

Projeto de Robótica

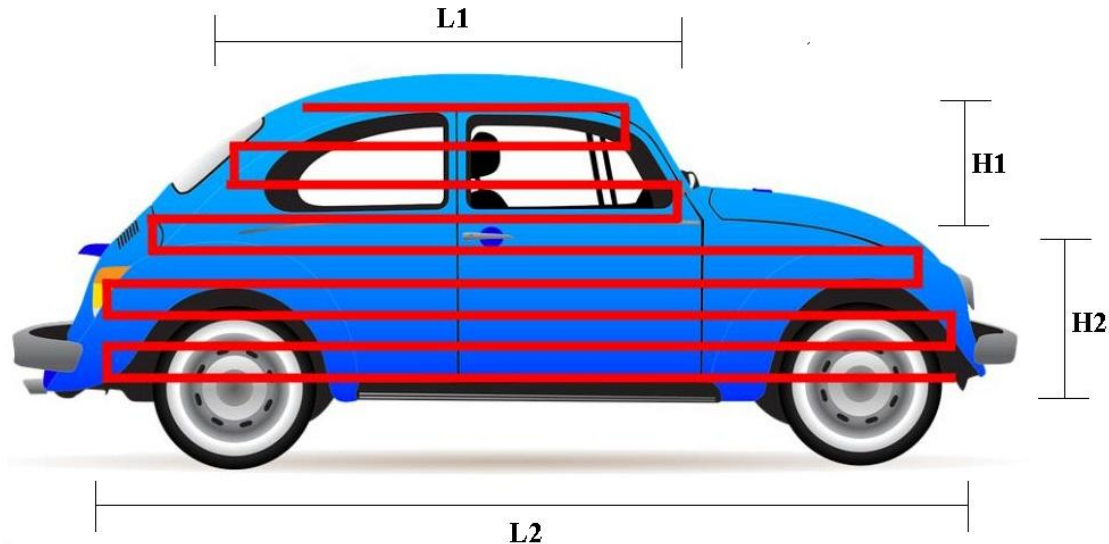
Pintura lateral de uma carroceria

A large, dark blue, curved shape that starts from the bottom left and extends diagonally upwards towards the right, filling the lower half of the slide.

Tópicos

1. Apresentação e Introdução
2. Cinemática direta
3. Singularidades
4. Incerteza de posicionamento
5. Área de trabalho
6. Trajetória e Cinemática inversa
7. Modelo Dinâmico
8. Estratégia de Controle
9. Esforços nas juntas
10. Vantagens e Desvantagens e escolha do manipulador.
11. Vídeo da simulação

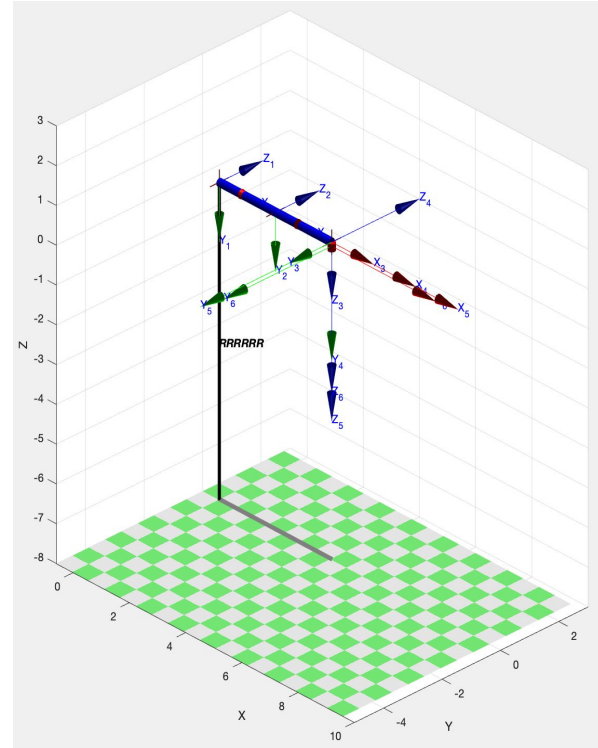
A apresentação a seguir será sobre o projeto de robôs manipuladores para a pintura de uma lateral de carroceria de um veículo automotivo.



