CADERNO 1 – CURSO E

FRENTE 1 – ÁLGEBRA

■ Módulo 1 – Equações do 1º Grau e do 2º Grau

1) $3x - [2 - (x - 1)] = 5x \Leftrightarrow 3x - [2 - x + 1] = 5x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x - 2 + x - 1 = 5x \Leftrightarrow 3x + x - 5x = 2 + 1 \Leftrightarrow -x = 3 \Leftrightarrow x = -3$
Resposta: $V = \{-3\}$

2) $3(x - 2) - x = 2x - 6 \Leftrightarrow 3x - 6 - x = 2x - 6 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x - x - 2x = 6 - 6 \Leftrightarrow 0x = 0 \Leftrightarrow V = \mathbb{R}$
Resposta: $V = \mathbb{R}$

3) $2(x - 7) = x - (2 - x) \Leftrightarrow 2x - 14 = x - 2 + x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x - x - x = 14 - 2 \Leftrightarrow 0x = 12 \Leftrightarrow V = \varnothing$
Resposta: $V = \varnothing$

4) $(x^2 + 1)(x - 1) \cdot (x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x \notin \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \\ \text{ou} \\ x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \end{cases}$
Resposta: $V = \{1; -1\}$

5) $2x - [1 - (x - 2)] = 3 \Leftrightarrow 2x - [1 - x + 2] = 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x - 1 + x - 2 = 3 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$
Resposta: $V = \{2\}$

6) $3x - \dfrac{x + 3}{2} = 5 - \dfrac{x - 2}{3} \Leftrightarrow 18x - 3(x + 3) = 30 - 2(x - 2) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 18x - 3x - 9 = 30 - 2x + 4 \Leftrightarrow 17x = 43 \Leftrightarrow x = \dfrac{43}{17}$
Resposta: C

7) Sendo x, em reais, a quantia inicial, tem-se:
I) Após o 1º milagre, a pessoa ficou com 2x
II) Após a 1ª doação, a pessoa ficou com 2x – 20 000
III) Após o 2º milagre, a pessoa ficou com 2 . (2x – 20 000)
IV) Após a 2ª doação, a pessoa ficou com
$2 \cdot (2x - 20\,000) - 20\,000$
V) $2 \cdot (2x - 20\,000) - 20\,000 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x - 40\,000 - 20\,000 = 0 \Leftrightarrow 4x = 60\,000 \Leftrightarrow x = 15\,000$
Resposta: R$ 15 000,00

8) Sendo x, em anos, a idade atual, tem-se:
$x = \dfrac{x + 20}{2} - \dfrac{x - 5}{3} \Leftrightarrow 6x = 3 \cdot (x + 20) - 2 \cdot (x - 5) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 6x = 3x + 60 - 2x + 10 \Leftrightarrow 5x = 70 \Leftrightarrow x = 14$
Resposta: B

9) Na equação $6x^2 - x - 1 = 0$, tem-se $a = 6$, $b = -1$ e $c = -1$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{1 \pm 5}{12} \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$ ou $x = \dfrac{1}{2}$
Resposta: $V = \left\{-\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{2}\right\}$

10) Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, tem-se $a = 1$, $b = -5$ e $c = 6$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 3$
Resposta: $V = \{2; 3\}$

11) Na equação $x^2 + 4x + 3 = 0$, tem-se $a = 1$, $b = 4$ e $c = 3$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = -1$
Resposta: $V = \{-3; -1\}$

12) Na equação $6x^2 - 13x + 6 = 0$, tem-se $a = 6$, $b = -13$ e $c = 6$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 169 - 144 = 25$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{13 \pm 5}{12} \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$ ou $x = \dfrac{3}{2}$
Resposta: $V = \left\{\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{2}\right\}$

13) Na equação $4x^2 - 4x + 1 = 0$, tem-se $a = 4$, $b = -4$ e $c = 1$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 \pm 0}{8} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$
Resposta: $V = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

14) Na equação $x^2 - 2x + 5 = 0$, tem-se $a = 1$, $b = -2$ e $c = 5$, então:
I) $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 20 = -16$
II) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 \pm \sqrt{-16}}{2a} \notin \mathbb{R}$
Resposta: $V = \varnothing$

15) $3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow 3x \cdot (x + 4) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -4$
Resposta: $V = \{-4; 0\}$

16) $x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{49} \Leftrightarrow x = \pm 7$

$V = \{-7; 7\}$

17) $\dfrac{x+2}{2} + \dfrac{2}{x-2} = \dfrac{-1}{2} \Leftrightarrow (x+2).(x-2) + 2.2 = -1.(x-2)$,

com $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 4 = -x + 2$, com $x \neq 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$, com $x \neq 2 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 1$

Resposta: E

18) Sendo x, em anos, a idade atual do filho, tem-se:

I) A idade atual do pai, em anos, é $x + 36$

II) $x.(x + 36) = 4x^2 \Leftrightarrow x^2 + 36x = 4x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 36x = 0 \Leftrightarrow 3.x.(-x + 12) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 12 \Rightarrow x = 12$, pois $x > 0$

III) A idade do pai é $x + 36 = 12 + 36 = 48$ e a idade do filho é $x = 12$

Resposta: B

Módulo 2 – Equação do 2º Grau (Propriedades) e Sistema de Equações

1) Sendo $S = \dfrac{3k}{k-2}$ e $P = \dfrac{1}{k-2}$ a soma e o produto das raízes, respectivamente, devemos ter $\dfrac{3k}{k-2} = \dfrac{1}{k-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3k = 1 \Leftrightarrow k = \dfrac{1}{3}$

Resposta: C

2) Sendo $V = \{a; b\}$ o conjunto verdade da equação $x^2 - 3k\,x + k^2 = 0$, então:

$$\begin{cases} a + b = 3k \\ a.b = k^2 \end{cases}$$

$a + b = 3k \Rightarrow (a + b)^2 = (3k)^2 \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9k^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{1{,}75} + 2.\underbrace{ab}_{k^2} = 9k^2 \Leftrightarrow 1{,}75 + 2k^2 = 9k^2 \Leftrightarrow 7k^2 = 1{,}75 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7k^2 = \dfrac{7}{4} \Leftrightarrow k^2 = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$

Resposta: 0,25

3) I) As raízes da equação $x^2 - px + q = 0$ são a e b, então, $a + b = p$ e $a.b = q$

II) Uma equação do 2º grau que tem raízes $\dfrac{1}{a}$ e $\dfrac{1}{b}$, tem soma das raízes

$S = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{b+a}{a.b} = \dfrac{p}{q}$ e produto das raízes

$P = \dfrac{1}{a}.\dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{a.b} = \dfrac{1}{q}$

III) A equação procurada pode ser obtida por

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \dfrac{p}{q}.x + \dfrac{1}{q} = 0 \Leftrightarrow qx^2 - px + 1 = 0$

Resposta: A

4) I) Sendo m e n as raízes da equação $2x^2 + 7x + 1 = 0$, tem-se

$m + n = \dfrac{-7}{2}$ e $m.n = \dfrac{1}{2}$

II) Uma equação do 2º grau que tem raízes 2m e 2n, tem soma das raízes $S = 2m + 2n = 2.(m + n) = 2.\left(\dfrac{-7}{2}\right) = -7$

e produto das raízes $P = 2m.2n = 4.m.n = 4.\dfrac{1}{2} = 2$

III) A equação procurada pode ser obtida por

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + 7x + 2 = 0$

Resposta: $x^2 + 7x + 2 = 0$

5) Na equação $ax^2 + bx + c = 0$, se a e c têm sinais contrários, então:

I) $a.c < 0 \Leftrightarrow 4ac < 0 \Leftrightarrow -4ac > 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Delta > 0$, então, a equação tem duas raízes reais distintas.

II) O produto das raízes é $P = \dfrac{c}{a} < 0$, assim, as raízes têm sinais contrários.

Resposta: A

6) $\dfrac{3}{2(x+2)} = \dfrac{1}{2x-4} - \dfrac{2}{x^2-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2(x+2)} = \dfrac{1}{2(x-2)} - \dfrac{2}{(x+2).(x-2)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3(x - 2) = x + 2 - 2.2$, com $x + 2 \neq 0$ e $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 6 = x + 2 - 4$, com $x \neq -2$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = 4$, com $x \neq -2$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow x = 2$, com $x \neq -2$ e $x \neq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ não existe $x \Rightarrow V = \varnothing$

Resposta: C

7) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 + x = 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x.(x^2 + 1) = 0\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x = 0 \text{ ou } x^2 + 1 = 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 0 \text{ ou } x^2 = -1\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\} = \{0\}$

Resposta: {0}

8) $(x + 1).(x - 1).(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$ ou $x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$ ou $x^2 = -4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$ ou $x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R} \Rightarrow x = -1$ ou $x = 1$

Resposta: $V = \{-1; 1\}$

9) $(x^2 + 1)^2 - 7(x^2 + 1) + 10 = 0$

Fazendo $x^2 + 1 = y$, temos:

$y^2 - 7y + 10 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ ou $y = 5$

Assim:

$x^2 + 1 = 2$ ou $x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1$ ou $x^2 = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm 1$ ou $x = \pm 2$

Resposta: C

10) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow (x^4)^2 - 15x^4 - 16 = 0$

Fazendo $x^4 = y$, temos:

$y^2 + 15y - 16 = 0 \Leftrightarrow y = -1$ ou $y = 16$

Assim:

$x^4 = -1$ ou $x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{-1} \notin \mathbb{R}$ ou $x = \pm 2 \Rightarrow x = \pm 2$

Resposta: $V = \{-2; 2\}$

11) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Resposta: V = {(2; 1)}

12) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = 3 \\ -6x - 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = 3 \\ 11y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Resposta: V = {(– 2; 1)}

13) **Se x for o número de cédulas de R$ 5,00 e y for o número de cédulas de R$ 10,00, então:**

$\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 10y = 275 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ x + 2y = 55 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -40 \\ x + 2y = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 15 \end{cases} \Rightarrow x - y = 10$

Resposta: C

14) **Sendo v o número de bolas vermelhas e b o número de bolas brancas, temos:**

$\begin{cases} v + b = 20 \\ b = \dfrac{v+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v + \dfrac{v+1}{2} = 20 \\ v + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2v + v + 1 = 40 \\ v + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3v = 39 \\ v + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 13 \\ b = 7 \end{cases}$

Resposta: 13 vermelhas e 7 brancas

15) **Sendo j e m as idades atuais, em anos, de João e Maria, respectivamente, temos:**

$\begin{cases} j - 5 = 2 \,.\, (m - 5) \\ j + 5 + m + 5 = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} j - 5 = 2m - 10 \\ j + m = 55 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} j - 2m = -5 \\ j + m = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -j + 2m = 5 \\ j + m = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 60 \\ j + m = 55 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 20 \\ j = 35 \end{cases} \Rightarrow j - m = 35 - 20 = 15$

Resposta: 15 anos

16) **Sendo n o número de pessas do grupo inicial, temos:**

I) A parcela inicial seria $\dfrac{6300}{n}$

II) A parcela final foi $\dfrac{6300}{n-2}$

Assim, devemos ter:

$\dfrac{6300}{n-2} = \dfrac{6300}{n} + 360 \Leftrightarrow \dfrac{35}{n-2} = \dfrac{35}{n} + 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 35n = 35(n - 2) + 2n(n - 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 35n = 35n - 70 + 2n^2 - 4n \Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \Leftrightarrow n = -5$ ou $n = 7 \Rightarrow n = 7$, pois $n > 0$

Resposta: E

17) **Sendo x o número de recenseadores e y o número de residências da cidade, temos:**

$\begin{cases} 100 \,.\, x = y - 60 \\ 102 \,.\, x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100x = 102x - 60 \\ y = 102x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 60 \\ y = 102x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 3060 \end{cases}$

Resposta: 3060 residências

18) **Sejam x o número de processos do Dr. André e y o do Dr. Carlos, então:**

$\begin{cases} x + y = 78 \\ x + 2y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -78 \\ x + 2y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 \\ y = 32 \end{cases}$

Resposta: D

19) **Sendo m e h, respectivamente, o número de filhas e de filhos do casal, temos:**

$\begin{cases} m = h - 1 \\ h = 2 \,.\, (m - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - h = -1 \\ h = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h - m = 1 \\ -h + 2m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} h - m = 1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 4 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow h + m = 4 + 3 = 7$

Resposta: E

20) **Sendo a, b e c as idades, em anos, de André, Bento e Carlos, respectivamente, temos:**

$\begin{cases} a + b + c = 41 \\ b = a + 3 \\ c = a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + a + 3 + a - 4 = 41 \\ b = a + 3 \\ c = a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 42 \\ b = a + 3 \\ c = a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 17 \\ c = 10 \end{cases}$

Resposta: André tem 14 anos, Bento tem 17 anos e Carlos tem 10 anos.

