Atividade Complementar 2 – Programação Matemática

Matheus Santos Araújo
Jonas Roberto Magalhães Araújo

1) *Descreva formalmente o problema, elabore o modelo, monte uma instância e resolva usando o LINGO:*

A.
Resposta:

Descrição formal:

Dado um conjunto de **n** objetos com valores positivos **Pj**, pesos **Wj** e uma mochila com **m** compartimentos de capacidade inteira e positiva **Ci**, determine um vetor **(X1, X2, …, Xn)** que encontre:

$$\textbf{MAX} \sum_{j=1}^{n} Pj*Xj$$

Sujeito a:

$$\text{MAX} \sum_{j=1}^{n} WjXj \leq Ci, \; i = 1, \ldots, m$$

$$Xj \in (0, 1), \; j = 1, \ldots, n$$

<u>*Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.*</u>

B.
Resposta:

Descrição formal:

Dado um conjunto de arestas em um grafo com seus pesos **CijXij** com **m (**I = {1,…, i,…, m}) produtores e **n** (J = {1,…, j,…, n}) consumidores os quais só podem consumir de 1 produtor, **Cij** o custo, demanda **rj** e capacidade **bi** determine um vetor **(X1, X2, …, Xn)** que encontre:

$$\textbf{MIN} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} Cij*Xij$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} rj*Xij \leq bi \qquad \forall i \in I = 1, \ldots, m$$

$$\sum_{i \in I} Xij = 1 \qquad \forall j \in J = 1, \ldots, n$$

$$Xij \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.

C.

Resposta:

Descrição formal:

Tome **F** o conjunto de comidas **F** e **N** o conjunto de nutrientes, *aij* o total de nutrientes *j no* alimentos *i tal que* $\forall i \in F$, $\forall j \in N$, *Ci* = custo por produto da comida *i*, $\forall i \in F$ e *Gi* = váriavel booleana que define o vetor de gostos ou o gosto ou não para cada comida *i* $\forall i \in F$. Para os nutrientes $j \in N$, pelo menos atender ao nível mínimo exigido (*Nminj*) com Aij a quantidade de nutriente j na comida i, determine um vetor **(X1, X2, …, Xn)** que encontre:

$$\textbf{MIN} \sum_{i \in F} Ci*Xi*Gi$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in F} Aij*Xi*Gi \geq Nminj, \forall j \in N$$

$$Gi \in \{0, 1\}, \forall i \in F$$

Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.

D.

Resposta:

Descrição formal:

Dado um conjunto **T = {T1,. . . , Tn}** de **n** comerciais indivisíveis em **m** recipientes. Para cada recipiente (break da TV) **j** ∈ **{1,. . . , m}** de tamanho máximo **Tmax** introduzimos uma variável binária **Yj** que definimos como 1 se o recipiente j for usado no empacotamento e 0 caso contrário. Para cada comercial **i** ∈ **{1,. . . , n}** e cada recipiente **j** introduzimos uma variável binária **Xij** que definimos como 1 se o comercial **i** for compactado em **j**, e 0 caso contrário. O modelo completo para minimizar o número de recipientes é:

$$\textbf{MIN} \sum_{j=1}^{m} Yj$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{m} Xij = 1 \ \forall i \in \{1, . . . , n\}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Ti*Xij \leq Tmax \text{ de } Yj , \ \forall j \in \{1, . . . , m\}$$

$$Xij \in \{0, 1\}, Yi \in \{0, 1\}$$

Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.

2) *Elabore um modelo, resolva e interprete a solução dos seguintes problemas a seguir:*

A.
Resposta:

Dados

X11 = área da fazenda 1 para milho
X12 = área da fazenda 1 para arroz
X13 = área da fazenda 1 para feijão

X21 = área da fazenda 2 para milho
X22 = área da fazenda 2 para arroz
X23 = área da fazenda 2 para feijão

X31 = área da fazenda 3 para milho
X32 = área da fazenda 3 para arroz
X33 = área da fazenda 3 para feijão

PTOTAL1 = Proporção de área total da fazenda 1.
PTOTAL2 = Proporção de área total da fazenda 2..
PTOTAL3 = Proporção de área total da fazenda 3.