Cinemática Direta: Graus de Liberdade

Robô RRRRRR

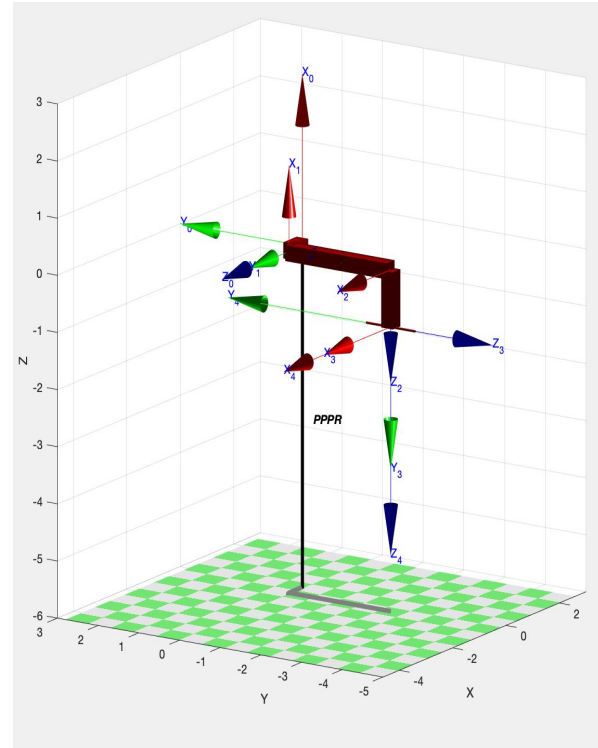
Possui 6 graus de
liberdade



Cinemática Direta: Graus de Liberdade

Robô PPPR

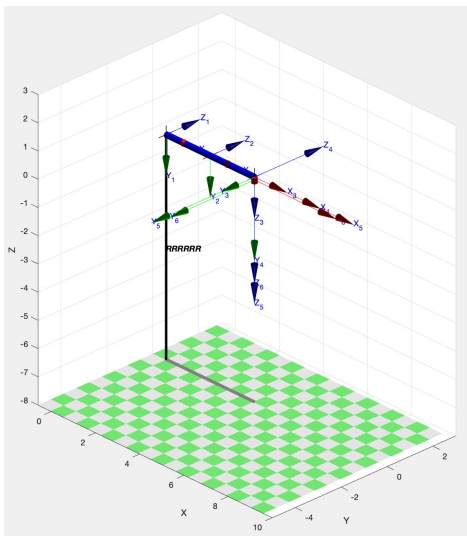
Possui 4 graus de liberdade



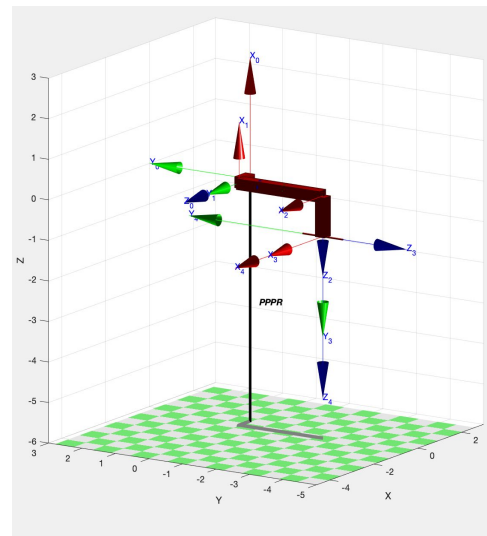
Cinemática Direta: Graus de Liberdade

$$\text{NGL} = \text{N Juntas Prismáticas} + \text{N Juntas Rotacionais}$$

Robô RRRRRR



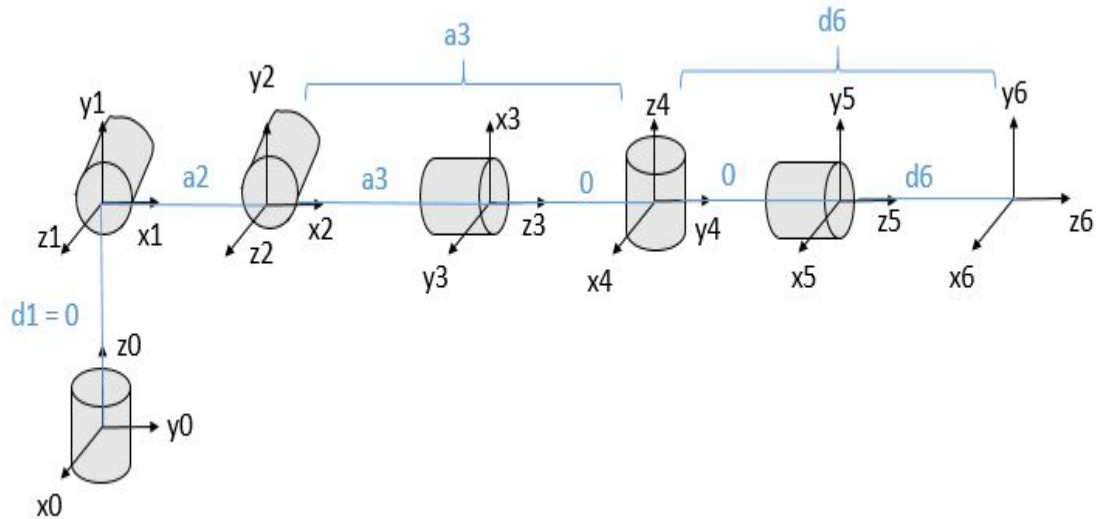
Robô PPPR



Cinemática Direta: Denavit–Hartenberg

Robô RRRRRR

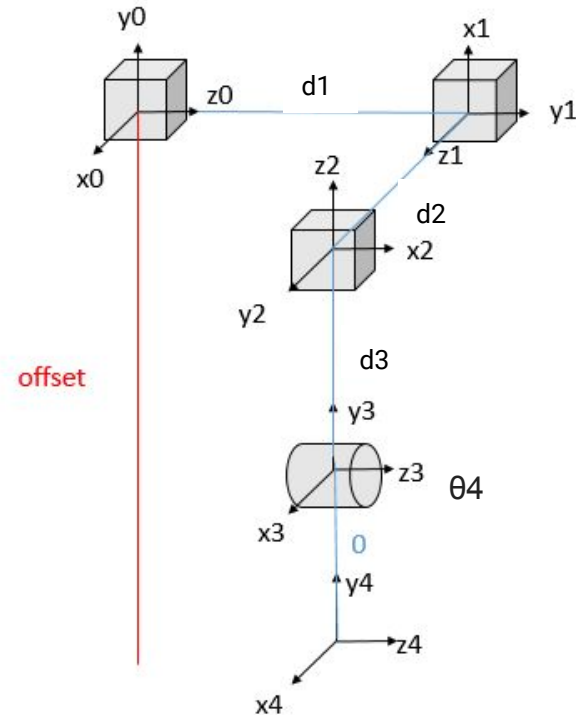
Elo	θ	d	a	α
1	θ_1^*	0	0	-90°
2	θ_2^*	0	a_2	0
3	θ_3^*	0	a_3	-90°
4	θ_4^*	0	0	90°
5	θ_5^*	0	0	-90°
6	θ_6^*	d_6	0	0



Cinemática Direta: Denavit–Hartenberg

Robô PPPR

Elo	θ	d	a	α
1	0	d_1^*	0	90°
2	90°	d_2^*	0	-90°
3	0	d_3^*	0	90°
4	θ_4^*	0	0	-90°



Cinemática Direta: Matrizes Homogêneas

Entre juntas

$$\begin{aligned}
 A_i &= \text{Rot}_{z, \theta_i} \text{Trans}_{z, d_i} \text{Trans}_{x, a_i} \text{Rot}_{x, \alpha_i} \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Cinemática Direta: Matrizes Homogêneas

Em relação ao referencial inercial

$$H_1^0 = A_1$$

$$H_2^0 = A_1 A_2$$

$$H_3^0 = A_1 A_2 A_3$$

$$H_4^0 = A_1 A_2 A_3 A_4$$

$$H_5^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$$

$$H_6^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Singularidades

Robô RRRRRR

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

- Caso 1:

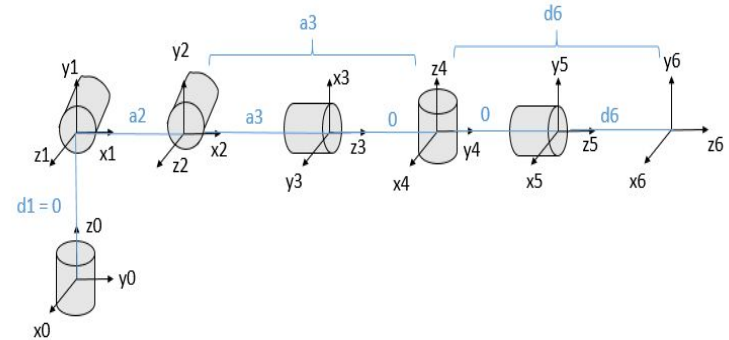
$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = 0 \quad \theta_3 = 0 \quad \theta_4 = 0 \quad \theta_5 = 0 \quad \theta_6 = 0$$

- Caso 2:

$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = 0 \quad \theta_3 = 180^\circ \quad \theta_4 = 0 \quad \theta_5 = 0 \quad \theta_6 = 0$$

- Caso 3:

$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = 61.3521^\circ \quad \theta_3 = 57.2958^\circ \quad \theta_4 = 0 \quad \theta_5 = 0 \quad \theta_6 = 0$$



J_{11}

J_{22}

$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = 0 \quad \theta_3 = 0 \quad \theta_4 = 0 \quad \theta_5 = 0 \quad \theta_6 = 0$$

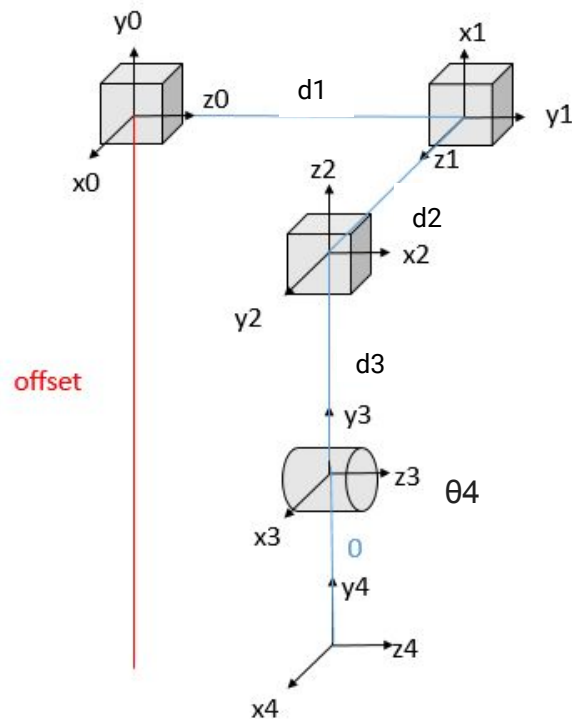
Redundante

Singularidades

Robô PPPR

$$J^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\det J = \det J^* = 1$$



Incerteza de posicionamento

Assim, a incerteza descreve um intervalo em torno do valor medido, no qual deve estar contido o valor verdadeiro.

