



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

ES663 - Eletrônica para Automação Industrial

Relatório de Motores DC

Nome

Matheus G. A. Sasso

Iuri Mandello

RA

158257

170214

27 de junho de 2019

Sumário

1	Descrição Conceitual	2
1.1	Descrição da modelagem do motor DC	2
1.2	Descrição da modelagem do controle do Motor DC para um conversor classe A	2
1.2.1	Descrição dos parâmetros	2
1.2.2	Ciclo de operação	4
2	Exercício 1	5
2.1	Dados Iniciais	5
2.2	Velocidade de operação desejada para o motor	5
2.3	Tempo necessário para atingir tal velocidade	5
2.4	Modelo no Simulink	6
2.4.1	Explicação do modelo	6
2.4.2	$w(t) \times t$	6
2.4.3	$E_g(t) \times t$	7
2.4.4	$V_t(t) \times t$	7
2.4.5	$\delta \times t$	8
2.4.6	$I_a(t) \times t$	8
2.5	Determinar o ciclo crítico de trabalho e a trajetória percorrida no plano $\delta \times V_t$	9
2.5.1	Ciclo crítico de trabalho	9
2.5.2	Trajetoária percorrida no plano $\delta \times V_t$	9
2.6	Corrente necessária para manter a rotação constante com $B = 0.1 \text{ Nms/rd}$	9
3	Exercício 2	10
3.1	Simulação para $B = 0.1$	10
3.1.1	$w(t) \times t$	10
3.1.2	$E_g(t) \times t$	11
3.1.3	$V_t(t) \times t$	11
3.1.4	$\delta \times t$	12
3.1.5	$I_a(t) \times t$	12
3.2	Simulação para $B = 0.01$	13
3.2.1	$w(t) \times t$	13
3.2.2	$E_g(t) \times t$	13
3.2.3	$V_t(t) \times t$	14
3.2.4	$\delta \times t$	14
3.2.5	$I_a(t) \times t$	15
4	Referências Bibliográficas	16

1 Descrição Conceitual

1.1 Descrição da modelagem do motor DC

O Motor DC, em termos elétricos e mecânicos pode ser visto na imagem a seguir:

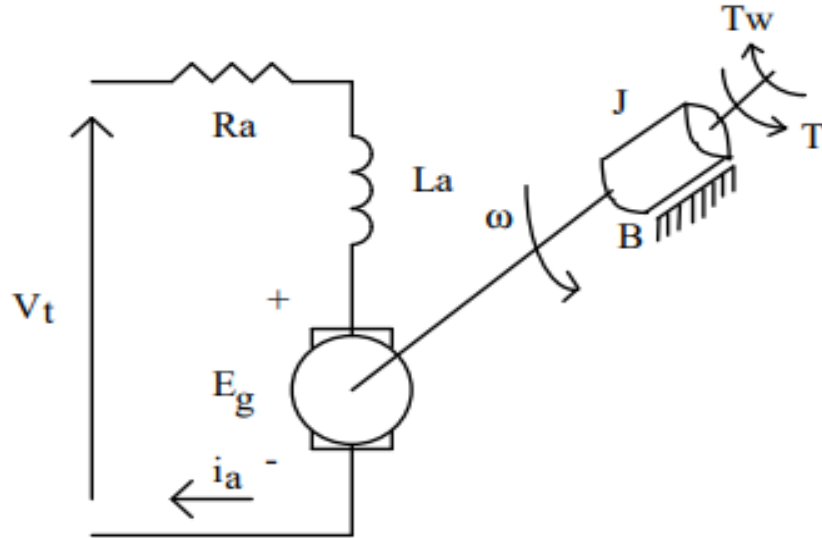


Figura 1: Modelo Eletromecânico

No qual a equação de modelagem elétrica é dada por:

$$v_t(t) = E_g + R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{d \cdot i_a(t)}{dt} \quad (1)$$

A equação de modelagem mecânica é dada por:

$$T(t) = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + B \cdot \omega(t) + T_w(t) \quad (2)$$

E as equações de conversão eletromecânica são:

$$T_{em} = K_t \cdot I_a \quad (3)$$

$$E_g = K_e \cdot \omega_m \quad (4)$$

1.2 Descrição da modelagem do controle do Motor DC para um conversor classe A

1.2.1 Descrição dos parâmetros

Primeiramente é necessário ter a função de transferência do motor que vem da seguinte malha

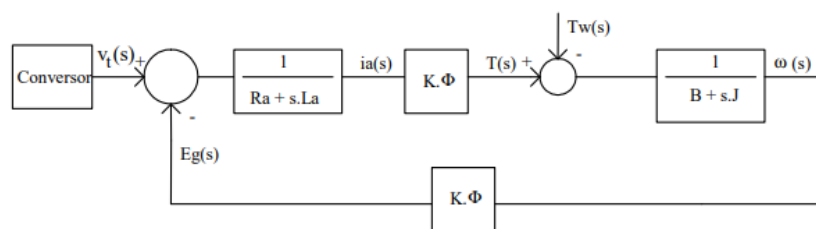


Figura 2: Modelagem do motor DC

Logo, ela é dada por:

$$\frac{\omega(s)}{T_w(s)} = \frac{(R_a + s \cdot L_a)}{(R_a + s \cdot L_a)(B + s \cdot J) + (K\Phi)^2} \quad (5)$$

