

3ª Lista de Exercícios – Teoria dos Modelos Lineares

Procure desenvolver os exercícios a seguir definindo adequadamente as variáveis aleatórias de interesse, as hipóteses a serem testadas e o desenvolvimento da solução final.

Exercício 1) Obtenha a expressão para o estimador de mínimos quadrados ($\hat{\beta}_1$) para o seguinte modelo linear:

$$Y_i = \beta_1 x_i + \epsilon_i$$

onde ϵ_i são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, $\epsilon_i \sim \text{Normal}(0, \sigma^2)$.

(a) Para o modelo acima encontre as expressões para $E[\hat{\beta}_1]$ e $\text{Var}[\hat{\beta}_1]$.

Exercício 2) Considere o seguinte modelo de regressão linear simples:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(x_i - \bar{x}) + \epsilon_i$$

onde \bar{x} é a média amostra.

(a) Mostre que $\hat{\beta}_0 = \bar{y}$, onde \bar{y} é a média amostral observada da variável resposta.

(b) Obtenha a expressão do estimador $\hat{\beta}_1$.