Por exemplo:

- Posição da ferramenta em $Z = 1 \pm 0.001$ mm
- Limite superior = 1.001 mm
- Limite inferior = 0.999 mm

Manipulador articulado

Junta	Incerteza de posicionamento
θ_1	1°
θ_2	2°
θ_3	1°
θ_4	2°
θ_5	1°
θ_6	2°

Manipulador prismático

Junta	Incerteza de posicionamento
d_1	1mm°
d_2	1mm°
d_3	2mm°
θ_4	2°

Incerteza de posicionamento

Método de Kline e McClintock

Seja R a matriz de posicionamentos do robô uma função das variáveis de suas juntas tal que:

$$R = f(q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n)$$

A sensibilidade é dada por:

$$\Theta_i = \frac{\partial R}{\partial q_i}$$

Então a incerteza para a direção (x, y ou z) de R pode ser calculada como:

$$u_{direção} = \pm \left[\left(\frac{\partial R}{\partial q_1} u_{q_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial q_2} u_{q_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial q_n} u_{q_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Incerteza de posicionamento

Assim aplicamos os resultados no seguinte ponto escolhido (L2, H2, 0) e finalmente encontramos o valor da incerteza dado por:

Manipulador articulado:

$$u_x = \pm 0.0241,$$

$$u_y = \pm 0.0961,$$

$$u_z = \pm 0.0260.$$

Manipulador cartesiano:

$$u_x = \pm 0.002,$$

$$u_y = \pm 0.001,$$

$$u_z = \pm 0.001.$$

Posição do manipulador articulado escolhida:

$$\theta_1 = 1.3258 \text{ rad},$$

$$\theta_4 = 2.3562 \text{ rad},$$

$$\theta_2 = 0.7854 \text{ rad},$$

$$\theta_5 = 0 \text{ rad},$$

$$\theta_3 = 1.5708 \text{ rad},$$

$$\theta_6 = -1.1781 \text{ rad}.$$

Manipulador cartesiano:

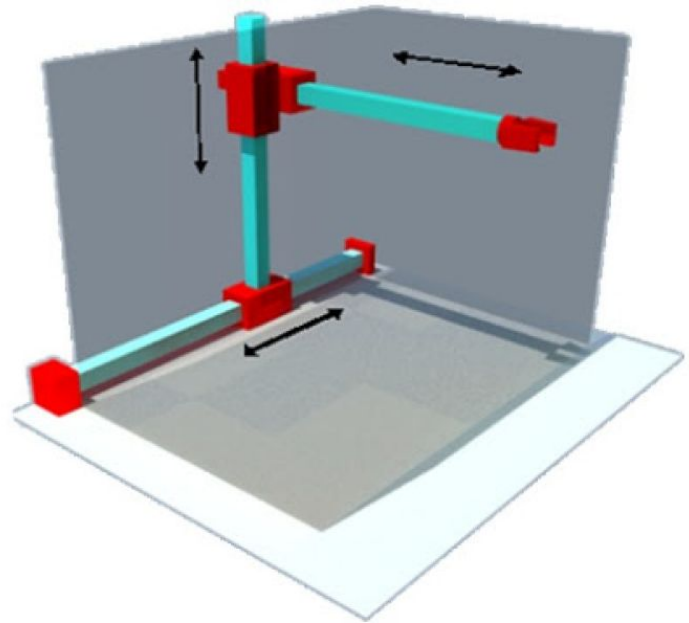
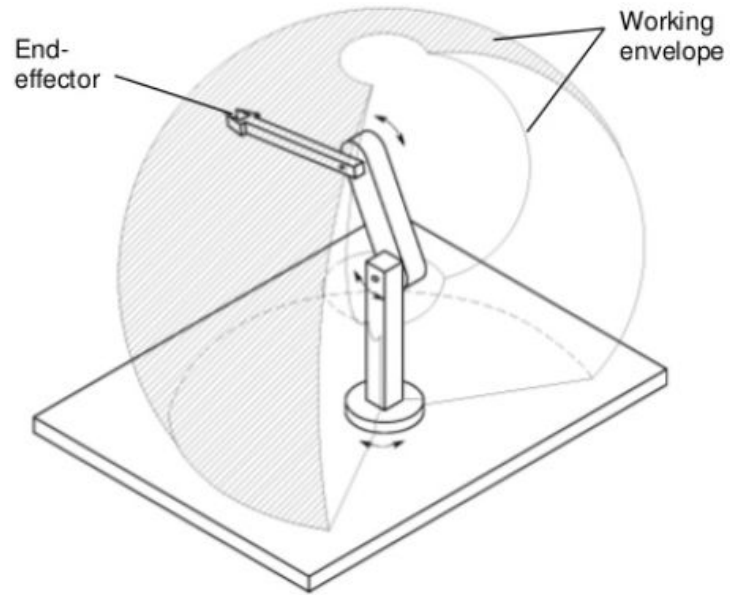
$$d_1 = 0 \text{ m},$$

$$\theta_4 = 0 \text{ rad}.$$

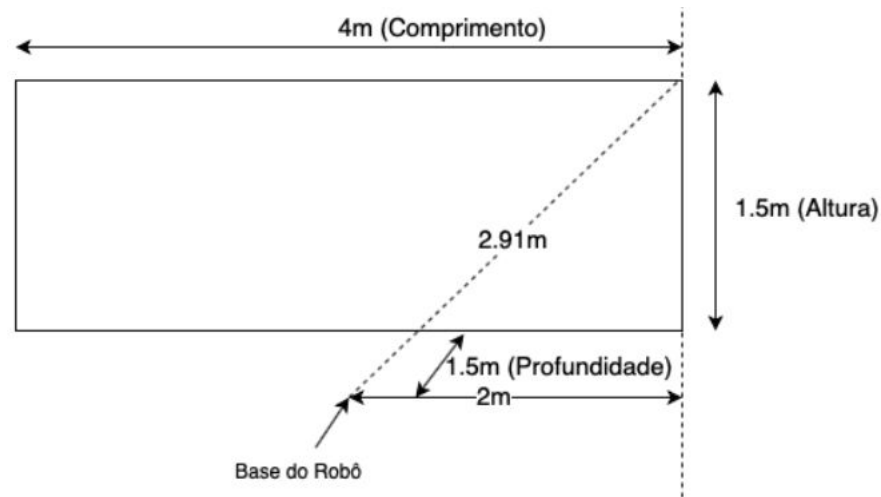
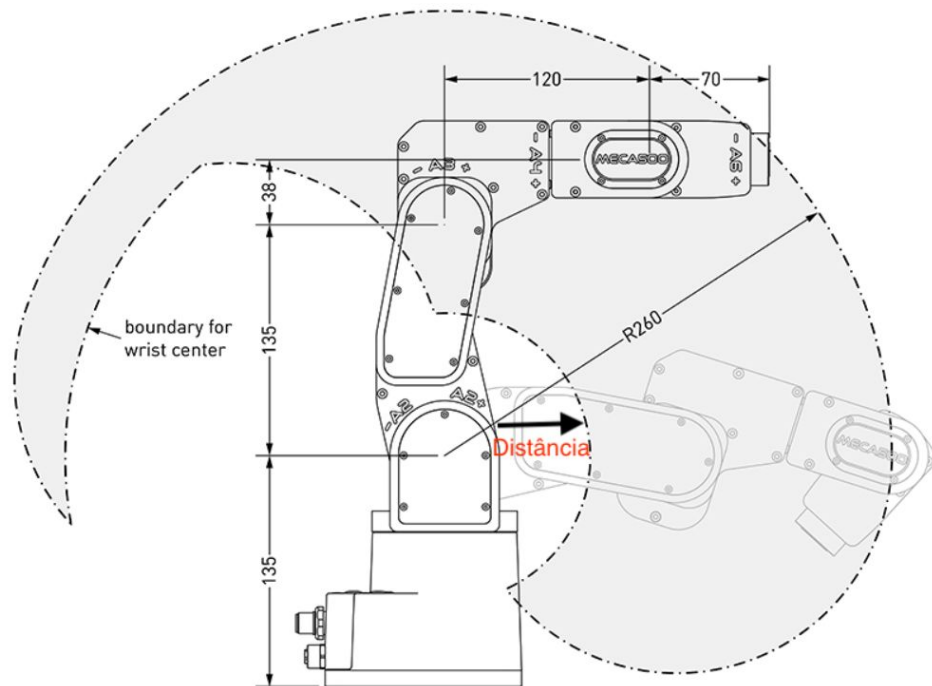
$$d_2 = -1 \text{ m},$$

