Regressão de Poisson
(dados de contagem)

$Y \in \{0, 1, 2, \dots\}$

$Y \sim \text{Poisson}(\mu) \to E(Y) = \mu$, $Var(Y) = \mu$

onde $\mu > 0$.

Regressão de Poisson

$Y|x \sim \text{Poisson}(\mu(x))$

$$\mu(x) = e^{\beta_0 + \beta_1 x}$$

Estatística de Pearson:

Y é uma v.a. com média $E(Y)$ e $Var(Y)$:

$$X = \frac{Y - E(Y)}{\sqrt{Var(Y)}}$$

se $Y \sim \text{Normal}(\mu; \sigma^2)$

$$X = \frac{Y - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0,1)$$

se $Y \sim \text{Poisson}(\mu)$

$$X = \frac{Y - \mu}{\sqrt{\mu}} \overset{?}{\approx} N(0,1)$$

Interpretação do Modelo

se $x+1$: $\mu(x+1) = e^{\beta_0 + \beta_1(x+1)}$

$$= e^{\beta_0 + \beta_1 x + \beta_1}$$

$$= \mu(x) \times e^{\beta_1}$$

a média é multiplicada pela e^{β_1} (modelo multiplicativo)

Regressão de Poisson com offset
(com População de referência)

$Y \sim \text{Poisson}(Pop \times \mu(x))$ onde $\mu(x) = e^{\beta_0 + \beta_1 x}$

$\mu(x)$ é a proporção de indivíduos da Pop que são acometidos do evento de interesse.

Interpretação:

se $x+1$ então $\mu(x) \times e^{\beta_1}$

Reescrevendo a equação de REGRESSÃO:

$$Pop \times e^{\beta_0 + \beta_1 x}$$

$$= e^{\underbrace{\log Pop}_{\text{offset}} + \beta_0 + \beta_1 x}$$

Repare a semelhança com a Regressão Binomial:

$Y \sim \text{Binomial}(Pop, p)$

$$E(Y) = Pop \times \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}}$$