21) **Sendo a e c os “pesos”, em gramas, da água que enche o copo e do copo vazio, respectivamente, temos:**

$\begin{cases} c + a = 385 \\ c + \dfrac{2}{3} a = 310 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c + a = 385 \\ -c - \dfrac{2}{3} a = -310 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c + a = 385 \\ \dfrac{1}{3} a = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c + a = 385 \\ a = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 160 \\ a = 225 \end{cases}$

a) O peso do copo vazio é 160g

b) O peso do copo com $\dfrac{3}{5}$ **de água é**

$c + \dfrac{3}{5} a = \left(160 + \dfrac{3}{5} \,.\, 225\right) g = (160 + 135) g = 295 g$

Respostas: a) 160g b) 295g

22) **Sejam $x > 0$ e $y > 0$, respectivamente, o número inicial de estudantes e o valor da parcela que cabe a cada um**

$\begin{cases} x \,.\, y = 3250 \\ (x + 3) \,.\, (y - 75) = 3250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3250}{x} \\ y = \dfrac{3250}{x+3} + 75 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3250}{x} = \dfrac{3250}{x+3} + 75 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 130 = 0 \Rightarrow x = 10$

Resposta: B

Módulo 3 – Função Polinomial do 1º grau

1) I) Observamos que a função do 1º grau é estritamente decrescente, então $a < 0$.
II) A reta intercepta o eixo y no ponto $(0; b)$, com $b > 0$.
Resposta: A

2) Dado $0 < a < b$, então $a^2 < b^2 \Rightarrow a^2 + a < b^2 + b \Rightarrow$

$$\Rightarrow a \,.\, (a + 1) < b \,.\, (b + 1) \Rightarrow \frac{(a + 1)}{b} < \frac{(b + 1)}{a}$$

Resposta: B

3) I) Se $x \notin \,]-1, 2]$, então:

II) Dado $x < 0$ ou $x \geqslant 3$, então:

Fazendo I ∩ II, temos:

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -1 \text{ ou } x \geqslant 3\}$

4) a) $2x - 10 < 4 \Leftrightarrow 2x < 14 \Leftrightarrow x < 7$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$
b) $-3x + 5 \geqslant 2 \Leftrightarrow -3x \geqslant -3 \Leftrightarrow 3x \leqslant 3 \Leftrightarrow x \leqslant 1$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 1\}$
c) $-(x - 2) \geqslant 2 - x \Leftrightarrow -x + 2 \geqslant 2 - x \Leftrightarrow 0x \geqslant 0$
$V = \mathbb{R}$
d) $x - 3 \geqslant 3 + x \Leftrightarrow 0x \geqslant 6$
$V = \varnothing$

5) $$3n \geqslant \frac{1}{2}(n + 31) \Leftrightarrow 6n \geqslant n + 31 \Leftrightarrow 5n \geqslant 31 \Leftrightarrow n \geqslant \frac{31}{5}$$

O menor inteiro positivo é $n = 7$.
Resposta: C

6) $2x - 3 \leqslant 3 \Leftrightarrow 2x \leqslant 6 \Leftrightarrow x \leqslant 3$
Em $\mathbb{N}$ a soluções são 0, 1, 2 e 3, cujo produto é zero.
Resposta: E

7) $$\frac{2x + 1}{5} - \frac{2 - x}{3} > 1 \Leftrightarrow \frac{3\,.\,(2x + 1) - 5(2 - x)}{15} > \frac{15}{15} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 6x + 3 - 10 + 5x > 15 \Leftrightarrow 11x > 22 \Leftrightarrow x > 2$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

8) $$x - \frac{x - 1}{2} > \frac{x - 3}{4} - \frac{x - 2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{12x - 6\,.\,(x - 1)}{12} > \frac{3\,.\,(x - 3) - 4\,.\,(x - 2)}{12} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 12x - 6x + 6 > 3x - 9 - 4x + 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 6x + 6 > -x - 1 \Leftrightarrow 7x > -7 \Leftrightarrow x > -1$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$

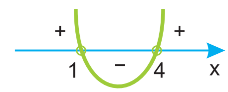
9) $$\frac{5x - 1}{4} - \frac{3x - 13}{10} > \frac{5x + 1}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{15.(5x - 1) - 6.(3x - 13)}{60} > \frac{20.(5x + 1)}{60} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 75x - 15 - 18x + 78 > 100x + 20 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 57x + 63 > 100x + 20 \Leftrightarrow -43x > -43 \Leftrightarrow 43x < 43 \Leftrightarrow x < 1$
$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$

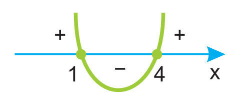
Módulo 4 – Função Polinomial do 2º grau e Sistema de Inequações

1) $x^2 - 5x + 4 > 0$
As raízes são 1 e 4, logo o gráfico é do tipo



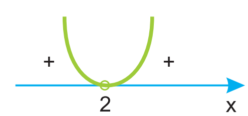
Então: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 4\}$

2) $x^2 - 5x + 4 \leqslant 0$
As raízes são 1 e 4, logo o gráfico é do tipo



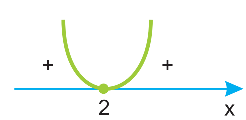
Então: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leqslant x \leqslant 4\}$.

3) $x^2 - 4x + 4 > 0$
A raiz é $x = 2$, logo o gráfico é do tipo



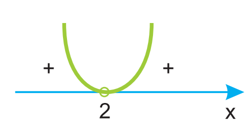
Então: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2\}$ ou $V = \mathbb{R} - \{2\}$

4) $x^2 - 4x + 4 \geqslant 0$
A raiz é $x = 2$, logo o gráfico é do tipo



Então: $V = \mathbb{R}$

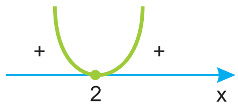
5) $x^2 - 4x + 4 < 0$
A raiz é $x = 2$, logo o gráfico é do tipo



Então: $V = \varnothing$

6) $x^2 - 4x + 4 \leqslant 0$

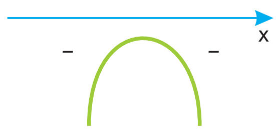
A raiz é x = 2, logo o gráfico é do tipo



Então: V = {2}

7) $-x^2 + 3x - 4 > 0$

Como $\Delta < 0$, o gráfico é do tipo



Logo: V = Ø.

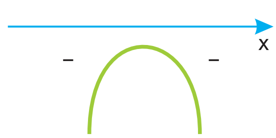
8) $-x^2 + 3x - 4 < 0$

Como $\Delta < 0$, o gráfico é do tipo

Logo: V = ℝ.

9) $-x^2 + 3x - 4 \leqslant 0$

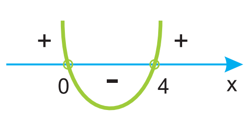
Como $\Delta < 0$, o gráfico é do tipo



Logo: V = ℝ.

10) $x^2 < 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x < 0$

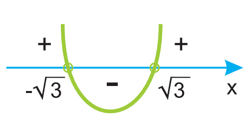
As raízes são 0 e 4, o gráfico é do tipo



Logo: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 4\}$.

11) $x^2 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 3 < 0$

As raízes são $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$, o gráfico é do tipo

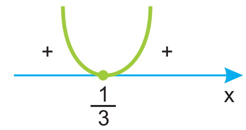


Logo: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$.

12) $9x^2 - 6x + 1 \leqslant 0$

I) $\Delta = 0 \Rightarrow x = \dfrac{6 \pm 0}{18} \Rightarrow x = \dfrac{1}{3}$ (raiz)

II) Gráfico

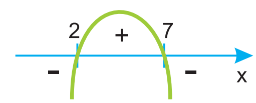


Então, $V = \left\{ \dfrac{1}{3} \right\}$

Resposta: C

13) $(x - 2) \cdot (7 - x) > 0$

As raízes são 2 e 7, o gráfico é do tipo



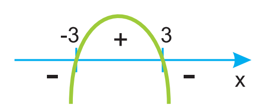
As soluções naturais são 3, 4, 5 e 6, cujo produto vale 360.

Resposta: E

14) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$

A condição de existência da função é $9 - x^2 > 0$

As raízes são – 3 e 3 e o gráfico é do tipo



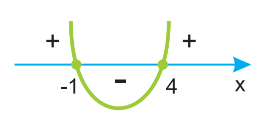
Então: $-3 < x < 3$.

$V =]-3, 3[$

Resposta: C

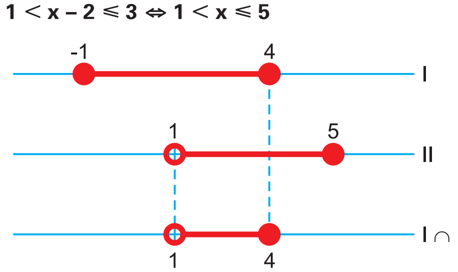
15) I) $x^2 - 3x - 4 \leqslant 0$

As raízes são – 1 e 4 e o gráfico é do tipo



Então, $-1 \leqslant x \leqslant 4$

II) $-1 < x - 2 \leqslant 3 \Leftrightarrow 1 < x \leqslant 5$

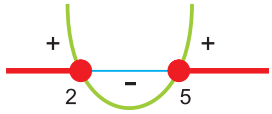


As soluções inteiras são 2, 3 e 4.

Resposta: E

16) I) $x^2 - 7x + 10 \geqslant 0$

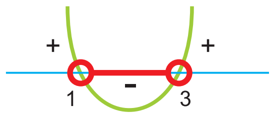
As raízes são 2 e 5 e o gráfico é do tipo



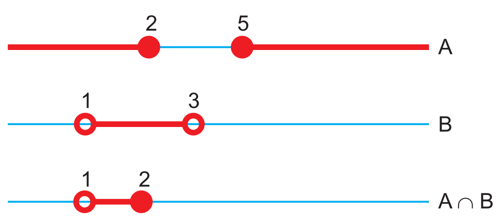
$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 2 \text{ ou } x \geqslant 5\}$.

II) $x^2 - 4x + 3 < 0$

As raízes são 1 e 3 e o gráfico é do tipo



$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$.

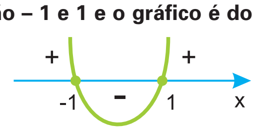


$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leqslant 2\}$

Resposta: A

17) I) $x^2 - 1 \geqslant 0$

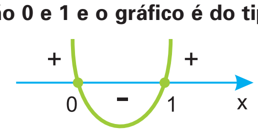
As raízes são – 1 e 1 e o gráfico é do tipo



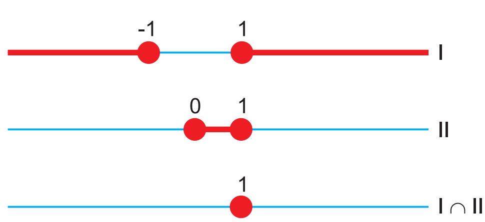
Logo, $x \leqslant -1$ ou $x \geqslant 1$.

II) $x^2 - x \leqslant 0$

As raízes são 0 e 1 e o gráfico é do tipo



Logo, $0 \leqslant x \leqslant 1$.



