665
32	6 5 12 8 3 7 7 4 8 12	7.2	2.8565713714171
64	15 14 17 15 17 19 17 11 14 14	15.3	2.1470910553584
100	18 20 19 20 20 18 18 21 15 18	18.7	1.6155494421404
300	53 44 38 35 63 61 54 34 48 55	48.5	9.9121138007995
500	67 50 53 56 48 80 61 72 99 75	66.1	15.089400253158

Tabela 1 – Tabela de execuções para o algoritmo Subida de Encosta

Tamanho do Tabuleiro	Valores	Média	Desvio
6	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
8	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
16	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
32	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
64	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
100	0 0 0 1 0 0 0 0 1 0	0.2	0.4
300	5 7 7 6 5 3 4 8 9 4	5.8	1.8330302779823
500	15 19 19 18 16 17 21 16 18 14	17.3	2.0024984394501

Tabela 2 – Tabela de execuções para o algoritmo Simulated Annealing

Tamanho do Tabuleiro	Valores	Média	Desvio
6	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
8	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
16	1 1 0 0 0 0 1 0 0 0	0.3	0.4582576
32	0 0 2 1 0 0 1 0 1 0	0.5	0.6708204
64	6 3 6 6 6 5 7 6 3 8	5.6	1.496663
100	18 17 16 14 25 16 14 18 16 10	16.4	3.63868108
300	111 104 101 96 94 109 98 123 133 116	108.5	11.9436175
500	205 204 223 199 209 253 211 250 246 242	224.2	20.262280

Tabela 3 – Tabela de execuções para a combinação entre Algoritmo Genético

Tamanho do Tabuleiro	Valores	Média	Desvio
6	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
8	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
16	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
32	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
64	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
100	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0
300	4 6 6 4 5 6 5 3 6 6	5.1	1.1005
500	15 16 16 16 20 16 16 13 17 14	15.9	1.8529

Tabela 4 – Tabela de execuções para a combinação entre Algoritmo Genético e Simmulated Annealing



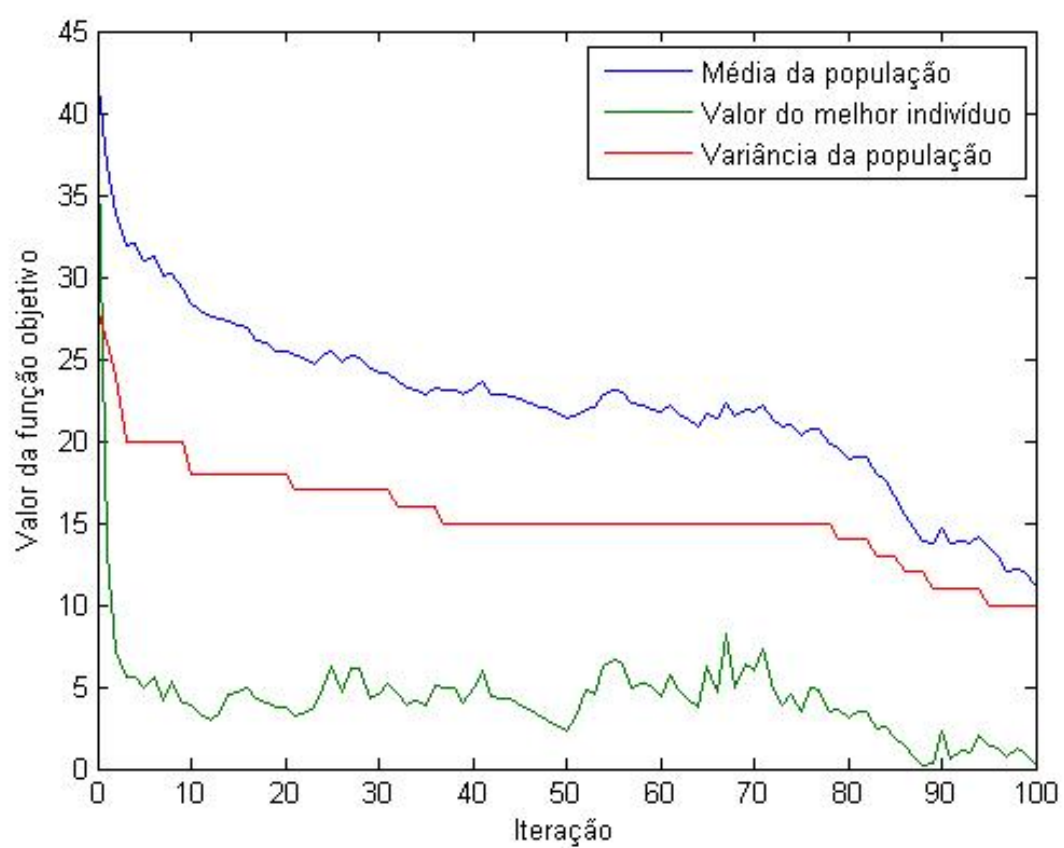


Figura 1 – Execução Algoritmo Genético