Modelo

MAX 54*((X11 + X21 + X31)/2,5) + 69*((X12 + X22 + X32)/2) + 95*((X13 + X23 + X33)/7,5)

sujeito a:

Fazenda 1: X11 + X12 + X13 ≥ 725 (Restrição de área mínima)
Fazenda 2: X21 + X22 + X23 ≥ 350 (Restrição de área mínima)
Fazenda 3: X31 + X32 + X33 ≥ 365 (Restrição de área mínima)

Fazenda 1: (X11 +X12 +X13)/725 = PTOTAL1 (Proporção total 1)
Fazenda 2: (X21 +X22 +X23)/350 = PTOTAL2 (Proporção total 2)
Fazenda 3: (X31 +X32 +X33)/365 = PTOTAL3 (Proporção total 3)

PTOTAL1 = PTOTAL2 = PTOTAL3 (Proporções iguais)

Fazenda 1: 2,5*X11 + 2*X12 + 7,5*X13 ≤ 850 (Restrição de água)
Fazenda 2: 2, 5*X21 + 2*X22 +7,5*X23 ≤ 430 (Restrição de água)
Fazenda 3: 2,5*X31 + 2*X32 + 7,5*X33 ≤ 670 (Restrição de água)

Feijão: ((X11 + X21 + X31)/2,5) ≥ 2650 (Restrição de quilos)
Arroz: ((X21 + X22 + X32)/2) ≥ 2500 (Restrição de quilos)
Milho: ((X13 + X23 + X33)/7,5) ≥ 3150 (Restrição de quilos)

Xij ≥ 0, ∀i, j ∈ {1, 2, 3} (não negatividade)

Modelo no Lingo e AMPL disponível em anexo a entrega no classroom.

B.
Resposta:

Dados

x = Conjunto de disjuntores de 25A;
y = Conjunto de disjuntores de 50A.

Modelo

$$\textbf{MAX}\ F(x, y) = 28 - 0.75x + 36 - 0.28y - 1,45x^3y^2 + 1,25x - y$$

Segundo resultados do LINGO e AMPL para um limite de teste suficientemente grande (de até 100000) disjuntores fabricados temos que:

Quantidade de disjuntores do tipo 25A = 100000;
Quantidade disjuntores do 11 tipo 50A = 0.
Assim o modelo converge para uma solução com apenas disjuntores do tipo 25A tendendo ao infinito nos naturais e nenhum de 50A.
Lucro maximizado = 50064.

Caso não seja definido limite superior temos o valor máximo definido pelo solver:

Lucro máximo = 5e+29 no lingo.
Quantidade disjuntores 25A = 0.1E+31 no lingo.
Quantidade disjuntores 50A = 0 no lingo.

Lucro máximo = 5e+11 no AMPL.
Quantidade disjuntores 25A = 1E+12 no AMPL.
Quantidade disjuntores 50A = 0 no AMPL.

Modelo no Lingo e AMPL disponível em anexo a entrega no classroom.

C.
Resposta:

Dados

$M_m \in \{0,1\}$ $m \in D$, $j_m \in J_m$ Motorista m esta alocado ou não

$IAJT_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Inicio Antes da Jornada de Trabalho do Motorista m na Jornada j_m
$IPTA1_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Inicio Parcial do Trabalho Ativo 1 do Motorista m na Jornada j_m

$FPTA1_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Final Parcial do Trabalho Ativo 1 do Motorista m na Jornada j_m

$FFT_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Final da Folga do Motorista m na Jornada j_m

$IPTA2_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Inicio Parcial do Trabalho Ativo 2 do Motorista m na Jornada j_m

$FPTA2_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Final Parcial do Trabalho Ativo 2 do Motorista m na Jornada j_m

$FJT_{m,\,jm} \in \mathbb{N}$, $m \in D$, $j_m \in J_m$ Final da Jornada de Trabalho do Motorista m na Jornada j_m

Conjuntos:
D={1, 2,…, QMM}
S={ 1, 2 ,…, 70}
K= {1, 2}
J_m ={1, 2, …, QJ_m } onde , QJm = $\lceil (S - IAJT_{m,1}) / (TJT + FEJ) \rceil$ Quantidade de Jornadas do Motorista m calculada pela função Teto, $m \in D$.