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 1\} = \{1\}$

Resposta: A

18) I) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{x-2}{5} < 2 \Leftrightarrow \dfrac{5 \,.\, x - 3 \,.\, (x-2)}{15} < \dfrac{30}{15} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x - 3 \,.\, (x-2) < 30 \Leftrightarrow 5x - 3x + 6 < 30 \Leftrightarrow 2x < 24 \Leftrightarrow x < 12$

II) $\dfrac{3 \,.\, (x-6)}{4} > 0 \Leftrightarrow 3 \,.\, (x-6) > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 18 > 0 \Leftrightarrow 3x > 18 \Leftrightarrow x > 6$

De I ∩ II: $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 6 < x < 12\}$

19) I) $3x + 2 < 7 - 2x \Rightarrow 5x < 5 \Rightarrow x < 1$

II) $48x < 3x + 10 \Rightarrow 45x < 10 \Rightarrow x < \dfrac{10}{45} \Rightarrow x < \dfrac{2}{9}$

III) $11 - 2(x-3) > 1 - 3 \,.\, (x-5) \Rightarrow 11 - 2x + 6 > 1 - 3x + 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2x + 17 > -3x + 16 \Rightarrow x > -1$

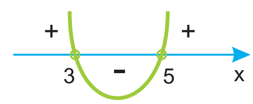
De I ∩ II ∩ III, temos: $V = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < \dfrac{2}{9}\right\}$

Resposta: C

■ Módulo 5 – Inequações – Produto e Quociente

1) $(x-3) \,.\, (x-5) > 0$

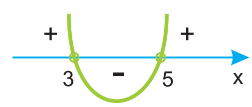
As raízes são 3 e 5 e o gráfico é do tipo



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3 \text{ ou } x > 5\}$

2) $\dfrac{x-3}{x-5} > 0 \Leftrightarrow (x-3) \,.\, (x-5) > 0$, com $x \neq 5$

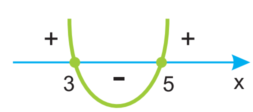
As raízes são 3 e 5 e o gráfico é do tipo



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3 \text{ ou } x > 5\}$

3) $\dfrac{x-3}{x-5} \geqslant 0 \Leftrightarrow (x-3) \,.\, (x-5) \geqslant 0$ e $x \neq 5$

As raízes são 3 e 5 e o gráfico é do tipo

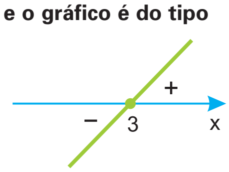


$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 3 \text{ ou } x > 5\}$

4) $\dfrac{x-3}{3x - x^2} < 0$

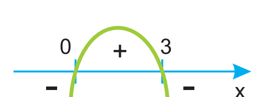
I) $f(x) = x - 3$

$x = 3$ é a raiz e o gráfico é do tipo



II) $g(x) = 3x - x^2$

As raízes são 0 e 3 e o gráfico é do tipo



III) Quadro de sinais

	0	3	
–	–	+	f(x)
–	+	–	g(x)
+	–	–	f(x) ÷ g(x)

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ e } x \neq 3\}$

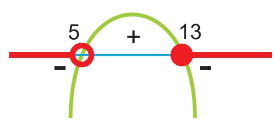
Resposta: E

5) $\dfrac{3}{x-5} \leq 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x-5} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3 - 2\,.\,(x-5)}{x-5} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{3 - 2x + 10}{x-5} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2x+13}{x-5} \leq 0 \Leftrightarrow (-2x+13)\,.\,(x-5) \leq 0 \text{ e } x \neq 5$

As raízes são $\dfrac{13}{2}$ e 5 e o gráfico é do tipo



$V = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5 \text{ ou } x \geq \dfrac{13}{2}\right\}$

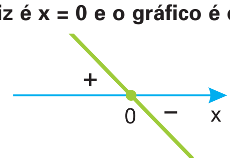
Resposta: E

6) $\dfrac{x}{x+3} - \dfrac{1}{x-1} > 1 \Leftrightarrow$

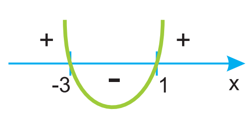
$\Leftrightarrow \dfrac{x\,.\,(x-1) - (x+3) - (x+3)\,.\,(x-1)}{(x+3)\,.\,(x-1)} > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - x - x - 3 - (x^2 + 2x - 3)}{(x+3)\,.\,(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{-4x}{(x+3)\,.\,(x-1)} > 0$

I) $f(x) = -4x$, a raiz é $x = 0$ e o gráfico é do tipo



II) $g(x) = (x+3)\,.\,(x-1)$, as raízes são -3 e 1 e o gráfico é do tipo



III) Quadro de sinais

	-3	0	1	
+	+	–	–	f(x)
+	–	–	+	g(x)
+	–	+	–	f(x) ÷ g(x)

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } 0 < x < 1\}$

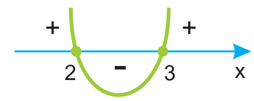
Resposta: B

7) $\dfrac{x^2 - 3x + 8}{x+1} < 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 3x + 8 - 2(x+1)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1} < 0$

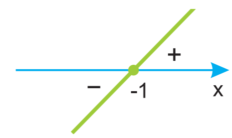
I) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

As raízes são 2 e 3 e o gráfico é do tipo



II) $g(x) = x + 1$

A raiz é $x = -1$ e o gráfico é do tipo



III) Quadro de sinais

	-1	2	3	
+	+	–	+	f(x)
–	+	+	+	g(x)
–	+	–	+	f(x) . g(x)

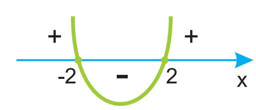
$V =]-\infty, -1[\cup]2, 3[$

Resposta: A

8) $(x^2 - 4)\,.\,(x^2 - 4x) \geq 0$

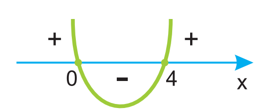
I) $f(x) = x^2 - 4$

As raízes são -2 e 2 e o gráfico é do tipo



II) $g(x) = x^2 - 4x$

As raízes são 0 e 4 e o gráfico é do tipo



III) Quadro de sinais

	-2	0	2	4	
+	–	–	+	+	f(x)
+	+	–	–	+	g(x)
+	–	+	–	+	f(x) . g(x)

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } 0 \leq x \leq 2 \text{ ou } x \geq 4\}$

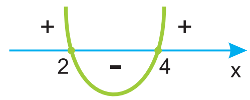
Resposta: D

9) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 6x + 8}{x - 1}}$

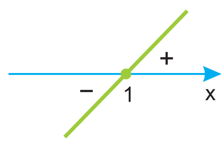
I) O domínio é a condição de existência da função.

II) $\dfrac{x^2 - 6x + 8}{x - 1} \geqslant 0$ com $x \neq 1$.

III) $f(x) = x^2 - 6x + 8$, as raízes são 2 e 4 e o gráfico é do tipo

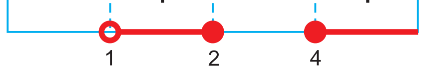


IV) $g(x) = x - 1$, a raiz é $x = 1$ e o gráfico é do tipo



V) Quadro de sinais

	1	2	4		
+	+	-	+		f(x)
-	+	+	+		g(x)
-	+	-	+		f(x) ÷ g(x)



$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leqslant 2 \text{ ou } x \geqslant 4\}$

Resposta: C

Módulo 6 – Vértice da Parábola

1) $f(x) = -x^2 + 12x + 20$

$x_v = \dfrac{-b}{4a} = \dfrac{-12}{2 \, . \, (-1)} = 6$

$y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$ ou $y_v = -6^2 + 12 \, . \, 6 + 20 = 56$

Como $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e, portanto, para $x_v = 6$ o máximo é $y_v = 56$.

Resposta: C

2) $L(x) = 100 \, . \, (10 - x) \, . \, (x - 4)$

As raízes são 4 e 10 e, portanto, $x_v = \dfrac{4 + 10}{2} = 7$.

Como $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e, portanto, o lucro é máximo quando $x_v = 7$.

Resposta: A

3) $f(x) = -2x^2 + 4x + 12$

Como $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e, portanto, o valor máximo é

$y_v = -\dfrac{\Delta}{4a} = \dfrac{-(4^2 - 4 \, . \, (-2) \, . \, 12)}{4 \, . \, (-2)} = 14.$

Resposta: E

4) $y = x - 0{,}05 \, . \, x^2$

Como $a < 0$, a parábola tem a concavidade para baixo e, portanto, a altura máxima atingida pelo golfinho é

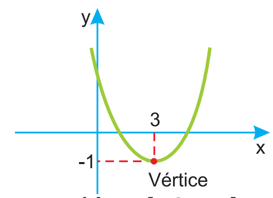
$y_v = -\dfrac{\Delta}{4a} = \dfrac{-(1 - 4 \, . \, (-0{,}05) \, . \, 0)}{4 \, . \, (-0{,}05)} = \dfrac{-1}{-0{,}20} = 5$

Resposta: A

5) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

I) $x_v = -\dfrac{b}{2a} = 3$ e $y_v = 3^2 - 6 \, . \, 3 + 8 = -1$

II) O gráfico é do tipo



O conjunto imagem é $Im = [-1, +\infty[$

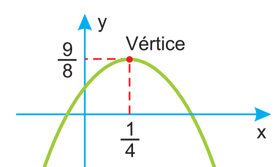
Resposta: E

6) $y = -2x^2 + x + 1$

I) $x_v = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{4}$ e

$y_v = -\dfrac{\Delta}{4a} = \dfrac{-(1^2 - 4 \, . \, (-2) \, . \, 1)}{4 \, . \, (-2)} = \dfrac{9}{8}$

II) O gráfico é do tipo



O conjunto imagem é $Im = \left]-\infty, \dfrac{9}{8}\right]$

Resposta: A

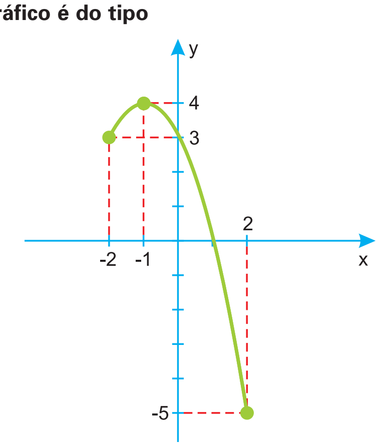
7) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

I) Como o domínio é $[-2, 2]$, temos:

$\begin{cases} f(-2) = -(-2)^2 - 2 \, . \, (-2) + 3 = 3 \\ f(2) = -2^2 - 2 \, . \, 2 + 3 = -5 \end{cases}$

II) $x_v = -\dfrac{b}{2a} = -1$ e $y_v = -(-1)^2 - 2 \, . \, (-1) + 3 = 4$

III) O gráfico é do tipo



O conjunto imagem é $Im = [-5, 4]$

Resposta: B

8) lucro = receita – custo ⇒

$\Rightarrow$ lucro $= (-x^2 + 10{,}5x) - (x^2 + 0{,}5x + 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ lucro $= -2x^2 + 10x - 1$

Como $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e o lucro máximo é $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a} = \dfrac{-(10^2 - 4 \,.\, (-2) \,.\, (-1))}{4 \,.\, (-2)} = 11{,}5$

Resposta: B

9) I) De acordo com o gráfico, temos que -1 e 3 são as raízes reais da função quadrática.

II) Forma fatorada: $f(x) = a \,.\, (x - r_1) \,.\, (x - r_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) = a \,.\, (x + 1) \,.\, (x - 3)$

III) No gráfico, temos $f(1) = -2$ e, portanto,

$f(1) = a \,.\, (1 + 1) \,.\, (1 - 3) \Rightarrow -4a = -2 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}$

De II e III, temos: $f(x) = \dfrac{1}{2} \,.\, (x + 1) \,.\, (x - 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{2} \,.\, (x^2 - 2x - 3) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{x^2}{2} - x - \dfrac{3}{2}$

Resposta: B

10) $f(x) = (m - 1)x^2 + 2mx + 3m$

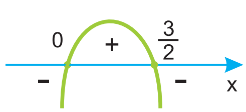
I) Uma função do 2º grau é estritamente positiva quando $a > 0$ e $\Delta < 0$.

II) $a > 0 \Rightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

III) $\Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4 \,.\, (m - 1) \,.\, (3m) < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 12m^2 + 12m < 0 \Leftrightarrow -8m^2 + 12m < 0$

As raízes são 0 e $\dfrac{3}{2}$ e o gráfico é do tipo



então, $m < 0$ ou $m > \dfrac{3}{2}$.

De II e III, temos $m > \dfrac{3}{2}$.

Resposta: C

FRENTE 2 – ÁLGEBRA E TRIGONOMETRIA

■ Módulo 1 – Conjuntos

1) O conjunto $A = \{1; 2; \{2\}; \{3\}; \varnothing\}$ tem 5 elementos. A relação de pertinência desses elementos é:

$1 \in A$

$2 \in A$

$\{2\} \in A$

$\{3\} \in A$

$\varnothing \in A$

Assim, temos:

a) $1 \in A$ e $2 \in A$ (V)

b) $\{3\} \in A$ (V)

c) $3 \notin A$ (V)

d) $\{1\} \subset A$ (V)

e) $\{2\} \subset A$ (V)

f) $\{\{2\}, \{3\}\} \subset A$ (V)

g) $\{1; 3\} \not\subset A$ (V)

h) $\varnothing \in A$ (V)

i) $\{\varnothing\} \subset A$ (V)

j) $\varnothing \notin A$ (F), pois $\varnothing \in A$

k) $\{2\} \in A$ (V)

l) $\{1\} \in A$ (F), pois $\{1\} \notin A$

m) $5 \notin A$ (V)

n) $\{1; 2\} \subset A$ (V)

o) $\{\{2\}\} \not\subset A$ (V)

p) $\{1; 2; 4\} \not\subset A$ (V)

q) $\{3\} \not\subset A$ (V)

r) $\varnothing \subset A$ (V)

s) $A \subset A$ (V)

t) $\{4; \varnothing\} \not\subset A$ (V)

2) Sendo $A = \{3; \{3\}\}$, tem-se:

1) $3 \in A$ é verdadeira.

