Tabela ANOVA
(Análise de Variância)

9/2/2021

Detalhe

① $\dfrac{SQ_{Res}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-p}$

pg. 61-62

② $\dfrac{\chi^2_p}{\chi^2_n} \sim F_{p,n}$

③ $\chi^2_n + \chi^2_p = \chi^2_{n+p}$

Seja o modelo

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon$$

$$\varepsilon \sim \text{Normal}(0; \sigma^2)$$

Desejamos testar a hipótese nula:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

forma matricial:

$$H_0: A\underline{\beta} = c \quad \text{ou} \quad A\underline{\beta} = \mathbb{0}_{k\times 1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{k\times p} \qquad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}_{p\times 1}$$

Neste caso, a estatística de teste é definida como:

$$\frac{\left(SQ_{Res}^{H_0} - SQ_{Res}\right)/k}{\dfrac{SQ_{Res}}{(n-p)}}$$

$$\frac{\left(\overbrace{SQ_{Res}^{H_0}}^{\sim\chi^2_{n-1}} - \overbrace{SQ_{Res}}^{\sim\chi^2_{n-p}}\right)/k}{\dfrac{SQ_{Res}}{n-p}} \sim F_{k,n-p} \mid H_0$$

Assumindo que H_0 é verdadeira, o modelo se reduz a $Y|H_0 = \beta_0 + \varepsilon$ e o estimador é $\hat{\beta}_0 = \bar{y}$. Como consequência: $SQ_{Res}^{H_0} = SQ_T$

e $SQ_{Res}^{H_0} - SQ_{Res} = SQ_T - SQ_{Res}$
$= SQ_{Reg}$

$$\chi^2_{n-1} - \chi^2_{n-p}$$
$$= \chi^2_{n-1-(n-p)}$$
$$= \chi^2_{p-1} = \chi^2_k$$

Uma forma "alternativa" para escrever a estatística de teste é:

$$\frac{\dfrac{\left(SQ_{Res}^{H_0} - SQ_{Res}\right)}{\sigma^2 \cdot k}}{\dfrac{SQ_{Res}}{\sigma^2(n-p)}}$$

A hipótese alternativa é que, ao menos, um coeficiente é diferente de zero. (É um teste muito interessante quando se tem forte multicolinearidade).