Constantes:

FDJ = 15	Folga Dentro da Jornada de Trabalho
FMAJT= 15	Folga Máxima Antes da Jornada de Trabalho
TJT = 450	Tempo de Jornada de Trabalho
FEJ= 660	Folga Entre Jornadas
FS= 1440	Folga Semanal
S= 10080	Tempo de uma Semana

Obs.: Unidade de tempo usada no modelo: **minuto**
QMM = 35 Quantidade máxima de motoristas disponíveis.(numero obtido no caso onde cada turno usaria motoristas diferentes dos usados nos turnos anteriores no dia da semana com mais demanda de ônibus).
QO_t Quantidades de Ônibus por Turno.

Modelo

$$MIN \sum_{m=1}^{QMM} M_m$$

Sujeito a:

$IAJT_{m,1} \leq S$

$IAJT_{m,\,jm} \leq FJT_{m,\,jm-1} + FEJ$ $j_m \in J_m - \{1\}$, $m \in D$
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$IAJT_{m,\,jm} \leq IPTA1_{m,\,jm} \leq IAJT_{m,\,jm} + FMAJT$ $j_m \in J_m$, $m \in D$
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$FJT_{m,\,jm} = IPTA1_{m,\,jm} + TJT$ $j_m \in J_m$, $m \in D$
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$IPTA1_{m, jm} \leq FPTA1_{m, jm} \leq FJT_{m, jm} - FDJ$ $\quad j_m \in J_m$, m ∈ D
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$FFT_{m, jm} = FPTA1_{m, jm} + FDJ$ $\quad j_m \in J_m$, m ∈ D
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$FFT_{m, jm} \leq IPTA2_{m, jm} \leq FPTA2_{m, jm}$ $\quad j_m \in J_m$, m ∈ D
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$IPTA2_{m, jm} \leq FPTA2_{m, jm} \leq FJT_{m, jm}$ $\quad j_m \in J_m$, m ∈ D
Obs.: onde tiver jm deve-se ver j_m

$TA_{m,t} = \sum_{j \in J_m} f(T_{t,2} - IPTA1_{m,j}) - f(T_{t,2} - FPTA1_{m,j}) + f(T_{t,2} - IPTA2_{m,j}) - f(T_{t,2} - FPTA2_{m,j})$
$- \sum_{j \in J_m} f(T_{t,1} - IPTA1_{m,j}) - f(T_{t,1} - FPTA1_{m,j}) + f(T_{t,1} - IPTA2_{m,j}) - f(T_{t,1} - FPTA2_{m,j})$ tempo ativo do motorista m no turno t, m ∈ D,t ∈ S

$\sum_{m=1}^{QMM} M_m TA_{m,t} = QO_t (T_{t,2} - T_{t,1})$ A soma dos tempos ativos dos motoristas no turno t deve ser igual a quantidade de ônibus que devem “rodar” no turno t multiplicado pela diferença entre o tempo final e inicial do turno t, t ∈ S.