2) $\{3\} \subset A$ é verdadeira.

3) $\{3\} \in A$ é verdadeira

Resposta: D

3) I) $\{1; 2\} \subset X \Rightarrow 1 \in X$ e $2 \in X$

II) $X \subset \{1; 2; 3; 4\}$

De (I) e (II), podemos ter:

$X = \{1; 2\}$ ou $X = \{1; 2; 3\}$ ou $X = \{1; 2; 4\}$ ou $X = \{1; 2; 3; 4\}$

Resposta: B

4) O conjunto $\{a; b; c; d; e; f; g\}$ tem 7 elementos, então, o total de subconjuntos é $2^7 = 128$

Resposta: B

5) O conjunto $A = \{1; 3; 5\}$ tem 3 elementos, então, o total de subconjuntos é $2^3 = 8$, incluindo o conjunto vazio. Logo, o número de subconjuntos não vazios é $8 - 1 = 7$.

Resposta: A

6) O conjunto formado pelos múltiplos estritamente positivos de 5, menores que 40, é $\{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35\}$ que possui 7 elementos e um total de $2^7 = 128$ subconjuntos, incluindo o conjunto vazio. Logo, o número de subconjuntos não vazios é $n = 128 - 1 = 127$.

Resposta: A

■ Módulo 2 – Conjuntos

1) Para $S = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$, $A = \{1; 3; 5\}$ e $B = \{3; 5; 7; 9\}$, tem-se:

I) $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$

II) $A \cap B = \{3; 5\}$

III) $A - B = \{1; 3; 5\} - \{3; 5; 7; 9\} = \{1\}$

IV) $B - A = \{3; 5; 7; 9\} - \{1; 3; 5\} = \{7; 9\}$

V) $\overline{B} = \complement_S^B = S - B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\} - \{3; 5; 7; 9\} = \{1; 11\}$

Resposta: E

2) $\begin{cases} A = \{3; 7; x; 5; 9\} \\ B = \{1; 5; x; 8; y; 4\} \\ A \cap B = \{5; 6; 9\} \end{cases} \Rightarrow x = 6 \text{ e } y = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ A = {3; 7; 6; 5; 9} e B = {1; 5; 6; 8; 9; 4}

01) É falsa, pois $A \cup B = \{1; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

02) É verdadeira, pois $A - B = \{3; 7\}$

04) É falsa, pois $A \not\subset B$

08) É verdadeira, pois $8 \notin A$

16) É verdadeira, pois $x + y = 6 + 9 = 15$

Resposta: São verdadeiras 02, 08 e 16

3) **Se $M \cup N = \{1; 2; 3; 5\}$ e $M \cup P = \{1; 3; 4\}$, então:**

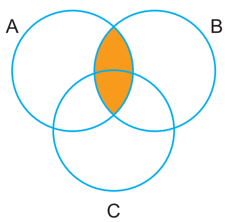
$M \cup N \cup P = \{1; 2; 3; 5\} \cup \{1; 3; 4\} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Resposta: E

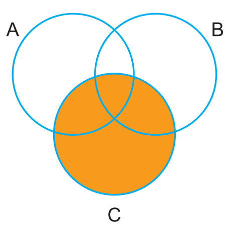
4) **Se existe $x \in A$ e $x \in B$, então existe $x \in A \cap B$, isto é, $A \cap B \neq \emptyset$**

Resposta: D

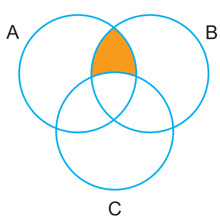
5) **I) Sombreando a região correspondente a $A \cap B$, tem-se:**



II) Sombreando a região correspondente ao conjunto C, tem-se:



III) A figura que representa $(A \cap B) - C$ é:

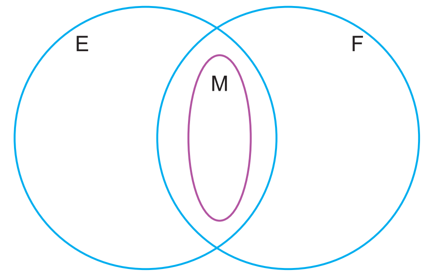


Resposta: A

6) **I) Todo jovem que gosta de matemática adora esportes $\Rightarrow$ $\Rightarrow M \subset E$**

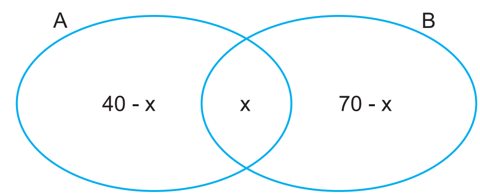
II) Todo jovem que gosta de matemática adora festas $\Rightarrow$ $\Rightarrow M \subset F$

III) $\begin{cases} M \subset E \\ M \subset F \end{cases} \Rightarrow M \subset (E \cap F)$**, que pode ser representado por:**



Resposta: C

7) **I) Representando num diagrama, tem-se:**

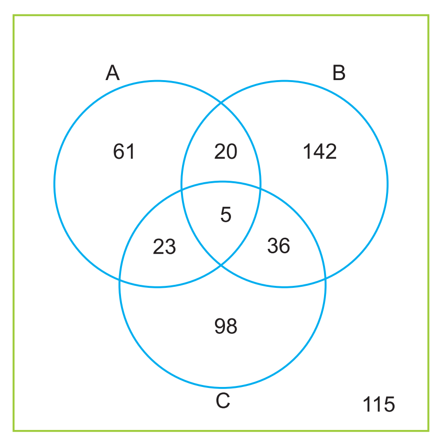


II) $40 - x + x + 70 - x = 100 \Leftrightarrow x = 10$

III) O percentual de leitores que leem os jornaius A e B é $\dfrac{10}{100} = 10\%$

Resposta: A

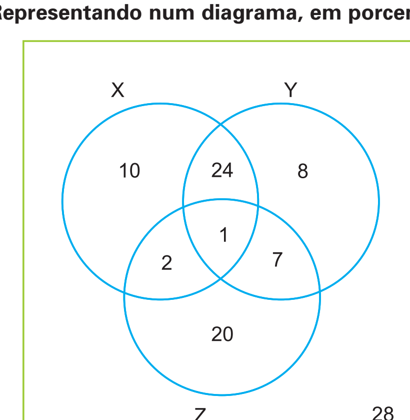
8) **I) Representando num diagrama, tem-se:**



II) O número de pessoas que consomem ao menos duas marcas é $20 + 23 + 36 + 5 = 84$

Resposta: D

9) **I) Representando num diagrama, em porcentagens, tem-se:**



II) A porcentagem de entrevistados que não preferem nem X nem Y é (20 + 28)% = 48%

Resposta: D

■ Módulo 3 – Produto Cartesiano, Relações Binárias e Funções

1) (0) V, (1) F, (2) F, (3) F, (4) V, (5) F

2) Se A = {1; 2}, B = {3; 4} e C = {4; 5}, tem-se:

I) $B \cap C = \{3; 4\} \cap \{4; 5\} = \{4\}$

II) $A\times(B \cap C) = \{1; 2\} \times \{4\} = \{(1; 4); (2; 4)\}$

Resposta: A

3) I) $\{(0; 2), (0; 3), (1; 2), (2; 3)\} \subset A\times B \Rightarrow \{0; 1; 2\} \subset A$ e $\{2; 3\} \subset B$, sendo que A e B podem ter outros elementos.

II) A×B tem, no mínimo, 3.2 = 6 pares ordenados, entre eles estão necessariamente (1; 3) e (2; 2), portanto, pode-se afirmar que $\{(1; 3), (2; 2)\} \subset A\times B$

Resposta: D

4) I) Se A = {5} e B = {3; 7}, então, A×B = {(5; 3); (5; 7)}

II) As relações binárias de A em B são os subconjuntos de A×B, isto é: Ø, {(5; 3)}, {(5; 7)} e A×B

Resposta: D

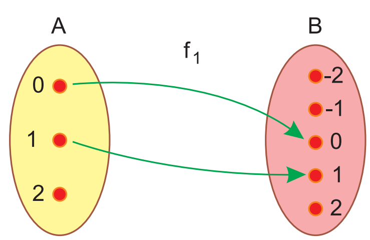
5) I) Se n(A) = m e n(B) = p, então, n(A×B) = n(A) . n(B) = m . p

II) O número de relações binárias de A em B é o número de subconjuntos de A×B, isto é, $2^{m\,.\,p}$, incluindo o conjunto vazio.

Assim, o número de relações não vazias é $2^{m\,.\,p} - 1$

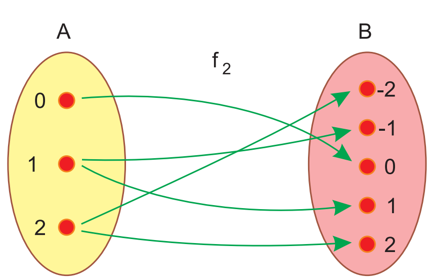
Resposta: D

6) a) $f_1 = \{(0; 0); (1; 1)\}$



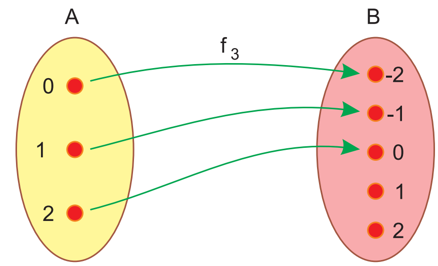
f_1 não é função, pois do elemento 2 não parte nenhuma flecha.

b) $f_2 = \{(0, 0), (1, -1), (1, 1), (2, -2), (2, 2)\}$



f_2 não é função, pois dos elementos 1 e 2 partem mais de uma flecha.

c) $f_3 = \{(0, -2), (1, -1), (2, 0)\}$



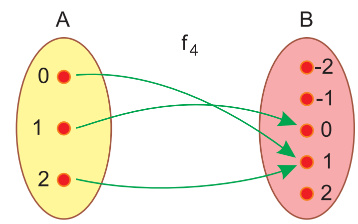
f_3 é uma função com:

$D(f_3) = \{0; 1; 2\} = A$

$CD(f_3) = \{-2; -1; 0; 1; 2\} = B$

$Im(f_3) = \{-2; -1; 0\} \subset B$.

d) $f_4 = \{(0, 1), (1, 0), (2, 1)\}$



f_4 é uma função com:

$D\,(f_4) = \{0; 1; 2\} = A$

$CD\,(f_4) = \{-2; -1; 0; 1; 2\} = B$

$Im(f_4) = \{0; 1\} \subset B$

7) a) f não é função, pois a reta vertical de abscissa 4 intercepta o gráfico em dois pontos.

b) g não é função, pois a reta vertical da abscissa 4 não intercepta o gráfico.

c) h é uma função com:

$D(h) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \le x \le 6\} = A$

$CD(h) = \mathbb{R}$

$Im(h) = \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \le y < 5\}$

8) Se $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5}, \text{ se x é racional} \\ \dfrac{3}{4}, \text{ se x é irracional} \end{cases}$ e observando que

$\sqrt{2}$ é irracional, $\dfrac{3}{5}$ é racional e π é irracional, tem-se:

$$\frac{f(\sqrt{2}) + f\left(\dfrac{3}{5}\right)}{f(\pi)} = \frac{\dfrac{3}{4} + \dfrac{2}{5}}{\dfrac{3}{4}} = \frac{\dfrac{15+8}{20}}{\dfrac{3}{4}} = \frac{23}{20} \cdot \frac{4}{3} = \frac{23}{15}$$

Resposta: E

9) I) $f(x) = 3x + 5 \Rightarrow f(1) = 3 \,.\, 1 + 5 = 8$

II) $g(x) = \dfrac{f(x) + 8}{f(x) - 4} \Rightarrow g(1) = \dfrac{f(1) + 8}{f(1) - 4} = \dfrac{8 + 8}{8 - 4} = \dfrac{16}{4} = 4$