$$d_3 = -4 \text{ m},$$

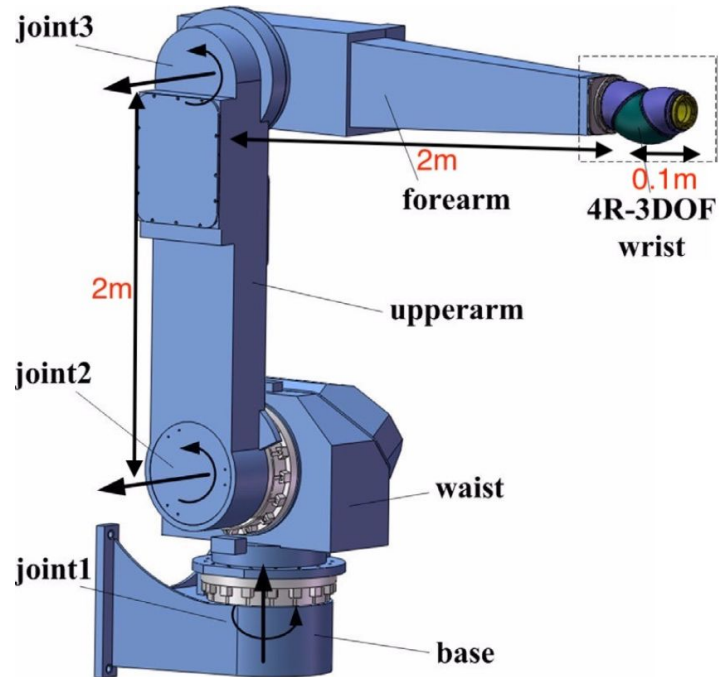
Área de Trabalho



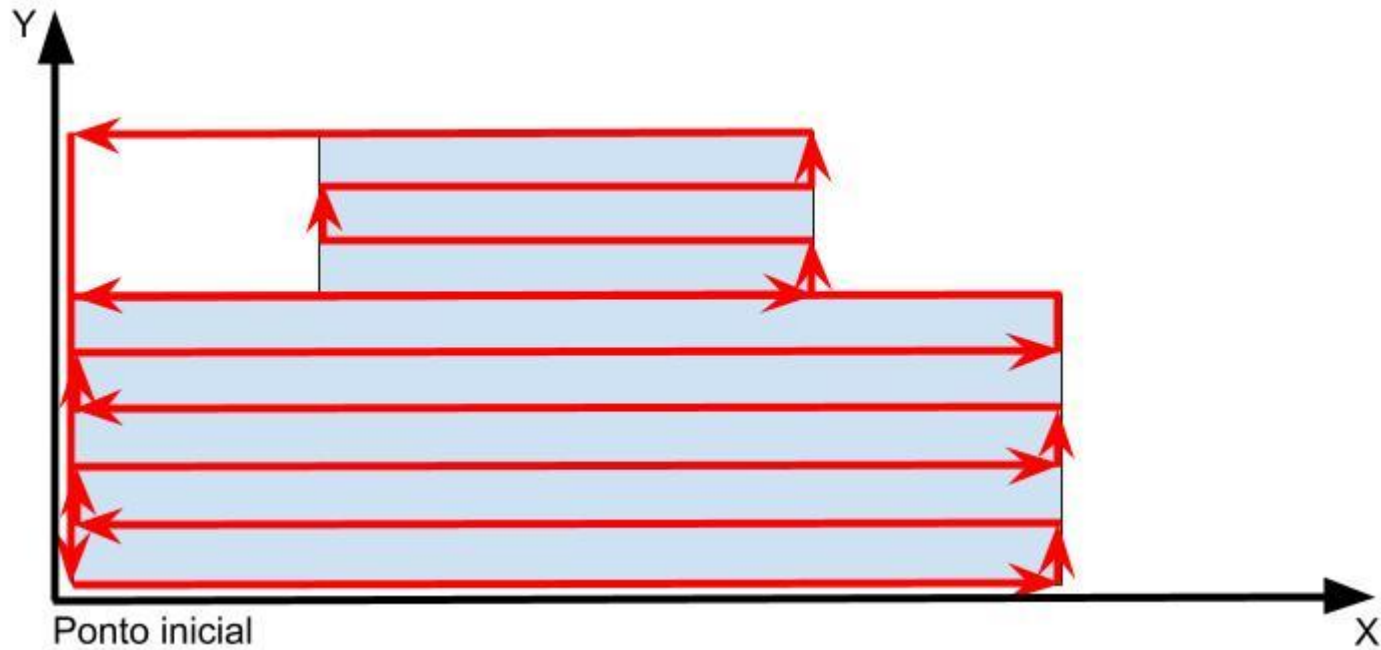
Área de Trabalho



Área de Trabalho



Trajetória



Linear Segments with parabolic blends

Esse método nos permite definir uma trajetória entre dois pontos de uma coordenada num dado intervalo de tempo com velocidade de movimento constante. Assim ele foi utilizado para garantir assim uma pintura uniforme.

Uma trajetória neste método é dada pelas seguintes equações:

$$x(t) = x_0 + \frac{\alpha}{2}t^2 \quad \text{para } 0 \leq t \leq t_b$$

$$x(t) = \frac{x_f + x_0 - Vt_f}{2} + Vt \quad \text{para } t_b < t \leq t_f - t_b$$

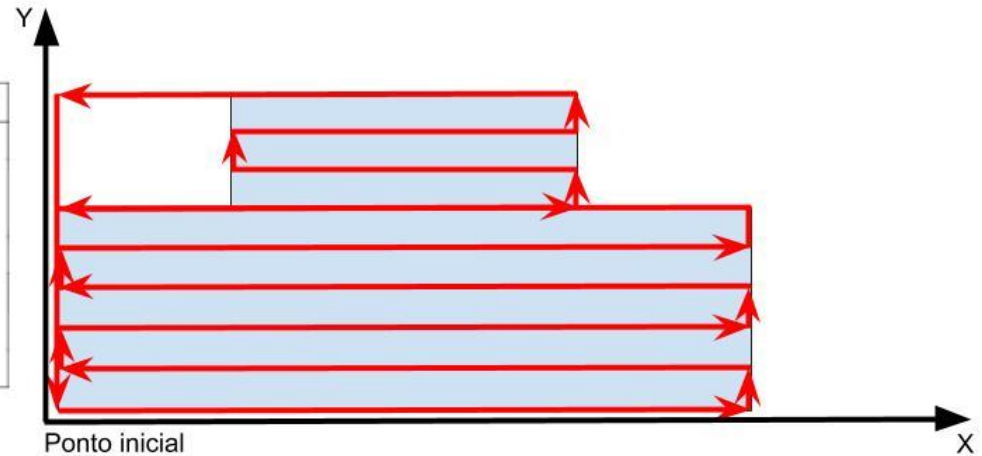
$$x(t) = x_f - \frac{\alpha t_f^2}{2} + \alpha t_f t - \frac{\alpha}{2}t^2 \quad \text{para } t_f - t_b < t \leq t_f$$

$$t_b = \frac{x_0 - x_f + Vt_f}{V}$$

Linear Segments with parabolic blends

Assim a velocidade escolhida foi $V=0,4\text{m}$ e o $t_b = 0,05$ segundos.

Constantes	Valores
t_f em x para a parte inferior da carroceria	10.05 s
V_x	0.4 m/s
t_f em y para a parte inferior da carroceria	0.55 s
V_y	0.4 m/s
t_f em y para a parte mediana-superior da carroceria	0.4668 s
t_f em x para a parte mediana-superior da carroceria	8.175 s
t_f em y para a retorno à posição inicial	3.8 s