$QO_1 = 3$, $QO_{11} = 3$, $QO_{21} = 3$, $QO_{31} = 3$, $QO_{41} = 3$, $QO_{51} = 2$, $QO_{61} = 1$
$QO_2 = 5$, $QO_{12} = 5$, $QO_{22} = 5$, $QO_{32} = 5$, $QO_{42} = 5$, $QO_{52} = 5$, $QO_{62} = 2$
$QO_3 = 4$, $QO_{13} = 4$, $QO_{23} = 4$, $QO_{33} = 4$, $QO_{43} = 4$, $QO_{53} = 3$, $QO_{63} = 1$
$QO_4 = 3$, $QO_{14} = 3$, $QO_{24} = 3$, $QO_{34} = 3$, $QO_{44} = 3$, $QO_{54} = 3$, $QO_{64} = 2$
$QO_5 = 5$, $QO_{15} = 5$, $QO_{25} = 5$, $QO_{35} = 5$, $QO_{45} = 5$, $QO_{55} = 5$, $QO_{65} = 3$
$QO_6 = 3$, $QO_{16} = 3$, $QO_{26} = 3$, $QO_{36} = 3$, $QO_{46} = 3$, $QO_{56} = 3$, $QO_{66} = 2$
$QO_7 = 5$, $QO_{17} = 5$, $QO_{27} = 5$, $QO_{37} = 5$, $QO_{47} = 5$, $QO_{57} = 4$, $QO_{67} = 2$
$QO_8 = 3$, $QO_{18} = 3$, $QO_{28} = 3$, $QO_{38} = 3$, $QO_{48} = 3$, $QO_{58} = 3$, $QO_{68} = 3$
$QO_9 = 2$, $QO_{19} = 2$, $QO_{29} = 2$, $QO_{39} = 2$, $QO_{49} = 2$, $QO_{59} = 3$, $QO_{69} = 1$
$QO_{10} = 2$, $QO_{20} = 2$, $QO_{30} = 2$, $QO_{40} = 2$, $QO_{50} = 2$, $QO_{60} = 3$, $QO_{70} = 1$
$T_{t,n}$ Turnos expressos com o inicio e fim de cada turno t ∈ S, n ∈ K.

$T_{1,1} = 0$, $T_{11,1} = 1440$, $T_{21,1} = 2880$, $T_{31,1} = 4320$, $T_{41,1} = 5760$, $T_{51,1} = 7200$, $T_{61,1} = 8640$
$T_{1,2} = 240$, $T_{11,2} = 1680$, $T_{21,2} = 3120$, $T_{31,2} = 4560$, $T_{41,2} = 6000$, $T_{51,2} = 7440$, $T_{61,2} = 8880$
$T_{2,1} = 240$, $T_{12,1} = 1680$, $T_{22,1} = 3120$, $T_{32,1} = 4560$, $T_{42,1} = 6000$, $T_{52,1} = 7440$, $T_{62,1} = 8880$
$T_{2,2} = 360$, $T_{12,2} = 1800$, $T_{22,2} = 3240$, $T_{32,2} = 4680$, $T_{42,2} = 6120$, $T_{52,2} = 7560$, $T_{62,2} = 9000$
$T_{3,1} = 360$, $T_{13,1} = 1800$, $T_{23,1} = 3240$, $T_{33,1} = 4680$, $T_{43,1} = 6120$, $T_{53,1} = 7560$, $T_{63,1} = 9000$
$T_{3,2} = 420$, $T_{13,2} = 1860$, $T_{23,2} = 3300$, $T_{33,2} = 4740$, $T_{43,2} = 6180$, $T_{53,2} = 7620$, $T_{63,2} = 9060$
$T_{4,1} = 420$, $T_{14,1} = 1860$, $T_{24,1} = 3300$, $T_{34,1} = 4740$, $T_{44,1} = 6180$, $T_{54,1} = 7620$, $T_{64,1} = 9060$
$T_{4,2} = 540$, $T_{14,2} = 1980$, $T_{24,2} = 3420$, $T_{34,2} = 4860$, $T_{44,2} = 6300$, $T_{54,2} = 7740$, $T_{64,2} = 9180$
$T_{5,1} = 540$, $T_{15,1} = 1980$, $T_{25,1} = 3420$, $T_{35,1} = 4860$, $T_{45,1} = 6300$, $T_{55,1} = 7740$, $T_{65,1} = 9180$