Resposta: C

10) Para $f(x) = \frac{3}{5} \cdot x - 1$ e $g(x) = \frac{4}{3} \cdot x + a$, tem-se:

I) $f(0) - g(0) = \frac{1}{3} \Rightarrow -1 - a = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$

II) $f(3) - 3 \cdot g\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{5} \cdot 3 - 1 - 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{4}{3}\right) =$

$= \frac{9}{5} - 1 - 3 \cdot \left(\frac{4}{15} - \frac{4}{3}\right) = \frac{9}{5} - 1 - 3 \cdot \left(\frac{4 - 20}{15}\right) =$

$= \frac{9}{5} - 1 - 3 \cdot \left(\frac{-16}{15}\right) = \frac{9}{5} - 1 + \frac{16}{5} =$

$= \frac{25}{5} - 1 = 5 - 1 = 4$

Resposta: E

11) Para $h(t) = 1{,}5t - 9{,}4$ e $p(t) = 3{,}8t^2 - 72t + 246$, tem-se:

I) $h(t) = 35{,}6 \Rightarrow 1{,}5t - 9{,}4 = 35{,}6 \Leftrightarrow 1{,}5t = 45 \Leftrightarrow t = 30$

II) $p(30) = 3{,}8 \cdot 30^2 - 72 \cdot 30 + 246 = 3420 - 2160 + 246 = 1506$

Resposta: 1506 g

12) Sendo $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$, tem-se:

a) Para $C = 35 \Rightarrow 35 = \frac{5}{9} \cdot (F - 32) \Leftrightarrow 63 = F - 32 \Leftrightarrow F = 95$

b) Para $F = 2C \Rightarrow C = \frac{5}{9} \cdot (2C - 32) \Leftrightarrow 9C = 10C - 160 \Leftrightarrow C = 160$

Respostas: a) F = 95 b) C = 160

■ Módulo 4 – Domínio, Contradomínio, Imagem e Propriedades da Função

1) Para t = 16 e $d = 7{,}0 \cdot \sqrt{t - 12}$, temos:

$d = 7{,}0 \cdot \sqrt{16 - 12} = 7{,}0 \cdot \sqrt{4} = 7{,}0 \cdot 2 = 14{,}0$

Resposta: D

2) Considerando que domínio de uma função real é o conjunto dos valores reais para os quais a função existe, temos:

a) $f(x) = \frac{3x + 1}{2x - 8}$ existe para $2x - 8 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$

Assim, $D(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

b) $f(x) = \sqrt{2 - x}$ existe para $2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$

Assim, $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$

c) $f(x) = 2x + 5$ existe para todo $x \in \mathbb{R}$

Assim, $D(f) = \mathbb{R}$

Respostas: a) $\mathbb{R} - \{4\}$ b) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 \}$ c) $\mathbb{R}$

3) A função $y = \frac{1}{\sqrt{3x - 2}}$ existe para $3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$

Assim $D(f) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

Resposta: D

4) Para que a função $y = f(x) = \sqrt{x + 7} + \sqrt{1 - x}$ exista, devemos ter:

$\begin{cases} x + 7 \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq x \leq 1$

Resposta: B

5) $f(x + 1) = \frac{3x + 5}{2x + 1}$ não existe para $x = -\frac{1}{2}$, isto é, não existe $f\left(-\frac{1}{2} + 1\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$. Assim, se não existe $f\left(\frac{1}{2}\right)$, o domínio da função f é $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

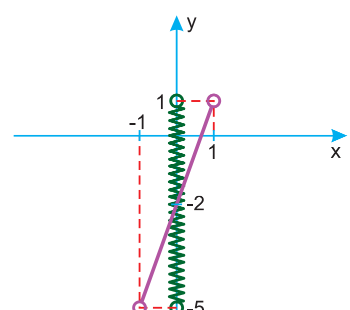
Resposta: A

6) Na função $y = 3x - 2$, tem-se:

I) Para $x = -1 \Rightarrow y = 3 \cdot (-1) - 2 = -5$

II) Para $x = 1 \Rightarrow y = 3 \cdot 1 - 2 = 1$

Assim, o gráfico da função $y = 3x - 2$ para $x \in]-1; 1[$ é:

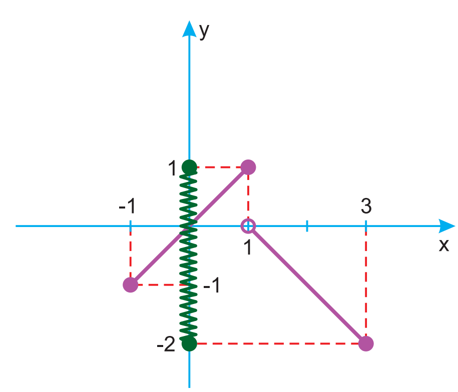


Portanto, o conjunto imagem é $]-5; 1[$

Resposta: E

7) Representando graficamente a função

$f(x) = \begin{cases} x, \text{ para } -1 \leq x \leq 1 \\ -x + 1, \text{ para } 1 < x \leq 3 \end{cases}$, tem-se:



Portanto, o conjunto imagem é $[-2; 1]$

Resposta: A

8) Para x em anos e f(x) em porcentagem da área da floresta a cada ano, temos de acordo com o gráfico:

$$\begin{cases} f(0) = 20 \\ f(6) = 50 \\ f(10) = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{200}{c} = 20 \Leftrightarrow c = 10 \\ \dfrac{6a + 200}{6b + 10} = 50 \\ \dfrac{10a + 200}{10b + 10} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 200 = 300b + 500 \\ 10a + 200 = 600b + 600 \\ c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 50b = 50 \\ a - 60b = 40 \\ c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 100 \\ b = 1 \\ c = 10 \end{cases}$$

Portanto, $f(x) = \dfrac{100x + 200}{x + 10}$

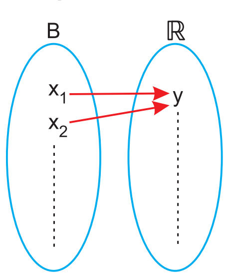
Resposta: a = 100, b = 1 e c = 10

$$f(x) = \dfrac{100x + 200}{x + 10}$$

9) I) Graficamente, uma função é injetora quando nenhuma reta horizontal intercepta o gráfico mais de uma vez. Assim, não é injetora a função da alternativa "a".
II) O gráfico da alternativa "c" não é função, pois existe reta vertical que intercepta o gráfico mais de uma vez.
III) O gráfico da alternativa "e" não é função, pois existe reta vertical que não intercepta o gráfico com $x \in \mathbb{R}$.
IV) Uma função é sobrejetora quando Im = CD. Assim, não é sobrejetora a função da alternativa "b", pois $CD = \mathbb{R} \neq Im = \mathbb{R}^*_+$.
V) Portanto, é bijetora (injetora e sobrejetora) a função da alternativa "d".

Resposta: D

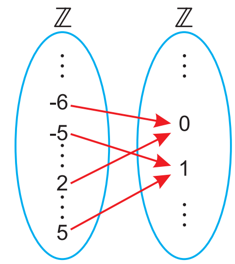
10) Se B é o conjunto formado por todos os brasileiros, a função f: B → ℝ que associa a cada brasileiro sua altura em centímetros, representada num diagrama de flechas, é:



I) A função não é injetiva (injetora) pois existem elementos diferentes em B associados ao mesmo elemento em ℝ, observando que existe mais de uma pessoa com a mesma altura.
II) A função não é sobrejetiva (sobrejetora) pois Im(f) ≠ CD(f), observando que, por exemplo, não existem pessoas com altura negativa.

Resposta: D

11) Representando a função f num diagrama de flechas, tem-se:



I) A função não é sobrejetora, pois Im(f) = {0; 1} ≠ CD(f) = ℤ
II) A função não é injetora, pois f(– 5) = f(5) = 1
III) f(– 5) . f(2) = 1 . 0 = 0
IV) f(– 5) + f(5) = 1 + 1 = 2

Resposta: E

12) Se $f: \mathbb{R}^*_+ \to \mathbb{R}$ tal que $f(x^2 - 2x) = f(4 + x)$ é injetora, então:

$$\begin{cases} x^2 - 2x = 4 + x \\ (x^2 - 2x) \in \mathbb{R}^*_+ \\ (4 + x) \in \mathbb{R}^*_+ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0 \\ x^2 - 2x > 0 \\ 4 + x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ou } x = 4 \\ x^2 - 2x > 0 \\ 4 + x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 4$

Resposta: x = – 1 ou x = 4

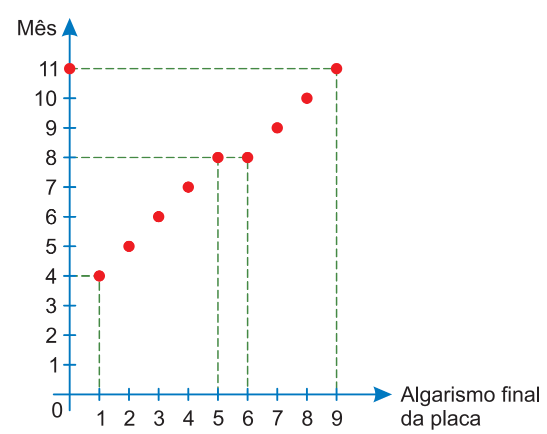
13) a) A função f é definida por $f(x) = \begin{cases} 11, \text{ se } x = 0 \\ x + 3, \text{ se } x \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ x + 2, \text{ se } x \in \{6, 7, 8, 9\} \end{cases}$

b) f não é injetora pois f(5) = f(6) = 8

c) Para os meses de agosto e novembro não se pode afirmar o final da placa, justamente por não ser injetora.

d) f(x + 1) – f(x) = [x + 1 + 3] – [x + 3] = 1, para x = 1, 2, 3, 4 e
f(x + 1) – f(x) = [x + 1 + 2] – [x + 2] = 1, para x = 6, 7, 8

e) O gráfico de f é



Resposta: A

14) Analisando o gráfico podemos concluir que

a) falsa
de janeiro a setembro de 2007 a arrecadação da Receita Federal ora aumentou ora diminuiu;

b) falsa
admitindo que a arrecadação da Receita Federal em setembro de 2007 tenha sido de R$ 46,2 bilhões, temos 46,2 . 1,1 = 50,82 > 48,48

c) falsa

admitindo que em janeiro de 2007a arrecadação da Receita Federal tenha sido de R$ 55 bilhões, temos:

$55 \,.\, 1{,}1114 = 61{,}127 > 48{,}8$

d) falsa

embora a arrecadação da Receita Federal tenha sido crescente de fevereiro a abril de 2007, e de maio a julho, ela foi decrescente de julho a agosto.

e) verdadeira

de fato, de julho a setembro de 2007 a arrecadação da Receita Federal foi decrescente.

Resposta: E

15) a) Falsa, pois $f(1) = 0$

b) Falsa, pois $D(f) = \mathbb{R}$

c) Falsa, pois $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

d) Verdadeira

e) Falsa, pois para $0 < x < 1$ f é decresccente

Resposta: D

16) Se f é uma função estritamente crescente e $f(2x - 7) < f(x - 1)$, então $2x - 7 < x - 1 \Leftrightarrow x < 6$

Resposta: A

17) Resposta: D

■ Módulo 5 – Função Composta e Inversa

1) Se $f(x) = 2x$ e $g(x) = x + 3$, então:

a) $(gof)(2) = g(f(2)) = g(4) = 4 + 3 = 7$

b) $(gof)(3) = g(f(3)) = g(6) = 6 + 3 = 9$

c) $(gof)(x) = g(f(x)) = g(2x) = 2x + 3$

Respostas: a) 7   b) 9   c) $2x + 3$

2) Se $f(x) = x^3 + 1$ e $g(x) = x - 2$, então:

a) $(fog)(0) = f(g(0)) = f(-2) = -8 + 1 = -7$

b) $(gof)(0) = g(f(0)) = g(1) = 1 - 2 = -1$

c) $(fof)(1) = f(f(1)) = f(2) = 8 + 1 = 9$

d) $(gof)(1) = g(g(1)) = g(-1) = -1 - 2 = -3$

Respostas: a) – 7   b) – 1   c) 9   d) – 3

3) Se $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = x^2$, então:

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(3x - 1) = (3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

Resposta: A

4) Se $x \in \mathbb{N}$, o resto da divisão de x por 4 pertence ao conjunto $\{0; 1; 2; 3\}$, então, $f(x) = 0$ ou $f(x) = 1$ ou $f(x) = 2$ ou $f(x) = 3$.