Cinemática Inversa

A cinemática inversa do robô cartesiano é dada pelas seguintes equações:

$$x(t) = d_2(t)$$

$$y(t) = -d_3(t) + d_4 \sin(\theta_4)$$

$$z(t) = d_1(t) + d_4 \cos(\theta_4)$$

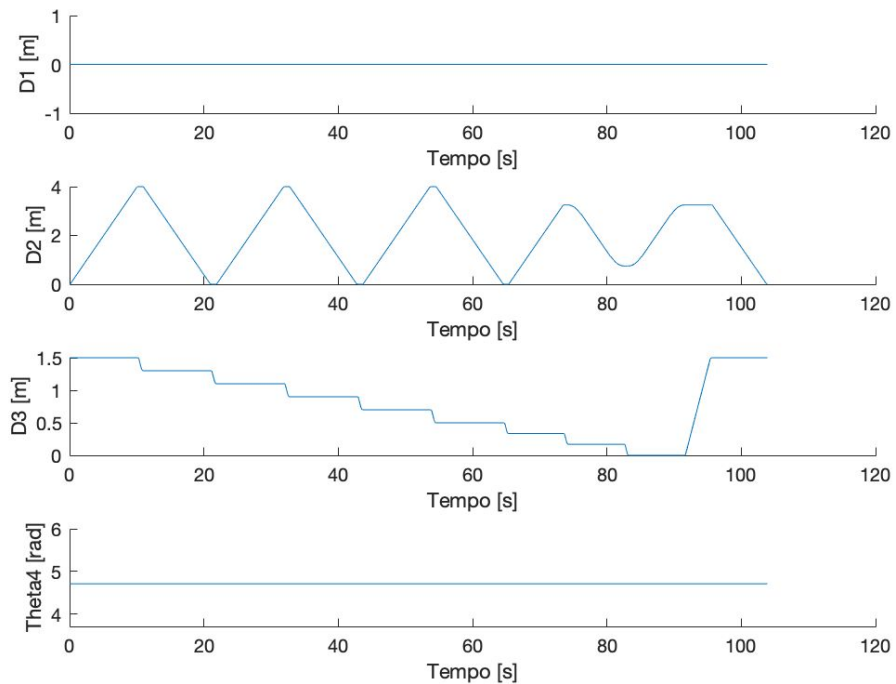
Mas como foram escolhidos $d_4 = 0$ e $\theta_4 = 0$ durante o movimento. Ela se simplifica para:

$$x(t) = d_2(t)$$

$$y(t) = -d_3(t)$$

$$z(t) = d_1(t) = \textit{constante}$$

Cinemática Inversa



Cinemática Inversa

A cinemática inversa do nosso robô articulado é dada pelas seguintes equações:

$$\theta_1 = \text{Atan2}(x_c, y_c)$$

Aqui escolhemos $\sqrt{1 - D^2}$ em vez de $-\sqrt{1 - D^2}$ para termos a dada configuração do braço.

$$\theta_2 = \text{Atan2}(\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - d^2}, z_c - d_1) - \text{Atan2}(a_2 + a_3 c_3, a_3 s_3)$$

$$\theta_3 = \text{Atan2}(D, -\sqrt{1 - D^2})$$

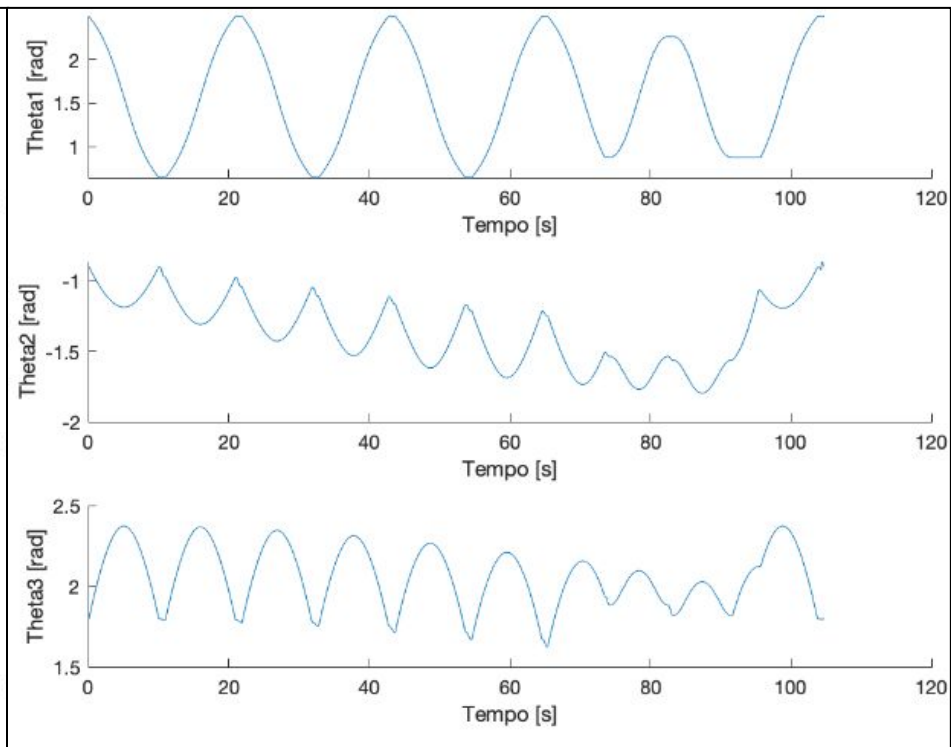
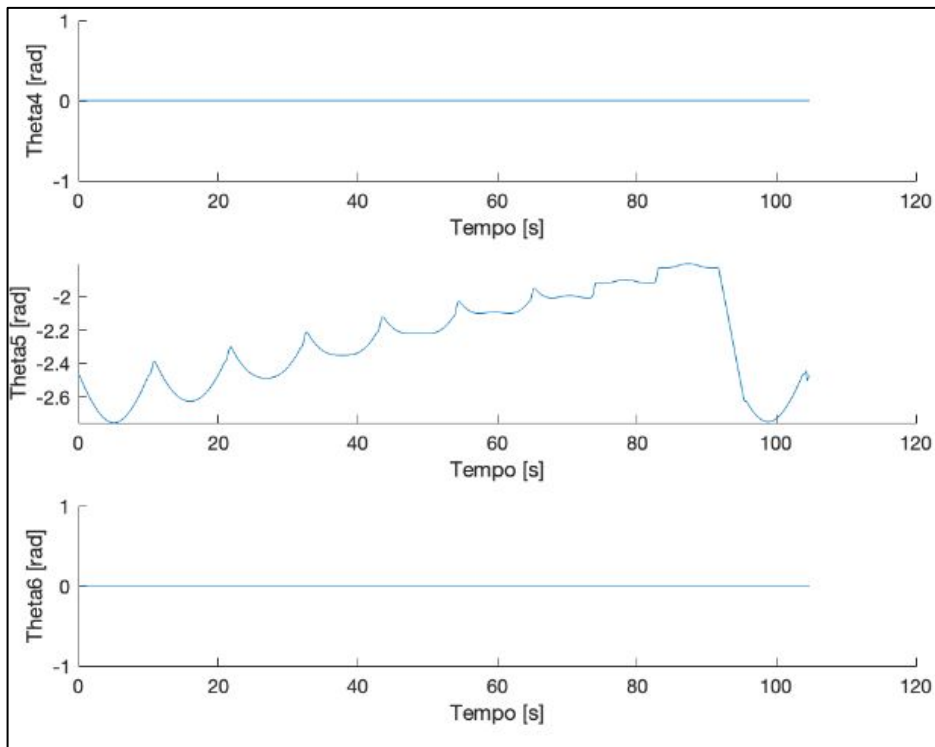
$$D = \frac{x_c^2 + y_c^2 - d^2 + (z_c - d_1)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}$$

$$\theta_4 = \text{Atan2}(c_1 c_{23} r_{13} + s_1 c_{23} r_{23} + s_{23} r_{33}, -c_1 c_{23} r_{13} - s_1 c_{23} r_{23} + c_{23} r_{33})$$

$$\theta_5 = \text{Atan2}(s_1 r_{13} - c_1 r_{23}, \pm \sqrt{1 - (s_1 r_{13} - c_1 r_{23})^2})$$

$$\theta_6 = \text{Atan2}(-s_1 r_{11} + c_1 r_{21}, s_1 r_{12} - c_1 r_{22})$$

Cinemática Inversa



Modelo Dinâmico

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

$$D = \sum_{n=1}^{n=i} D_i$$

Modelo Dinâmico: Matriz de Inércia (D)

$$D = \sum_{i=1}^n (m_i J_{vi}(q)^T J_{vi}(q) + J_{wi}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{wi}(q))$$

R_i

$$H_i = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{matrix}} & \begin{matrix} h_{14} \\ h_{24} \\ h_{34} \end{matrix} \\ \begin{matrix} h_{41} & h_{42} & h_{43} \end{matrix} & h_{44} \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$