$T_{5,2}$ = 720, $T_{15,2}$= 2160, $T_{25,2}$= 3600, $T_{35,2}$= 5040, $T_{45,2}$= 6480, $T_{55,2}$= 7920, $T_{65,2}$= 9360
$T_{6,1}$ = 720, $T_{16,1}$= 2160, $T_{26,1}$= 3600, $T_{36,1}$= 5040, $T_{46,1}$= 6480, $T_{56,1}$= 7920, $T_{66,1}$= 9360
$T_{6,2}$ = 900, $T_{16,2}$= 2340, $T_{26,2}$= 3780, $T_{36,2}$= 5220, $T_{46,2}$= 6660, $T_{56,2}$= 8100, $T_{66,2}$= 9540
$T_{7,1}$ = 900, $T_{17,1}$= 2340, $T_{27,1}$= 3780, $T_{37,1}$= 5220, $T_{47,1}$= 6660, $T_{57,1}$= 8100, $T_{67,1}$= 9540
$T_{7,2}$ = 1080,$T_{17,2}$= 2520, $T_{27,2}$= 3960, $T_{37,2}$= 5400, $T_{47,2}$= 6840, $T_{57,2}$= 8280, $T_{67,2}$= 9720
$T_{8,1}$ = 1080,$T_{18,1}$= 2520, $T_{28,1}$= 3960, $T_{38,1}$= 5400, $T_{48,1}$= 6840, $T_{58,1}$= 8280, $T_{68,1}$= 9720
$T_{8,2}$ = 1140,$T_{18,2}$= 2580, $T_{28,2}$= 4020, $T_{38,2}$= 5460,$T_{48,2}$= 6900, $T_{58,2}$= 8340, $T_{68,2}$= 9780
$T_{9,1}$ = 1140,$T_{19,1}$= 2580, $T_{29,1}$= 4020, $T_{39,1}$= 5460, $T_{49,1}$= 6900, $T_{59,1}$= 8340, $T_{69,1}$= 9780
$T_{9,2}$ = 1260,$T_{19,2}$= 2700, $T_{29,2}$= 4140, $T_{39,2}$= 5580, $T_{49,2}$= 7020, $T_{59,2}$= 8460, $T_{69,2}$= 9900
$T_{10,1}$=1260,$T_{20,1}$= 2700, $T_{30,1}$= 4140, $T_{40,1}$= 5580, $T_{50,1}$= 7020, $T_{60,1}$= 8460, $T_{70,1}$= 9900
$T_{10,2}$=1440,$T_{20,2}$= 2880, $T_{30,2}$= 4320, $T_{40,2}$= 5760, $T_{50,2}$= 7200, $T_{60,2}$= 8640, $T_{70,2}$= 10080

$$f(x)= \begin{cases} 0, \text{ se } x < 0 \\ x, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$$

$\lceil X \rceil$ = Menor inteiro Maior que X (função Teto).

D.
<u>Dados:</u>

Xj = variável de decisão, 1 se a rota j for selecionada, 0 caso contrário.
Cj = o custo associado à rota j.
Tipoj = tipo associado a rota j (6 tipos - ida e volta saindo de BH, CA ou CR pelas 2 opções cada).
Ω = o conjunto de rotas possíveis.
Tj = tempo associado a rota j.
TMAX = tempo máximo da tripulação antes de trocar (cada rota j tem 1 tripulação).

<u>Modelo:</u>

$$\textbf{MIN} \sum_{j \in \Omega} Cj*Xj$$

Sujeito a:

$$Tj*Xj \leq TMAX, \ \forall j \in \Omega$$

$$\sum_{j \in \Omega} Xj = 1, \ \forall j \text{ de mesmo Tipoj}$$

$$Xj \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \Omega$$

<u>*Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.*</u>

E1.
Resposta:
<u>Dados</u>

X_{ij} = Fluxo (aresta) entre os nós i e j.
X_{14} = Produção diária da refinaria 1
$X_{24} + X_{25} + X_{26}$ = Produção diária da refinaria 2
X_{35} = Produção diária da refinaria 3.
$X_{47} + X_{67}$ = Demanda terminal 1
$X_{58} + X_{68}$ = Demanda terminal 2.