Assim, para $g(x) = x^2 - 2x + 1$, tem-se:

I) Se $f(x) = 0 \Rightarrow (gof)(x) = g(f(x)) = g(0) = 0^2 - 2 \,.\, 0 + 1 = 1$

II) Se $f(x) = 1 \Rightarrow (gof)(x) = g(f(x)) = g(1) = 1^2 - 2 \,.\, 1 + 1 = 0$

III) Se $f(x) = 2 \Rightarrow (gof)(x) = g(f(x)) = g(2) = 2^2 - 2 \,.\, 2 + 1 = 1$

IV) Se $f(x) = 3 \Rightarrow (gof)(x) = g(f(x)) = g(3) = 3^2 - 2 \,.\, 3 + 1 = 4$

Portanto, o conjunto imagem de gof é $\{0; 1; 4\}$, que é formado por três números quadrados perfeitos.

Resposta: C

5) Observando os gráficos das funções f e g, temos:

I) $f(4) = 0$

II) $(gof)(4) = g(f(4)) = g(0) = -4$

III) $g(1) = a$, com $a < 0$

IV) $(fog)(1) = f(g(1)) = f(a) = 2$, pois $a < 0$ e a função f é constante e igual a 2 para todo valor negativo.

Assim, $(gof)(4) + (fog)(1) = -4 + 2 = -2$

Resposta: D

6) Se $g(x) = 1 - x$ e $(fog)(x) = \dfrac{1 - x}{x}$, então:

I) $f(g(x)) = \dfrac{1 - x}{x}$

II) $g(x) = \dfrac{4}{3} \Rightarrow 1 - x = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x = 1 - \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$

Assim, para $x = -\dfrac{1}{3}$, tem-se:

$$f(g(x)) = \frac{1 - x}{x} \Rightarrow f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)}{-\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1 + \frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{1}{3}} = -4$$

Resposta: E

7) Se $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = ax + b$, então:

I) $f(g(x)) = f(ax + b) = 2(ax + b) + 3 = 2ax + 2b + 3$

II) $f(g(x)) = 8x + 7 \Rightarrow 2ax + 2b + 3 = 8x + 7 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b + 3 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4 + 2 = 6$$

Resposta: D

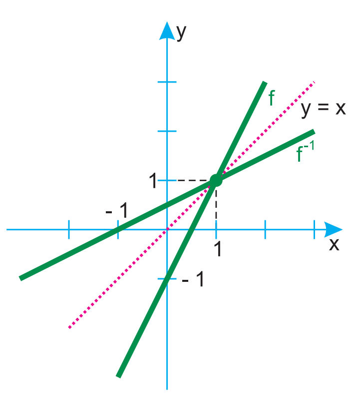
8) I) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 1 \Rightarrow y = 2x - 1$

II) Trocando x por y e y por x, temos:

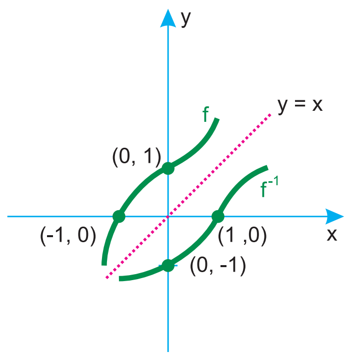
$$x = 2y - 1 \Leftrightarrow 2y = x + 1 \Leftrightarrow y = \frac{x + 1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{2}, \text{ com } f^{-1}\text{: } \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

III) Representando graficamente f e f^{-1}, temos:



9)



10) I) $f(x) = \dfrac{4x - 1}{3} \Rightarrow y = \dfrac{4x - 1}{3}$

II) Trocando x por y e y por x, temos:

$x = \dfrac{4y - 1}{3} \Leftrightarrow 4y - 1 = 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4y = 3x + 1 \Leftrightarrow y = \dfrac{3x + 1}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{3x + 1}{4}$

Resposta: C

11) I) Sendo x o número pensado, o resultado obtido com a sequência de operações é $y = \dfrac{x^2 + 5}{2}$

II) Trocando x por y e y por x, temos:

$x = \dfrac{y^2 + 5}{2} \Leftrightarrow y^2 + 5 = 2x \Leftrightarrow y^2 = 2x - 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{2x - 5}$, pois $y \in \mathbb{N}$

Resposta: D

12) I) A função que fornece o salário y a partir do número de horas trabalhadas h, é:

$$y(h) = \begin{cases} 20h - 90, \text{ para } 0 \le h \le 160 \\ 20 \,.\, 160 + 24(h - 160) - 90, \text{ para } h > 160 \end{cases}$$

$$y(h) = \begin{cases} 20h - 90, \text{ para } 0 \le h \le 160 \\ 24h - 730, \text{ para } h > 160 \end{cases}$$

II) $y(160) = 20 \,.\, 160 - 90 = 3110$

III) Para $y \le 3110$, temos:

$y(h) = 20h - 90 \Rightarrow y = 20 \,.\, h(y) - 90 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 20 \,.\, h(y) = y + 90 \Leftrightarrow h(y) = \dfrac{y + 90}{20}$

IV) Para $y > 3110$, temos:

$y(h) = 24h - 730 \Rightarrow y = 24 \,.\, h(y) - 730 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24 \,.\, h(y) = y + 730 \Leftrightarrow h(y) = \dfrac{y + 730}{24}$

V) A função que fornece o número de horas trabalhadas h a partir do salário y, é:

$$h(y) = \begin{cases} \dfrac{y + 90}{20}, \text{ para } y \le 3110 \\ \dfrac{y + 730}{24}, \text{ para } y > 3110 \end{cases}$$

Resposta: B

13) I) $f(x) = \dfrac{2 + x}{2 - x} \Rightarrow y = \dfrac{2 + x}{2 - x}$

II) Trocando x por y e y por x, temos:

$x = \dfrac{2 + y}{2 - y} \Leftrightarrow 2 + y = 2x - xy \Leftrightarrow xy + y = 2x - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y \,.\, (x + 1) = 2x - 2 \Leftrightarrow y = \dfrac{2x - 2}{x + 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{2x - 2}{x + 1}$

III) $D(f^{-1}) = CD(f) = \mathbb{R} - \{a\} = \mathbb{R} - \{-1\}$, portanto, $a = -1$.

Resposta: D

■ Módulo 6 – Funções Trigonométricas de um Ângulo Agudo

1) Pitágoras: $2^2 = 1^2 + (AB)^2 \Rightarrow AB = \sqrt{3}$

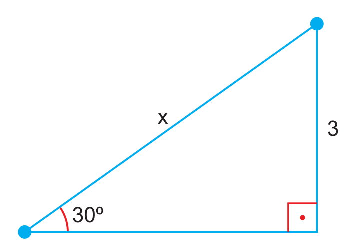
$\text{sen } B = \dfrac{1}{2}$, $\cos B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\text{tg } B = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\text{sen } C = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\cos C = \dfrac{1}{2}$ e $\text{tg } C = \sqrt{3}$

2) $\text{sen } \alpha = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{x}{12} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow x = 8$

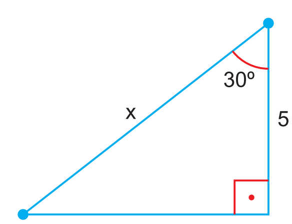
3) $\cos \alpha = 0{,}8 \Rightarrow \dfrac{x}{20} = 0{,}8 \Rightarrow x = 16$

4)



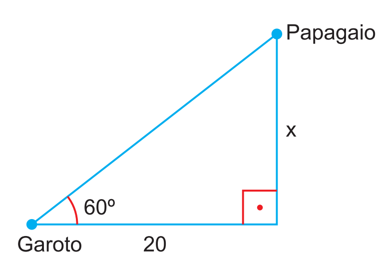
$\text{sen } 30° = \dfrac{3}{x} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{x} \Rightarrow x = 6$

5)



$\cos 30° = \dfrac{5}{x} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{5}{x} \Rightarrow x = \dfrac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

6)



$\text{tg } 60° = \dfrac{x}{20} \Rightarrow x = 20 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow x = 20 \cdot 1{,}73 \Rightarrow x \simeq 34{,}6$

Resposta: C

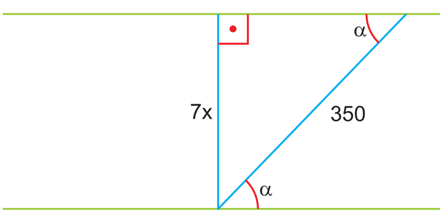
7) **Seja x, em metros, o comprimento da sombra do edifício:**

$\text{tg } 30° = \dfrac{80}{x} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{80}{x} \Rightarrow x = \dfrac{240}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 80 \cdot \sqrt{3} \simeq 80 \cdot 1{,}7 \simeq 136$

Resposta: A

8) **Seja x, em centímetros, a altura de cada degrau:**



I) $\cos \alpha = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \dfrac{3}{5}$

II) $\text{sen } \alpha = \dfrac{7x}{350} \Rightarrow \dfrac{7x}{350} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow x = 30$

Resposta: C

9) **Seja x, em metros, o comprimento do cabo.**

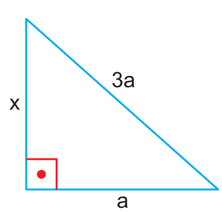
I) $\text{sen } 30° = \dfrac{120}{x} \Rightarrow 0{,}5 = \dfrac{120}{x} \Rightarrow x = 240$

II) $5\% \cdot 240 = 12$

III) $240 + 12 = 252$

Resposta: E

10)



I) **Pitágoras:** $(3a)^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 8a^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}a$, **logo o menor lado é a.**

II) **Seja α o ângulo oposto ao menor lado:**

$\cos \alpha = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3a} \Rightarrow \cos \alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

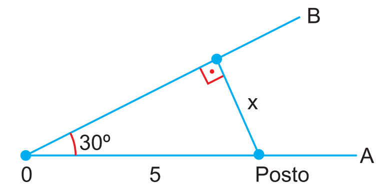
Resposta: B

11) I) $\text{tg } 60° = \dfrac{x}{y} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{x}{y} \Rightarrow x = \sqrt{3}y$

II) $\text{tg } 30° = \dfrac{x}{300} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{x}{300} \Rightarrow x = 100\sqrt{3}$

Então $100\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot y \Rightarrow y = 100$

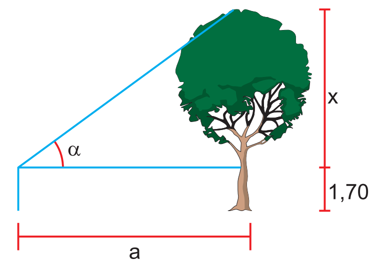
12)



$\text{sen } 30° = \dfrac{x}{5} \Rightarrow \dfrac{x}{5} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = 2{,}5$

Resposta: C

13)



I) $\text{tg } \alpha = \dfrac{x}{a} \Rightarrow x = a \cdot \text{tg } \alpha$

II) **A altura da árvore é** $1{,}70 + x = 1{,}70 + a \cdot \text{tg } \alpha$

FRENTE 3 – ÁLGEBRA E GEOMETRIA PLANA

■ Módulo 1 – Potenciação: Definição e Propriedades

1) $1^4 = 1$

2) $0^3 = 0$

3) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

4) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

5) $-5^3 = -(5 \cdot 5 \cdot 5) = -125$

6) $5^2 = 25$

7) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

8) $-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$

9) $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$

10) $(-5)^{-2} = \dfrac{1}{(-5)^2} = \dfrac{1}{25}$

11) $-5^{-2} = -\dfrac{1}{5^2} = \dfrac{-1}{25}$

12) $5^0 = 1$

13) $(-5)^0 = 1$

14) $-5^0 = -(5^0) = -1$

15) $(-1)^0 + (-6) : (-2) - 2^4 = 1 - 6 : (-2) - 16 = 1 + 3 - 16 = -12$

Resposta: B

16) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{9}{4} + \left(\dfrac{2}{1}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{9}{4} + \dfrac{10}{1} = \dfrac{49}{4}$

Resposta: E

17) $\dfrac{3^{-1} + 5^{-1}}{2^{-1}} = \dfrac{\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5}}{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{\dfrac{5+3}{15}}{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{8}{15} \cdot \dfrac{2}{1} = \dfrac{16}{15}$