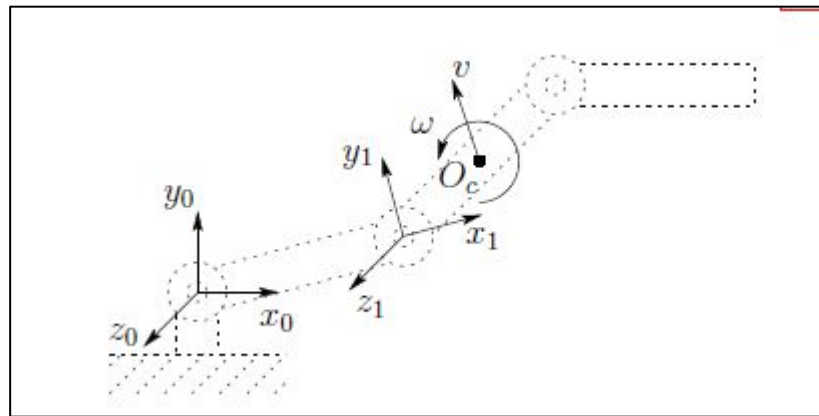
Modelo Dinâmico: Matriz de Inércia (D)

Princípio de modelagem do Jacobiano

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix}$$

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Atenção!



$$J_1 = z_0 \times (o_c - o_0)$$

$$J_2 = z_1 \times (o_c - o_1)$$

Modelo Dinâmico: Símbolos de Christoffel (C)

$$C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{\delta d_{kj}}{\delta q_i} + \frac{\delta d_{ki}}{\delta q_j} - \frac{\delta d_{ij}}{\delta q_k} \right)$$

$$C = \sum_{n=1}^{n=i} C_i$$

Modelo Dinâmico: Matriz de Gravidade (G)

$$g = \sum_{i=1}^n \frac{\delta P}{\delta q_i}$$

Modelo Dinâmico: Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} - \frac{\delta L}{\delta q_i} = \tau$$

$$L = K - P$$

Energia Cinética

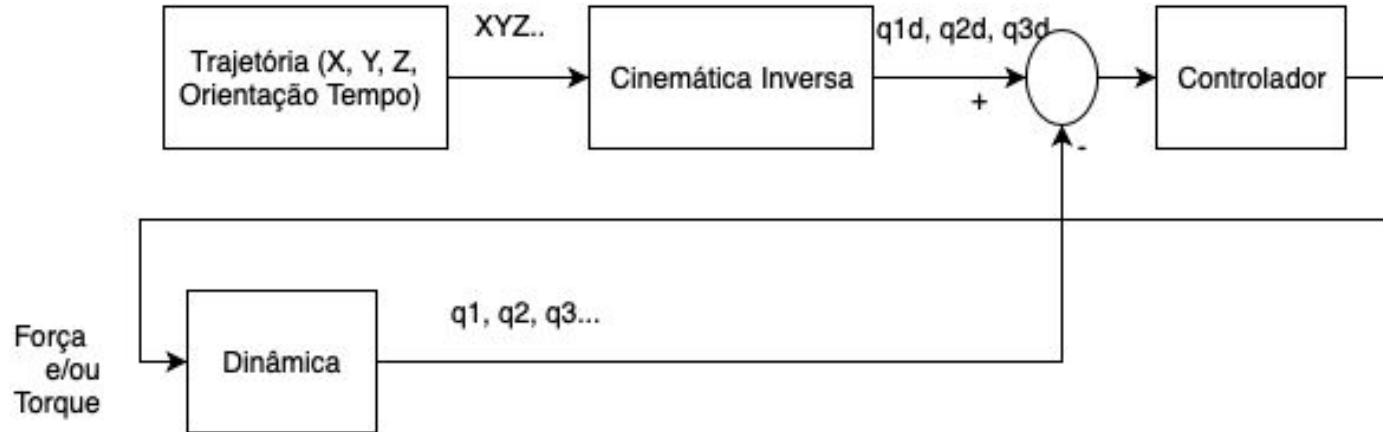
$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q}$$

Energia Potencial

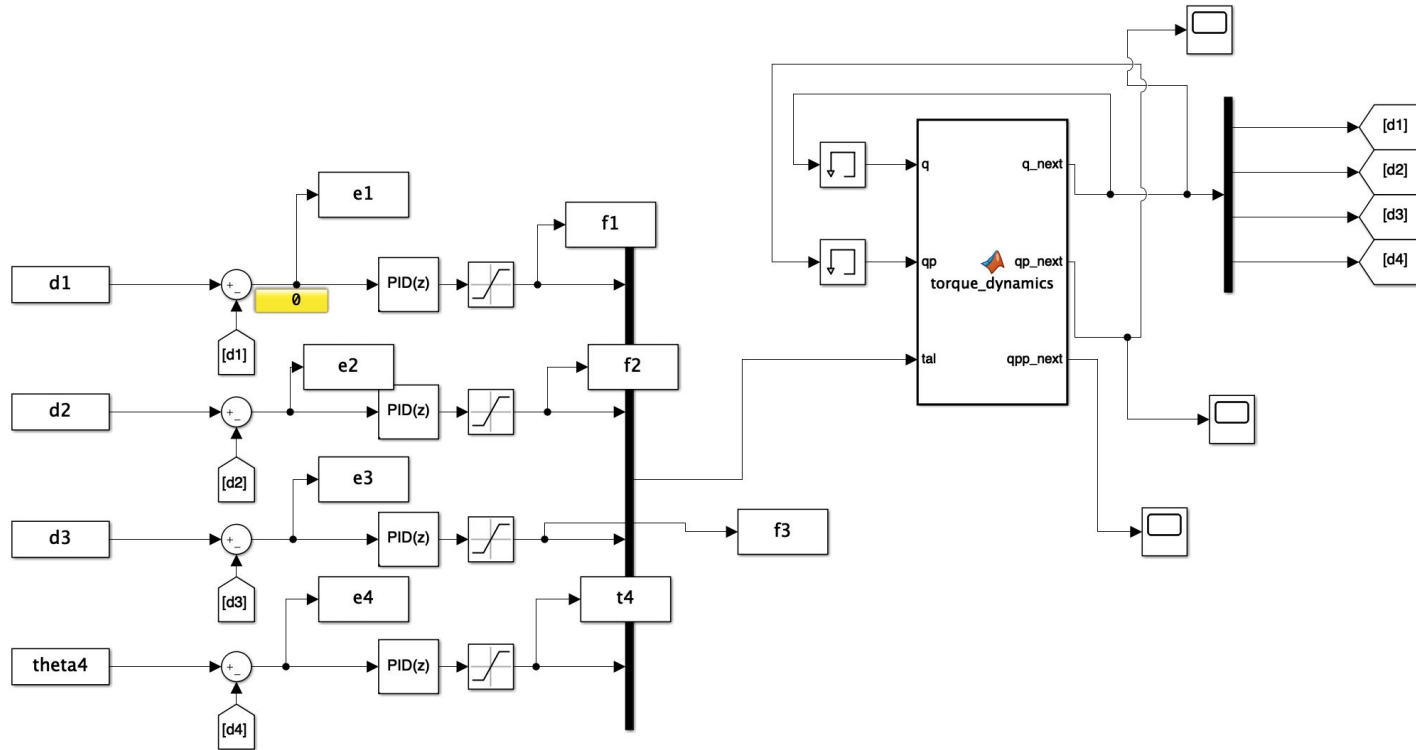
$$H_i = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{pmatrix} \mathbf{p}_i$$