<u>Modelo</u>

$$\textbf{MAX } X_{47} + X_{67} + X_{58} + X_{68}$$

sujeito a:

$$X_{14} + X_{24} - X_{47} - X_{45} - X_{46} = 0$$
$$X_{25} + X_{45} - X_{35} - X_{36} - X_{58} = 0$$
$$X_{46} + X_{26} - X_{56} - X_{67} - X_{68} = 0$$
$$X_{14} \leq 21$$
$$X_{24} \leq 12$$
$$X_{25} \leq 23$$
$$X_{26} \leq 17$$
$$X_{35} \leq 13$$
$$X_{45} \leq 25$$
$$X_{46} \leq 19$$
$$X_{47} \leq 17$$
$$X_{56} \leq 31$$
$$X_{58} \leq 47$$
$$X_{67} \leq 38$$
$$X_{68} \leq 27$$

$$X_{ij} \geq 0, \forall i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Refinaria 1

Produção = X_{14}

Produção = 39 milhões de barris por dia.

Refinaria 2

Produção = $X_{24} + X_{25} + X_{26}$

Produção = 52 milhões de barris por dia.

Refinaria 3

Produção = X_{35}

Produção = 13 milhões de barris por dia.

<u>*Modelo no AMPL disponível em anexo a entrega no classroom.*</u>

E2.
Resposta:

Terminal 1

Demanda = X67 + X47

Demanda = 39 milhões de barris por dia.

Terminal 2

Demanda = X68 + X58

Demanda = 47 milhões de barris por dia.

Modelo no AMPL disponível em anexo a entrega no classroom.

3) A cada 4 anos a editora Atlas revisa seus livros textos. Passaram 3 anos desde que seu melhor livro em vendas foi revisado. Atualmente 2000 cópias do livro estão em estoque, e a Editora Campus deve determinar quantas cópias do livro deveriam ser impressas para o próximo ano. O departamento de vendas acredita que durante o próximo ano a tabela 2 expressa como será o comportamento das vendas. Cada cópia do livro vendida trará para a Editora R$ 35,00 de lucro. Qualquer cópia deixada para o final do ano não poderá ser vendida no seu preço cheio, mas poderá ser vendida a um revendedor a R$ 5,00. O custo de imprimir o livro é de R$ 50mil (fixo) mais R$ 15,00 por livro impresso. Quantas cópias do livro devem ser impressas? Haverá alguma mudança se no estoque houvesse 4000 cópias? (Resolva usando o LINGO – prepare o modelo algébrico e mostre a descrição desta instância no modelo).

Livros vendidos	Probabilidade
5 mil	.35
8 mil	.25
7 mil	.28
8 mil	.22

Resposta:

Dados

Estoque atual: 2000 ou 4000.
C = Número de cópias impressas.
lucro = R$ 35 p/ livro vendido.
lucroF = R$ 5 p/ livro vendido no final do ano.
V =Número total de livros vendidos dada a probabilidade *p(vendidos)* da tabela resultando em 5000, 8000, 7000 ou 8000.
Vf = Livros vendidos, porém no final do ano.

Modelo:

$$\textbf{MAX}\ (V - Vf)*lucro + Vf*lucrof - 50000 + 15*(2000 + C)$$

Sujeito a:

$$C \geq V - 2000$$

Resultados:

p(vendidos) = 0.25 resultando V = 6000
C = 4000 (Com estoque de 4000, C = 2000)
p(vendidos) = 0.25 resultando V = 5000
C = 3000 (Com estoque de 4000, C = 1000)
p(vendidos) = 0.28 resultando V= 7000
C = 4000 (Com estoque de 4000, C = 0)
p(vendidos) = 0.22 resultando V = 8000
C = 6000 (Com estoque de 4000, C = 4000)

Modelo no Lingo disponível em anexo a entrega no classroom.