Resposta: D

18) $\dfrac{(-5)^2 - 3^2 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^0}{3^{-2} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{25 - 9 + 1}{\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{17}{\dfrac{73}{90}} =$

$= \dfrac{17 \cdot 90}{73} = \dfrac{1530}{73}$

Resposta: C

19) $\dfrac{2^{100}}{2^1} = 2^{100-1} = 2^{99}$

Resposta: C

20) número de pessoas = $6 \cdot 6 \cdot 6 + 1 = 6^3 + 1 = 217$

Resposta: A

21) I) $x = (2^2)^3 = 2^6$

II) $y = 2^{2^3} = 2^{2.2.2} = 2^8$

III) $z = 2^{3^2} = 2^{3.3} = 2^9$

IV) $x \cdot y \cdot z = 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^9 = 2^{6+8+9} = 2^{23} = 2^n \Leftrightarrow n = 23$

22) $\dfrac{(5{,}2)^4 \cdot (10{,}3)^3}{(9{,}9)^2} \cong \dfrac{5^4 \cdot 10^3}{10^2} \cong 5^4 \cdot 10 \cong 6250$

Resposta: E

23) I) 1 caracter = 8 bits = 1 byte

II) 1 Kb = 2^{10} bytes

III) 1 Mb = 2^{10} Kb

IV) 1 Gb = 2^{10} Mb

V) n = 160 Gb = $160 \cdot 2^{10}$ Mb = $160 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ Kb =

= $160 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ bytes = $160 \cdot 2^{30}$ caracteres

Resposta: B

24) a) $a = 3^3 = 27$

$b = (-2)^3 = -8$

$c = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

$d = (-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = \dfrac{-1}{8}$

b) ordem crescente: $b < d < c < a$

25) I) $M_{sol} = 1{,}98 \cdot 10^{30}$ kg $= 19{,}8 \cdot 10^{29}$ kg

II) $M_{gli} = \dfrac{1}{3} M_{sol} = \dfrac{19{,}8 \cdot 10^{29}}{3}$ kg =

$= 6{,}6 \cdot 10^{29}$ kg $= \dfrac{6{,}6 \cdot 10^{29}}{10^3}$ t $= 6{,}6 \cdot 10^{26}$ t

Resposta: D

26) $(0{,}2)^3 + (0{,}16)^2 = \underbrace{0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2}_{0{,}008} + \underbrace{0{,}16 \cdot 0{,}16}_{0{,}0256} = 0{,}0336$

Resposta: B

27) a) *Verdadeira*: $x^2 = 4 \Rightarrow (x^2)^3 = (4)^3 \Rightarrow x^6 = 64$

b) *Falsa*: $x^6 = 64 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[6]{64} = \pm \sqrt[6]{2^6} = \pm 2$

c) *Verdadeira*: $(2^2)^3 < 2^{2^3} \Rightarrow 2^6 < 2^8$

d) *Verdadeira*: $10^x = 0{,}2 \Rightarrow (10^x)^2 = (0{,}2)^2 \Rightarrow 10^{2x} = 0{,}04$

e) *Verdadeira*: $2^{n+2} + 2^n = 2^n \cdot 2^2 + 2^n = 2^n(2^2 + 1) = 5 \cdot 2^n$

Resposta: B

28) $\dfrac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}} = \dfrac{2^n \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^n \cdot 2^3} =$

$= \dfrac{2^n(2^4 - 2)}{2^n \cdot 2^4} = \dfrac{16 - 2}{16} = \dfrac{7}{8}$

Resposta: B

29) $5^{3a} = 64 \Rightarrow (5^a)^3 = (4)^3 \Leftrightarrow 5^a = 4^1 \Leftrightarrow 5^{-a} = 4^{-1} = \dfrac{1}{4}$

Resposta: E

30) $10^{2x} = 25 \Rightarrow (10^x)^2 = (5)^2 \Leftrightarrow 10^x = 5 \Leftrightarrow 10^{-x} = 5^{-1} = \dfrac{1}{5}$

Resposta: B

31) $7^{5y} = 243 \Rightarrow (7^y)^5 = (3)^5 \Leftrightarrow 7^y = 3 \Leftrightarrow 7^{-y} = 3^{-1} = \dfrac{1}{3}$

Resposta: A

32) $2^{31} \cdot 5^{26} = 2^5 \cdot 2^{26} \cdot 5^{26} = 32 \cdot (2 \cdot 5)^{26} = \underbrace{32 \cdot 10^{26}}_{\text{28 algarismos}}$

Resposta: C

33) $6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 = 6 \cdot 6^6 = 6^7$

Resposta: B

■ Módulo 2 – Radiciação: Definição e Propriedades

1) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

2) $-\sqrt{81} = -\sqrt{9^2} = -9$

3) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

4) $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

5) $\sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt[3]{6 + \sqrt{4}}}} = \sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt[3]{6 + 2}}} =$

$= \sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt[3]{8}}} = \sqrt{8 + \sqrt{14 + 2}} = \sqrt{8 + \sqrt{16}} =$

$= \sqrt{8 + 4} = \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Resposta: A

6) $\sqrt{2352} = \sqrt{2^4.3^1.7^2} = 2^2.7^1.\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$

Resposta: C

7) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2\ .\ 2^2} - \sqrt{2\ .\ 3^2} + 2\sqrt{2} =$

$= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

Resposta: A

8) $\sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{2\ .\ 3^2} + \sqrt{2\ .\ 5^2} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Resposta: C

9) I) $7^3 = 343$

II) $8^3 = 512$

III) $343 < 389 < 512 \Rightarrow \sqrt[3]{343} < \sqrt[3]{389} < \sqrt[3]{512} \Rightarrow 7 < \sqrt[3]{389} < 8$

Resposta: B

10) I) $A = \sqrt{3}\ .\ \sqrt{13} = \sqrt{3.13} = \sqrt{39}$

II) $6^2 = 36$

III) $7^2 = 49$

IV) $36 < 39 < 49 \Rightarrow \sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49} \Rightarrow 6 < A < 7$

Resposta: A

11) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{3 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = \sqrt[3]{7 + \sqrt{3 - \sqrt{1 + 3}}} =$

$= \sqrt[3]{7 + \sqrt{3 - 2}} = \sqrt[3]{7 + 1} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

Resposta: D

12) $\sqrt[3]{\dfrac{2^{28} + 2^{30}}{10}} = \sqrt[3]{\dfrac{1\ .\ 2^{28} + 2^2\ .\ 2^{28}}{10}} = \sqrt[3]{\dfrac{5\ .\ 2^{28}}{10}} =$

$= \sqrt[3]{\dfrac{2^{28}}{2}} = \sqrt[3]{2^{27}} = \sqrt[3]{(2^9)^3} = 2^9$

Resposta: D

■ Módulo 3 – Radiciação: Potência de Expoente Racional e Racionalização de Denominadores

1) $2\sqrt{2\sqrt[3]{2}} = 2\sqrt{\sqrt[3]{2\ .\ 2^3}} = 2\sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6]{2^4.2^6} =$

$= \sqrt[6]{2^{10}} = \sqrt[2.3]{2^{2\ .\ 5}} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{32}$

2) $a.\sqrt{a^{-1}\sqrt{a^{-1}\sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{a^{-1}.a^2\sqrt{a^{-1}\sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{a\sqrt{a^{-1}.\sqrt{a^{-1}}}} =$

$= \sqrt{\sqrt{a^{-1}.\ a^2\sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{\sqrt{a\ .\sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a^{-1}.a^2}}} =$

$= \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}} = \sqrt[8]{a}$

Resposta: D

3) $\begin{cases} y = 16 \\ x = 1{,}25 \end{cases} \Rightarrow y^x = 16^{1{,}25} = (2^4)^{1{,}25} = 2^5 = 32$

Resposta: D

4) $\dfrac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} + \dfrac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = \dfrac{(\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3} - 1)\ .\ (\sqrt{3} + 1)} =$

$= \dfrac{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \dfrac{8}{2} = 4$

Resposta: B

5) $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}\ .\ \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6} + 3}{3}$

Resposta: D

6) $\dfrac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\ .\ \dfrac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \dfrac{2\sqrt{2} + 2 - 2 - \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

Resposta: A

■ Módulo 4 – Fatoração: Definição e Casos Típicos

1) $12a^3b^2 - 30a^2b^3 = 6a^2b^2(2a - 5b)$

2) $6ab + 4b^3 + 15a^3 + 10a^2b^2 =$

$= 2b(3a + 2b^2) + 5a^2(3a + 2b^2) = (3a + 2b^2)\ .\ (2b + 5a^2)$

3) $ab + a + b + 1 = a(b + 1) + 1(b + 1) = (b + 1)\ .\ (a + 1)$

4) $ab + a - b - 1 = a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)\ .\ (a - 1)$

5) $xy + 3x + 4y + 12 = x(y + 3) + 4(y + 3) = (y + 3)\ .\ (x + 4)$

6) $\dfrac{ab + a + b + 1}{ab - a + b - 1} = \dfrac{a(b + 1) + 1(b + 1)}{a(b - 1) + 1(b - 1)} =$

$= \dfrac{(b + 1)\ .\ (a + 1)}{(b - 1)\ .\ (a + 1)} = \dfrac{b + 1}{b - 1}$

7) $a^2 - 25 = a^2 - 5^2 = (a + 5)\ .\ (a - 5)$

8) $x^2 - 1 = (x + 1)\ .\ (x - 1)$

9) $144 - 81a^2b^2 = 9\ .\ (16 - 9a^2b^2) = 9\ .\ (4 + 3ab)\ .\ (4 - 3ab)$

10) $x^4 - 1 = (x^2)^2 - (1)^2 = (x^2 + 1)\ .\ (x^2 - 1) = (x^2 + 1)\ .\ (x + 1)\ .\ (x - 1)$

11) $\left(1 - \dfrac{1}{3}\right).\left(1 + \dfrac{1}{3}\right).\left(1 + \dfrac{1}{9}\right).\left(1 + \dfrac{1}{81}\right).\left(1 + \dfrac{1}{6561}\right) =$

$= \left(1 - \dfrac{1}{9}\right).\left(1 + \dfrac{1}{9}\right).\left(1 + \dfrac{1}{81}\right).\left(1 + \dfrac{1}{6561}\right) =$

$$= \left(1 - \frac{1}{81}\right) . \left(1 + \frac{1}{81}\right) . \left(1 + \frac{1}{6561}\right) =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{6561}\right) . \left(1 + \frac{1}{6561}\right) = 1 - \left(\frac{1}{6561}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$$

Resposta: A

12) $934287^2 - 934286^2 = (934287 + 934286) . (934287 - 934286) =$
$= 1868573 . 1 = 1868573$

Resposta: A

13) Para $x = -0,1$ e $y = 0,001$, temos:

$$\frac{-x^2 + xy}{y} = \frac{-x(x - y)}{y} =$$

$$= \frac{0,1(-0,1 - 0,001)}{0,001} = \frac{0,1(-0,101)}{0,001} =$$

$$= -0,1 . \frac{0,101}{0,001} = \frac{-1}{10} . 101 = -10,1$$

14) Para $a = 0,1$ e $b = 0,2$, temos:

$$\frac{a^2b^2 - a^3b}{b^2 - a^2} = \frac{a^2b(b - a)}{(b + a)(b - a)} =$$

$$= \frac{a^2b}{a + b} = \frac{(0,1)^2 . 0,2}{0,1 + 0,2} = \frac{0,002}{0,3} = \frac{2 . 10^{-3}}{3 . 10^{-1}} =$$

$$= \frac{2}{3} . 10^{-2} = \frac{2}{3 . 100} = \frac{1}{3 . 50} = \frac{1}{150}$$

Resposta: B

15) Para $x = -0,1$ e $y = 0,01$, temos:

$$\frac{xy - x^2}{\sqrt{y}} = \frac{x(y - x)}{\sqrt{y}} = \frac{-0,1(0,01 + 0,1)}{\sqrt{0,01}} =$$

$$= \frac{-0,1 . 0,11}{\sqrt{\frac{1}{100}}} = \frac{-0,1 . 0,11}{0,1} = -0,11$$

Resposta: A

■ Módulo 5 – Fatoração – Casos Típicos (continuação)

1) $(2 + 3m)^2 = 2^2 + 2 . 2 . 3m + (3m)^2 = 4 + 12m + 9m^2$

2) $(a - 3)^2 = a^2 - 2 . a . 3 + (3)^2 = a^2 - 6a + 9$

3) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} . \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{15} + 3 =$
$= 8 + 2\sqrt{15}$