Que pode ser simplificada de modo a termos uma separação entre a constante elétrica e magnética:

$$\frac{\omega(s)}{T_w(s)} \cong \frac{1}{(1 + \tau_m \cdot s)(1 + \tau_a \cdot s) + (K\Phi)^2} \quad (6)$$

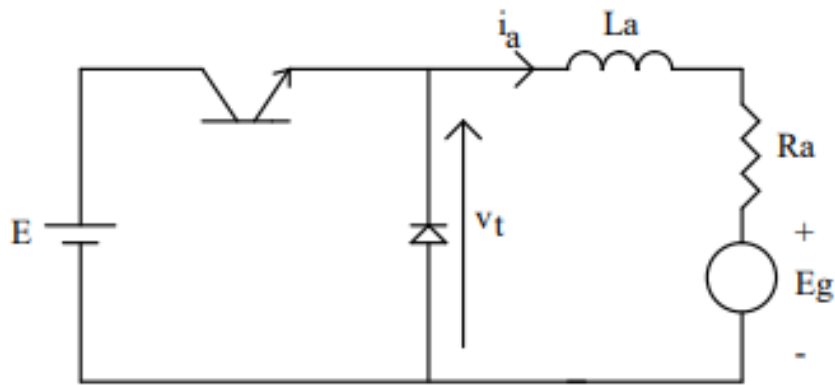
Sendo τ_a :

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \quad (7)$$

E sendo τ_m :

$$\tau_m = \frac{J \cdot R_a}{(K\Phi)^2} \quad (8)$$

Tendo em vista o modelo do conversor classe A:



A.png

Figura 3: Conversor Classe A

Pode-se observar que a tensão média é dada por:

$$V_t = E \cdot \delta + E_g \cdot \frac{t_x}{T} \quad (9)$$

No qual, os componentes que o compõe tem o seguinte comportamento ao longo tempo:

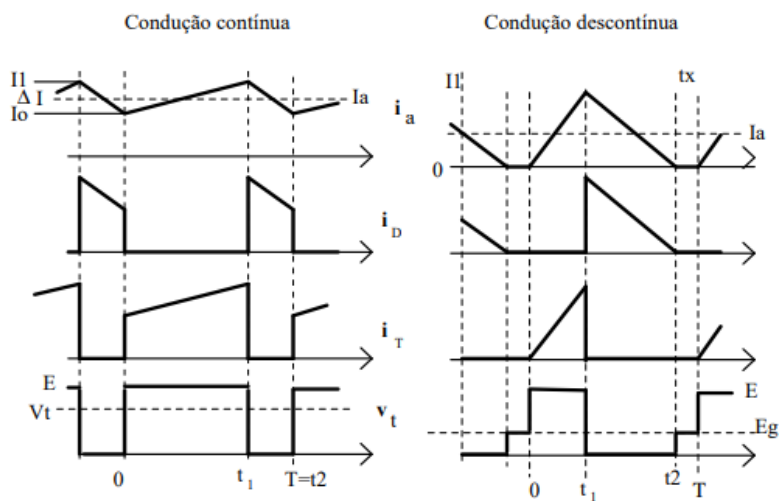


Figura 4: Comportamento dos componentes do conversor classe A

Para a corrente I_a temos que no período de 0 a t_1 , fazendo aproximações de primeira ordem temos que:

$$i_a(t) = I_0 \left(1 - \frac{t}{\tau_a}\right) + \frac{(E - E_g)}{R_a} \cdot \frac{t}{\tau_a} \quad (10)$$

e para o período de t_1 a t_2 :

$$i_a(t) = I_1 \left(1 - \frac{(t - t_1)}{\tau_a}\right) + \frac{(E - E_g)}{R_a} \cdot \frac{(t - t_1)}{\tau_a} \quad (11)$$

Sendo a variação do ripple ΔI descrita de forma linearizada pela equação:

$$\Delta I = \frac{2 \cdot E \cdot \delta \cdot T \cdot (1 - \delta)}{R_a \cdot (2 \cdot \tau_a - \delta \cdot T)} \quad (12)$$

1.2.2 Ciclo de operação

Um motor conversor **classe A** com que o acionamento do motor de corrente contínua ocorra apenas quando

- $Torque > 0$
- $I_a > 0$
- $\omega > 0$
- $E_g > 0$

Como resumo, eles irão operar no **primeiro quadrante** para ambos os gráficos a seguir

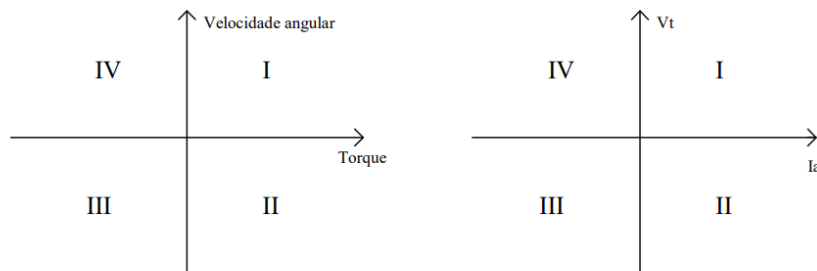


Figura 5: Quadrantes de operação do Motor DC

2 Exercício 1

2.1 Dados Iniciais

Os parâmetros dados pelo exercício são:

