9/08/2020

Função de Verossimilhança

Estimador de Máxima Verossimilhança

$$Y_i \underset{iid}{\sim} N(\mu; \sigma^2) \qquad P(Y_i = y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i-\mu)^2}$$

Seja um vetor de tamanho n contendo os dados já coletados:

$$\tilde{Y} = \{Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \ldots, Y_n = y_n\}$$

$$P(\tilde{Y}) = P[(Y_1 = y_1) \cap (Y_2 = y_2) \cap \ldots \cap (Y_n = y_n)]$$

flashback: $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ se os eventos A e B forem independentes.

$$P(\tilde{Y}) \underset{iid}{=} P(Y_1 = y_1) \times P(Y_2 = y_2) \times \ldots \times P(Y_n = y_n)$$

$$P(\tilde{Y}) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\right)^n \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu)^2}$$

Na prática, trabalhamos com $\log P(\tilde{Y})$

$$\underbrace{\log P(\tilde{Y}) = -n \log(\sqrt{2\pi}\,\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu)^2}_{\text{Função de log-Verossimilhança}}$$

$$\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2 = \arg\max_{\mu, \sigma^2} \log P(\tilde{Y})$$

no caso da distribuição Normal:

$$\arg\max_{\mu} \log P(\tilde{Y}) = \arg\min_{\mu} \sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu)^2$$

"a função de Verossimilhança permite que, a partir da especificação de um modelo probabilístico, seja criado um modelo de otimização para que os parâmetros desconhecidos sejam estimados".