$$\sum_{i=1}^n P_i$$

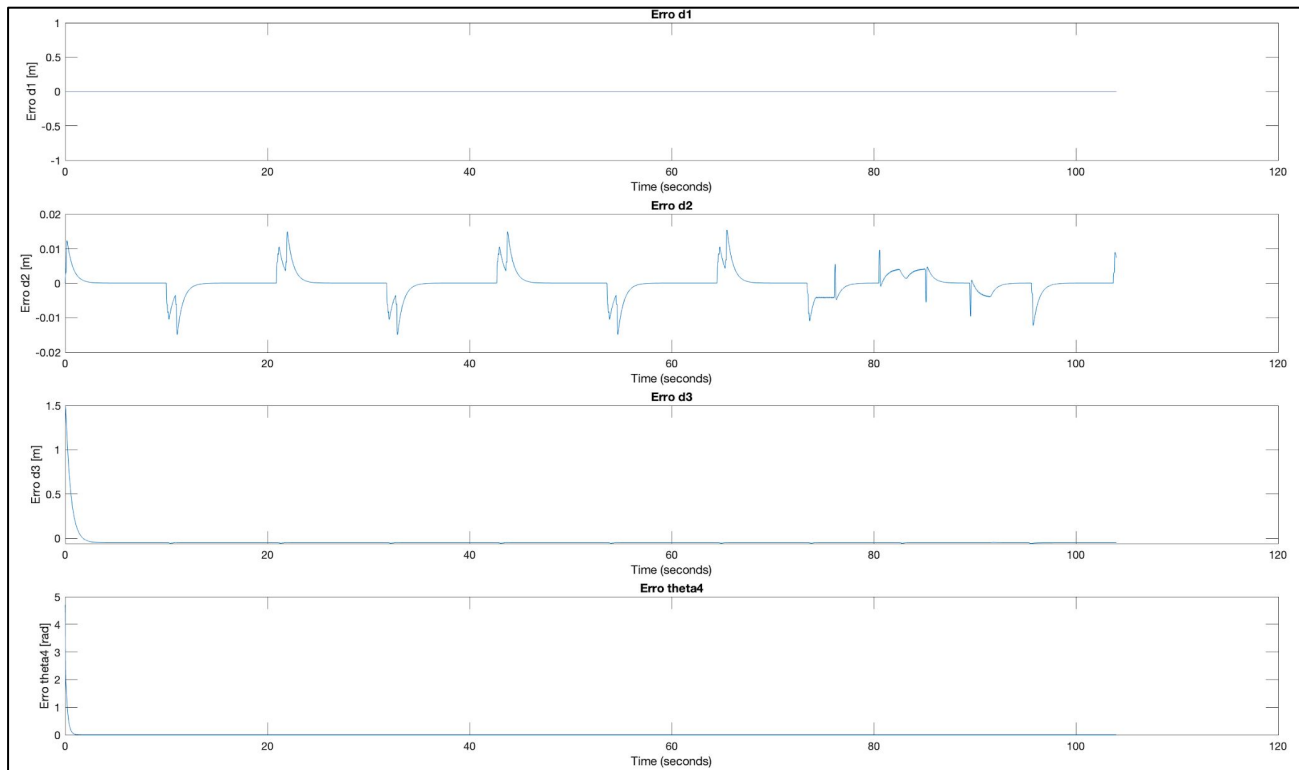
Estratégia de Controle PPPR



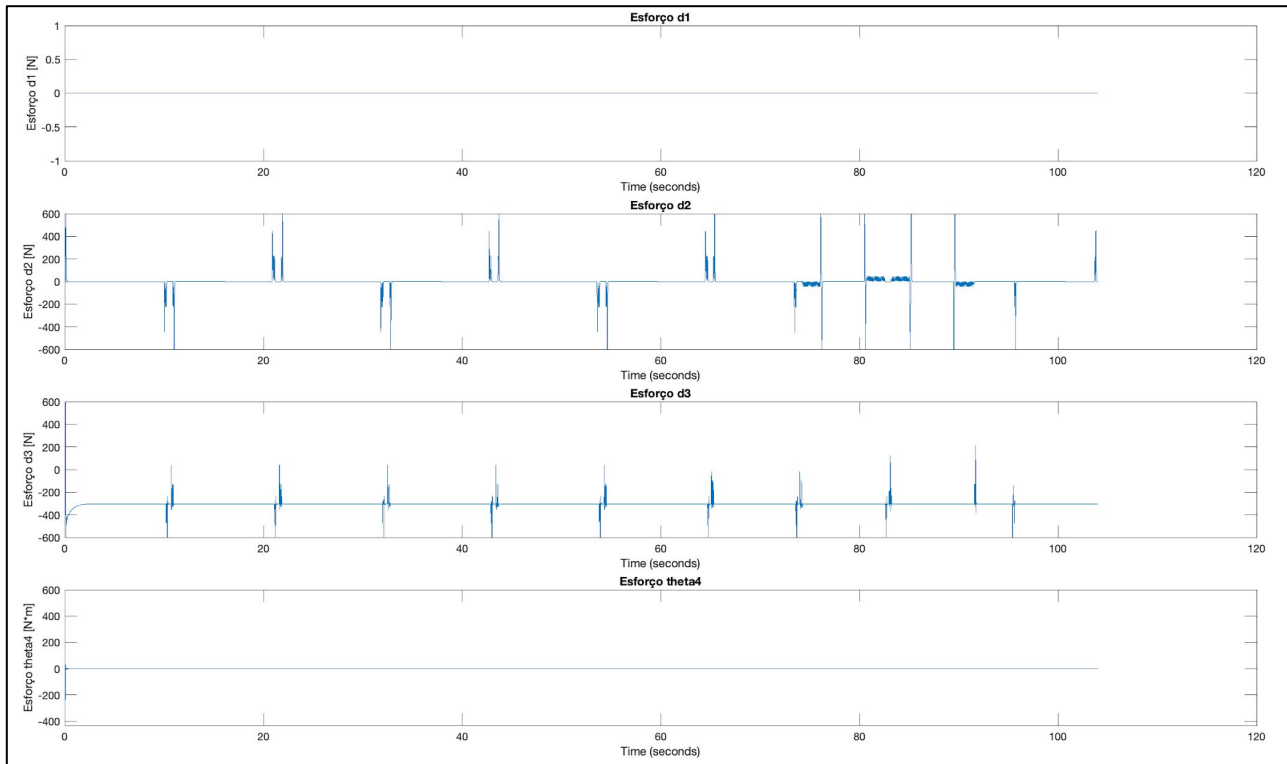
Estratégia de Controle PPPR



Estratégia de Controle PPPR



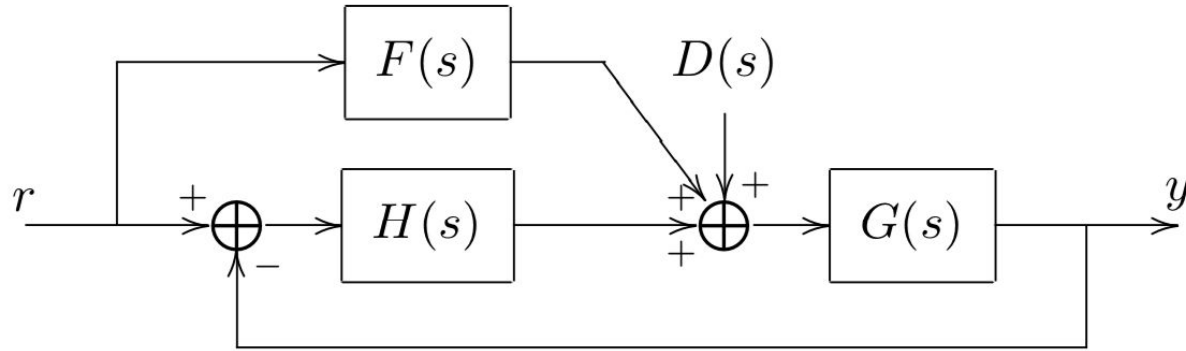
Estratégia de Controle PPPR



Estratégia de Controle RRRRRR

Controle Feed-forward

- F como $1/G \rightarrow$ Fisicamente: Calculamos os Torques necessários execução da trajetória
- $H(s)$ compensaria distúrbios do ambiente (vida real)