4) *O preço da passagem de avião do Rio de Janeiro para São Paulo é de R\$ 283,00. Cada avião neste trecho tem a capacidade de 120 passageiros. Normalmente alguns passageiros que compraram passagens para um voo não pegam o seu voo ('no-show'). Para se proteger contra o 'no-show' a companhia aérea tentará vender mais que 120 passagens por voo. As leis brasileiras de aviação indicam que qualquer consumidor que estiver incapacitado de embarcar deverá ter seu dinheiro de volta com 90\% do valor da passagem. Dados do passado indicam que o número de 'no-shows' para cada voo obedece a uma distribuição normal com a média de 93 passageiros e desvio padrão de 4. Para maximizar os lucros esperados menos os custos de compensação, quantos bilhetes de passagem devem ser vendidos pela companhia aérea para cada voo? Admita que qualquer cliente que não usa o bilhete pode receber um retorno de R$ 175,00.*

Dados

Custo1 = custo de multa somado custo de reembolso
N = número de 'no-show'
Custo2 = custo de não vender uma passagem
B = quantidade de bilhetes de passagens
P = Número de passagens

Modelo

Sabemos que:
Custo1 = [(283,00 + 0,9*283,00) + 175,00]
Custo1 = 712,70
Custo2 = 283,00
$X \sim N(93, 4)$
P = 120

Logo, a razão crítica é definida como:
Razão crítica = Custo2/(*Custo2* + Custo1)
Razão crítica = 283 / (283 + 712,7)
Razão crítica = 0,284

Usando a tabela da distribuição normal padrão:
$P(z \leq (x-93)/4) = 0{,}284$ e por conseguinte $\Phi((x-93)/4) = 0{,}284$

$(x-93)/4 = 0{,}07$
$x = 93{,}28 \approx 93$
Então, a quantidade de bilhetes à ser vendida P' pode ser definida como:

$$P' = Q + 94$$
$$P' = 120 + 93$$
$$P' = 213$$

Resposta:

5) *Uma empresa tem uma série de pagamentos a fazer e outros a receber ao longo de um certo período T de dias. Caso um determinado pagamento seja feito fora do dia, ela paga um certo percentual do valor em multa e juros por dia que ficar em atraso. A empresa também pode investir o seu dinheiro em diferentes aplicações que rendem um certo percentual conforme a aplicação em um período específico de dias de investimento, alguns destes sendo o pagamento do prêmio tanto maior quanto mais dias permanecer aplicado o dinheiro. Desenvolva um modelo matemático algébrico que representa esta situação de modo que seja:*

5.1. *Maximizado o valor em caixa da empresa considerando os investimentos para o período T;*

Dados

T = Período;
n = Número de pagamentos;
m = Número de aplicações;
P1 = Pagamentos para receber;
J_i = juros;
D_i = Número de dias atrasado;
Invest_j = Valor Investido na aplicação j;
Pv_i = Valor a ser pago do pagamento i;
M_i = multa do pagamento i;
Pr_j = prêmio da aplicação j;
Rendimen_j = Rendimento da aplicação j.

Modelo

$$\textbf{MAX}\ P1 - \left[\sum_{i=1}^{n} (Pv_i + (M_i + J_i) \cdot D_i)\right] + \left[\sum_{j=1}^{m} (Rendimen_j \cdot (T \cdot Pr_j)) - Invest_j\right]$$

Sujeito a:

$$T > 0;$$
$$P1 > 0;$$
$$Invest_j > 0;$$
$$Rendimen_j > 0;$$
$$Pr_j > 1.$$

5.2. *Gere duas instâncias que exemplifiquem o comportamento de 5.1;*

Instância 1

Aplicações:

Invest_1 = R$ 800	rendiment_1 = R$90,50	Pr_1 = 1.5	*T = 5*
Invest_2 = R$ 600	rendiment_2 = R$85,20	Pr_2 = 1,8	*T = 8*
Invest_3 = R$ 200	rendiment_2 = R$30,10	Pr_3 = 1,3	*T = 3*

Pagamentos:

R$ 100,00 – 0 dias de atraso. M_1 = R$4,00 ; J_1 = 15%.
R$ 230,00 – 4 dias de atraso. M_2 = R$20,00; J_2 = 10%.