4) $a^2 + 4a + 4 = a^2 + 2 . 2 . a + 2 = (a + 2)^2$

5) $9a^2 + 30ab + 25b^2 = (3a)^2 + 2 . (3a) . (5b) + (5b)^2 = (3a + 5b)^2$

6) $1 - 18x^2 + 81x^4 = 1^2 + 2 . 1 . (-9x^2) + (-9x^2)^2 = (1 - 9x^2)^2$

7) $$\frac{a^3 + a^2b}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{a^2(a + b)}{(a + b)^2} = \frac{a^2}{(a + b)}$$

8) $$\frac{x^2 + xy}{xy - y^2} . \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 2xy} = \frac{x(x + y) . (x + y) . (x - y)}{y(x - y) . (x + y)^2} =$$

$$= \frac{x(x - y) . (x + y)^2}{y(x - y) . (x + y)^2} = \frac{x}{y}$$

Resposta: E

9) $$\frac{2x^2 + x + 3}{x^2 + 2x + 1} - \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{2x^2 + x + 3 - [(x + 2) . (x + 1)]}{(x + 1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 + x + 3 - x^2 - 3x - 2}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 1)^2} =$$

$$= \frac{(x - 1)^2}{(x + 1)^2} = \left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)^2$$

Resposta: A

10) $$\left(\frac{a + b}{a - b} - \frac{a - b}{a + b}\right) . \frac{a + b}{2ab} =$$

$$= \left(\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{(a - b) . (a + b)}\right) . \frac{a + b}{2ab} =$$

$$= \left(\frac{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{(a - b) . (a + b)}\right) . \frac{a + b}{2ab} =$$

$$= \frac{4ab}{(a - b) . (a + b)} . \frac{(a + b)}{2ab} = \frac{2}{a - b}$$

Resposta: B

11) $(\sqrt{12} + \sqrt{3} + 1)^2 = (2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1)^2 = (3\sqrt{3} + 1)^2 =$
$= (3\sqrt{3})^2 + 2 . 3\sqrt{3} + (1)^2 = 28 + 6\sqrt{3} = a + b\sqrt{3} \Leftrightarrow a = 28$ e $b = 6$

Resposta: E

12) I) $$M = a + \frac{b - a}{1 + ab} = \frac{a(1 + ab) + b - a}{(1 + ab)} =$$

$$= \frac{a^2b + b}{(1 + ab)} = \frac{b(a^2 + 1)}{(ab + 1)}$$

II) $$N = 1 - \frac{ab - a^2}{1 + ab} = \frac{1(1 + ab) - (ab - a^2)}{(1 + ab)} =$$

$$= \frac{1 + a^2}{1 + ab} = \frac{(a^2 + 1)}{(ab + 1)}$$

III) $$\frac{M}{N} = \frac{\frac{b(a^2 + 1)}{ab + 1}}{\frac{a^2 + 1}{ab + 1}} = \frac{b(a^2 + 1)}{a^2 + 1} = b$$

Resposta: B

13) $\dfrac{a+b}{a^2-ab} \cdot \dfrac{a^2b-ab^2}{a^2b-b^3} = \dfrac{(a+b)\,.\,ab(a-b)}{a(a-b)\,.\,b(a^2-b^2)} =$

$= \dfrac{(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{1}{(a-b)}$

Resposta: B

14) $y = \dfrac{2x^2}{x^2-1} - \dfrac{x}{x-1} = \dfrac{2x^2\,.\,(1) - x(x+1)}{(x+1)\,.\,(x-1)} =$

$= \dfrac{2x^2 - x^2 - x}{(x+1)\,.\,(x-1)} = \dfrac{x^2 - x}{(x+1)\,.\,(x-1)} =$

$= \dfrac{x(x-1)}{(x+1)\,.\,(x-1)} = \dfrac{x}{x+1}$

Resposta: E

15) $\dfrac{2x-1}{x-2} - \dfrac{3x+2}{x^2-4} = \dfrac{(2x-1).(x+2)-(3x+2)}{(x+2)\,.\,(x-2)} =$

$= \dfrac{2x^2+4x-4x-4}{(x+2)\,.\,(x-2)} = \dfrac{2x^2-4}{(x+2)\,.\,(x-2)} = \dfrac{2(x^2-2)}{x^2-4}$

Resposta: A

16) Para $x = 4$ e $y = \sqrt{3}$, temos:

$\dfrac{(x^4-y^4)\,.\,(x+y)^2}{(x^2+y^2)\,.\,(x^2+2xy+y^2)} =$

$= \dfrac{(x^2+y^2)\,.\,(x^2-y^2)\,.\,(x^2+2xy+y^2)}{(x^2+y^2)\,.\,(x^2+2xy+y^2)} = x^2 - y^2 =$

$= 4^2 - (\sqrt{3})^2 = 16 - 3 = 13$

17) Se $m + n + p = 6$, $mnp = 2$ e $mn + mp + np = 11$, então:
$(m+n+p)^2 = 6^2 \Leftrightarrow m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np) = 36 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow m^2 + n^2 + p^2 + 2\,.\,11 = 36 \Leftrightarrow m^2 + n^2 + p^2 = 14$

Portanto, $\dfrac{m^2+n^2+p^2}{mnp} = \dfrac{14}{2} = 7$

Resposta: B

18) $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = (a^2 - 2ab + b^2) - c^2 = (a-b)^2 - (c)^2 =$
$= [(a-b)+c]\,.\,[(a-b)-c] = (a-b+c)\,.\,(a-b-c)$

19) $(a+b+c)^2 = [(a+b)+c]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)\,.\,c + c^2 =$
$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

20) $x + \dfrac{1}{x} = b \Leftrightarrow \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 = b^2 \Leftrightarrow$

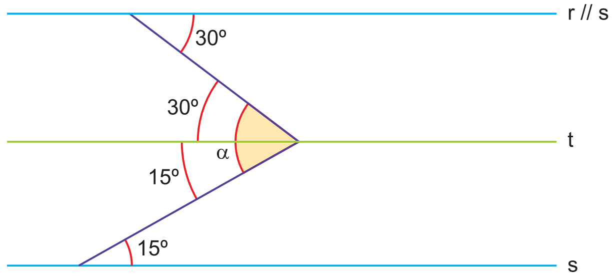
$\Leftrightarrow x^2 + \dfrac{1}{x^2} + 2\,.\,x\,.\,\dfrac{1}{x} = b^2 \Leftrightarrow x^2 + \dfrac{1}{x^2} = b^2 - 2$

■ Módulo 6 – Introdução ao Estudo da Geometria Plana

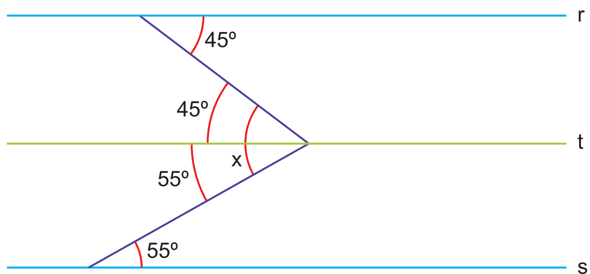
1) Como r // s, então A + B = 180° e, pelo enunciado, B = 3A, assim:
$A + B = 180° \Rightarrow A + 3A = 180° \Leftrightarrow 4A = 180° \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow A = \dfrac{180°}{4} = 45°$ e $B = 3A = 3\,.\,45° = 135°$
Logo, $B - A = 135° - 45° = 90°$
Resposta: A

2) $x - 25° + 2x + 40° = 180°$ (os ângulos são colaterais) $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x + 15° = 180° \Leftrightarrow 3x = 180° - 15° \Leftrightarrow 3x = 165° \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{165°}{3} \Leftrightarrow x = 55°$

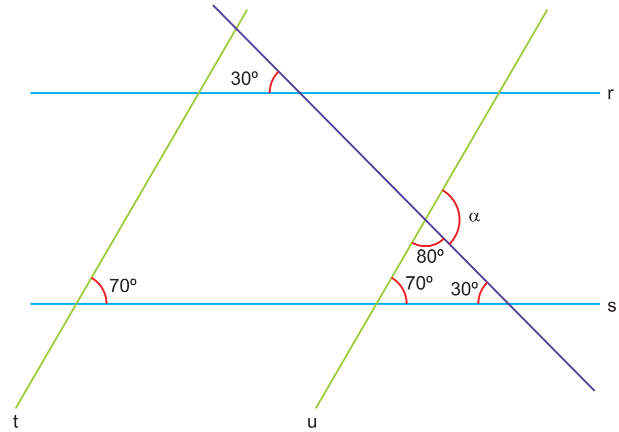
Resposta: A

3)


Traçando uma reta t, pelo vértice do ângulo α, paralela às retas r e s, tem-se: $\alpha = 15° + 30° \Leftrightarrow \alpha = 45°$
Resposta: D

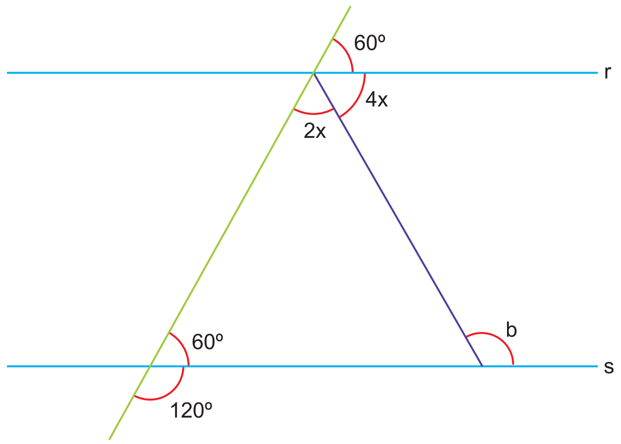
4)


Traçando uma reta t, pelo vértice do ângulo 3, paralela às retas r e s, e sendo x a medida do ângulo 3, tem-se:
$x = 45° + 55° = 100°$
Resposta: E

5)


$\alpha + 80° = 180° \Leftrightarrow \alpha = 180° - 80° \Leftrightarrow \alpha = 100°$
Resposta: A

6) **Conforme a figura:**



$2x + 4x + 60° = 180° \Leftrightarrow 6x = 180° - 60° \Leftrightarrow$

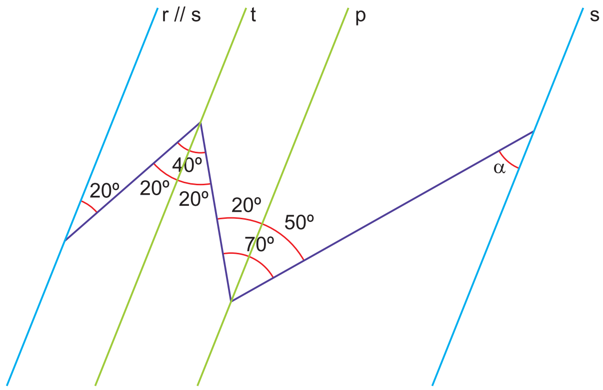
$\Leftrightarrow 6x = 120° \Leftrightarrow x = \dfrac{120°}{6} \Leftrightarrow x = 20°$

Pelo teorema do ângulo externo, no triângulo,

$b = 60° + 2x = 60° + 2 \cdot 20° = 60° + 40° = 100°$

Resposta: A

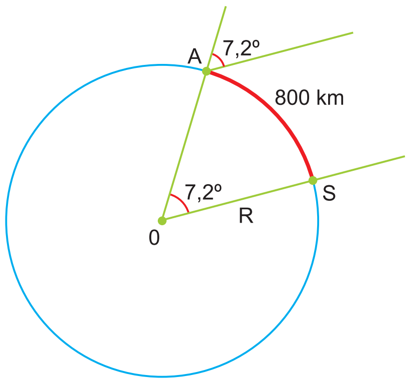
7) **Traçando as retas t e p, pelos vértices dos ângulos 40° e 70°, respectivamente, paralelas às retas r e s, tem-se:**



$\alpha = 50°$

Resposta: D

8)



ângulo central	comprimento do arco
7,2°	800 km
360°	C

Como as grandezas são diretamente proporcionais, tem-se:

$$\frac{7{,}2°}{360°} = \frac{800\text{ km}}{C} \Leftrightarrow \frac{1}{50} = \frac{800\text{ km}}{C} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow C = 50 \cdot 800\text{ km} = 40\,000\text{ km}$

Resposta: 40 000 km