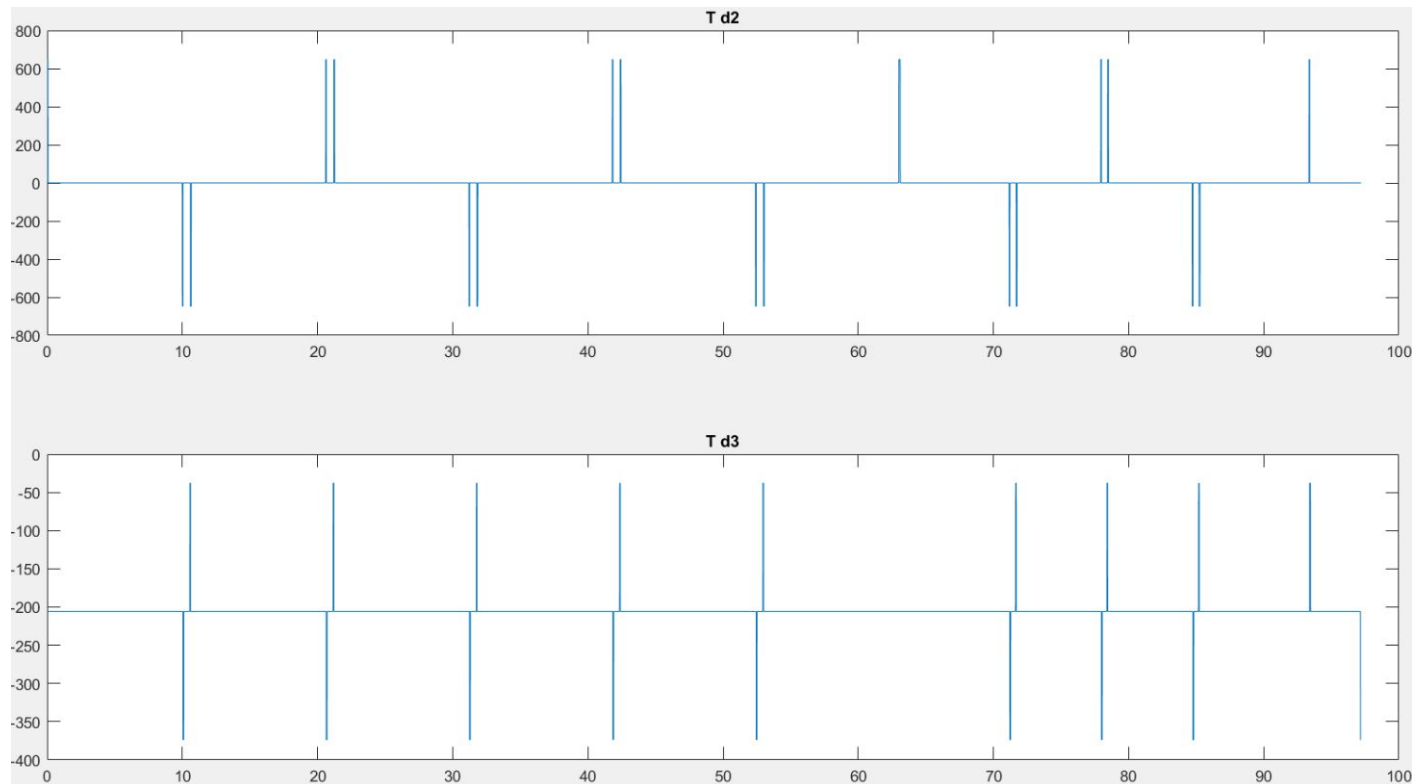
Esforços nas juntas Analítico

$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + \frac{\alpha}{2}t^2 \quad \text{para } 0 \leq t \leq t_b \\x(t) &= \frac{x_f + x_0 - Vt_f}{2} + Vt \quad \text{para } t_b < t \leq t_f - t_b \\x(t) &= x_f - \frac{\alpha t_f^2}{2} + \alpha t_f t - \frac{\alpha}{2}t^2 \quad \text{para } t_f - t_b < t \leq t_f \\t_b &= \frac{x_0 - x_f + Vt_f}{V}\end{aligned}$$

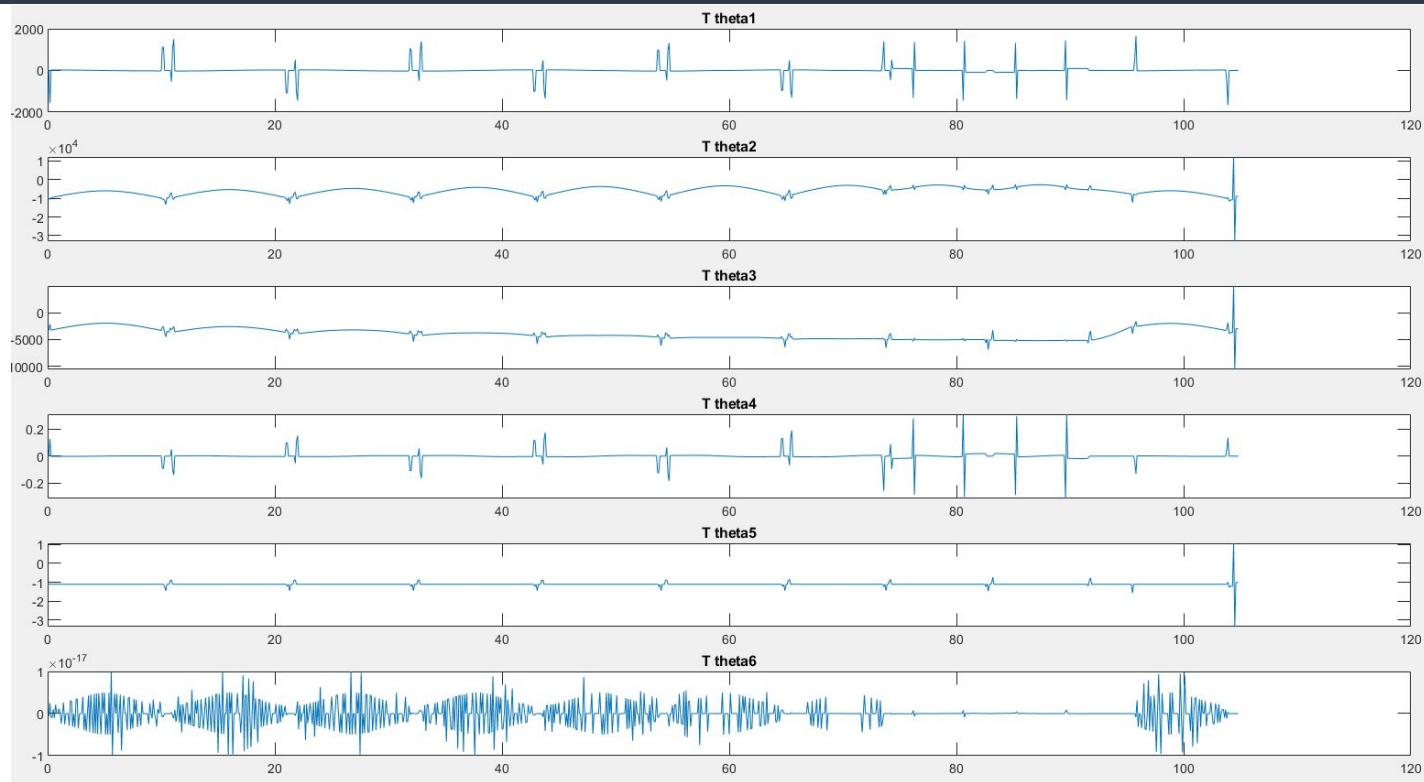
$$\begin{aligned}x(t) &= d_2(t) \\y(t) &= -d_3(t) \\z(t) &= d_1(t) = \text{constante}\end{aligned}$$

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

Esforços nas Juntas Analítico PPPR



Esforços nas Juntas Analítico RRRRRR



Vantagens e Desvantagens

Escolha do Robô

Vantagens do PPPR em relação ao RRRRRR

- Controlabilidade simples
- Menor incerteza de posicionamento
- Ausência de singularidades

Desvantagens do PPPR em relação ao RRRRRR

- Menor flexibilidade de movimentos
- Impossível adentrar espaço interno de estrutura

Vantagens e Desvantagens

Escolha do Robô

Vantagens do PPPR em relação ao RRRRRR

- Controlabilidade simples
- Menor incerteza de posicionamento
- Ausência de singularidades

Desvantagens do PPPR em relação ao RRRRRR

- Menor flexibilidade de movimentos
- Impossível adentrar espaço interno de estrutura



Manipulador PPPR