Recebimentos:

R$ 500,00
R$ 300,00
R$ 650,00
R$ 100,00

P1 = R$ 1,450

Lucro = 1,450 **-** [(100 + (4 + 0,15)*0))) + ((230 + (4 + 0.10)*4)))] + [((90,50*(5*1,5)) – *800)* + ((85,20 *(8*1,8)) – 600*)* + ((30,10*(3*1,3)) – 200*)]*

Lucro = 1450 – [100 + 246,4] + [678,75 + 1226,88 + 117,39 - 1600]

Lucro = 1526,62

Instância 2

Aplicações:

Invest_1 = R$ 400 rendiment_1 = R$40,40 Pr_1 = 1.2 *T = 2*
Invest_2 = R$ 300 rendiment_2 = R$35,90 Pr_2 = 1,9 *T = 9*

Pagamentos:

R$ 250,00 – 0 dias de atraso. M_1 = R$2,00 ; J_1 = 20%.
R$ 110,00 – 12 dias de atraso. M_2 = R$20,00; J_2 = 15%.
R$ 370,00 – 7 dias de atraso. M_2 = R$20,00; J_2 = 5%.

Recebimentos:

R$ 1,100
R$ 700,00

P1 = R$ 1,800

Lucro = 1,800 **-** [(250 + (2 + 0,2)*0))) + ((110 + (20 + 0.15)*12))) + ((110 + (20 + 0.05)*7)))] + [((40,40*(2*1,2)) – 400*)* + ((35,90 *(9*1,9)) – 300*)]*

Lucro = 1800 – [250 + 351,8 + 250,35] + [96,96 + 613,89 - 730]

Lucro = 928,7

5.3. *Maximizado o valor em investimentos considerando as necessidades de caixa no período T.*

Dados

Dados

T = Período;
Invest_i = Valor Investido na aplicação i;
n = Número de aplicações.
Pr_i = prêmio na aplicação i;

Rendimen_i = Rendimento da aplicação i.

Modelo

$$MAX \sum_{i=1}^{n} (Rendimen\_i * (T * Pr\_i)) - Invest\_i)$$

Sujeito a:

$T > 0$;
$Invest\_j > 0$;
$Rendimen\_j > 0$;

5.4. *Gere duas instâncias que exemplifiquem o comportamento 12.3.*

Instância 1

Aplicações:

Invest_1 = R$ 100   rendiment_1 = R$40,50   Pr_1 = 1.7   *T = 7*
Invest_2 = R$ 800   rendiment_2 = R$108,70   Pr_2 = 1,4   *T = 4*
Invest_3 = R$ 550   rendiment_2 = R$95,40   Pr_3 = 1,6   *T = 6*
Invest_3 = R$ 900   rendiment_2 = R$116,10   Pr_3 = 1,3   *T = 3*

Lucro = [((40,50*(7*1,7)) – 100*)* + ((108,70 *(4*1,4)) – 800*)* + ((95,40*(6*1,6)) – 550*)* + ((116,10*(3*1,3)) – 900*)*]

Lucro = 481,95 + 608,72 + 915,84 + 452,79 **-** 2350

Lucro = 109,3

Instância 2

Aplicações:

Invest_1 = R$ 220   rendiment_1 = R$70,80   Pr_1 = 1.3   *T = 3*
Invest_2 = R$ 180   rendiment_2 = R45,70   Pr_2 = 1,6   *T = 6*
Invest_3 = R$ 330   rendiment_2 = R$86,40   Pr_3 = 1,2   *T = 2*

Lucro = [((70,80*(3*1,3)) – 420*)* + ((45,70 *(6*1,6)) – 180*)* + ((86,40*(2*1,2)) – 730*)]*

Lucro = 276,12 + 438,72 + 207,36 **-** 730

Lucro = 192,2