7ª Lista de Exercícios – Teoria dos Modelos Lineares

Procure desenvolver os exercícios a seguir definindo adequadamente as variáveis aleatórias de interesse, as hipóteses a serem testadas e o desenvolvimento da solução final. Utilize o R e o Rmarkdown para as implementações computacionais, ou qualquer software de sua preferência

Exercício 1) Suponha um vetor de variáveis aleatórias bidimensionais Normais:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \sim Normal\left(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{12}^2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right)$$

a) Considere o vetor $\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 - \mu_1 \\ Y_2 - \mu_2 \end{bmatrix}$, desenvolva a expressão para $\begin{bmatrix} z_1 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{12}^2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$.

b) Considerando que covariância entre duas variáveis aleatórias pode ser escrita em função do coeficiente de correlação linear, $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_1 \sigma_2}$, construa faixas de referência para o comportamento do vetor $\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$ considerando $\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ e considerando os seguintes valores para o coeficiente de correlação: $\rho_{12} = 0$, $\rho_{12} = +0.8$ e $\rho_{12} = -0.95$. Apresente os resultados na forma de gráficos bidimensionais.

c) Mostre que, quando $\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ e $\rho_{12} = 0$ a expressão $\begin{bmatrix} z_1 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{12}^2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ representa a equação de um círculo.

Procure ser sucinto em seu relatório, não ultrapassando 4 páginas. Submeta o exercício em formado pdf para avaliação.