Tabela 1: Parâmetros do motor CC para ligação em paralelo sem carga

Parâmetro	Variável	Valor
Potência Nominal	P	1kw
Amortecimento Viscoso	B	0 Nms
Inercia	J	1 kg·m ²
Resistência de armadura	R_a	1Ω
Indutância de armadura	L_a	10mH
Constante de Tensão	K_e	1
Constante de Torque	K_t	1

Além disso, as seguintes imposições foram dadas pelo exercício:

1. Motor acionado por recortador classe A, a partir de uma fonte de 100V operando em MLP(PWM).
2. O sistema de controle possui malha interna que limita corrente de armadura em 10A para **manter o torque limitado ao seu valor nominal**.
3. Motor acelerado sob torque máximo até atingir 50% da velocidade base que quando for atingida é mantida por ação do regulador.

2.2 Velocidade de operação desejada para o motor

Para motores DC de Imã permanente com fluxo ϕ constante em regime permanente, tendo a corrente limitada em 10A temos que:

$$V_t = E_g + R_a \cdot I_a \rightarrow E_g = 90V \quad (13)$$

Como a constante $K_e = 1$ e o motor é acelerado até atingir torque máximo de 50%, temos:

$$\omega_m = \frac{K_e \cdot E_g}{2} = 45rad \quad (14)$$

2.3 Tempo necessário para atingir tal velocidade

Integrando a equação mecânica temos que:

$$\int_{t_f}^{t_i} T_{em} \cdot dt = \int_{\omega_f}^i J \cdot d\omega \quad (15)$$

Como partimos do repouso em $t_i = 0$ temos que:

$$t_f = \frac{J \cdot \omega_f}{T_{em}} = \frac{1 \cdot 45}{10} = 4.5s \quad (16)$$

2.4 Modelo no Simulink

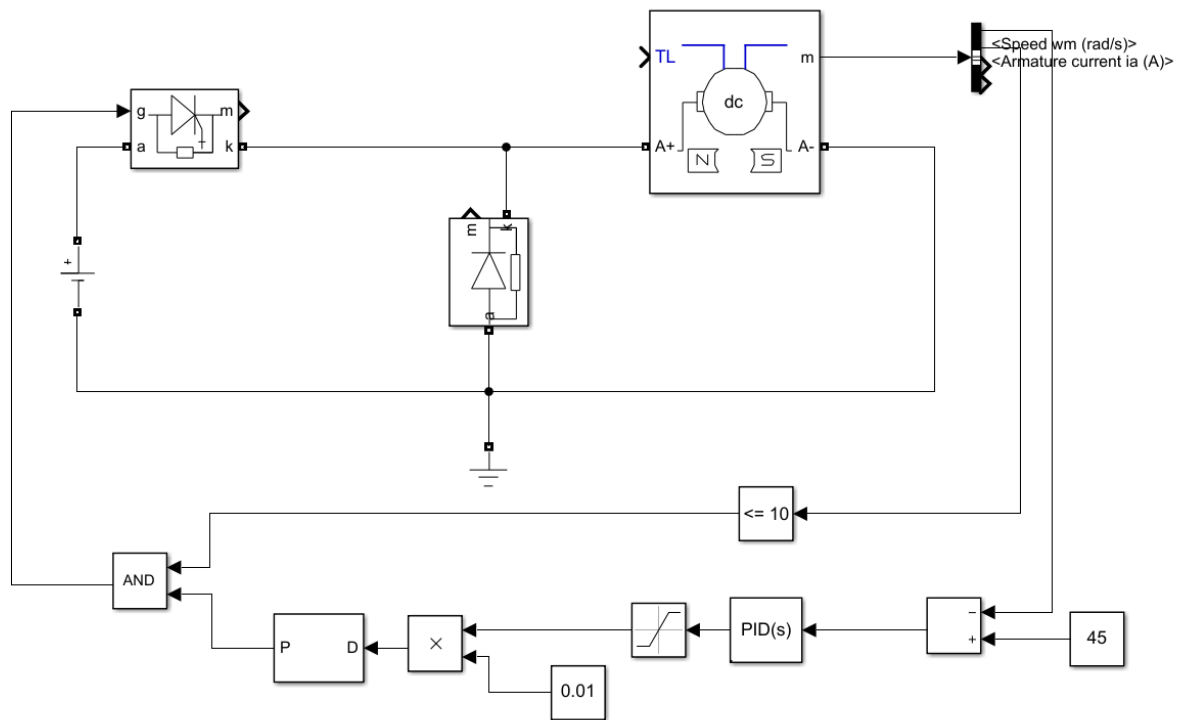


Figura 6: Modelo construído no Simulink

2.4.1 Explicação do modelo

2.4.2 $w(t) \times t$

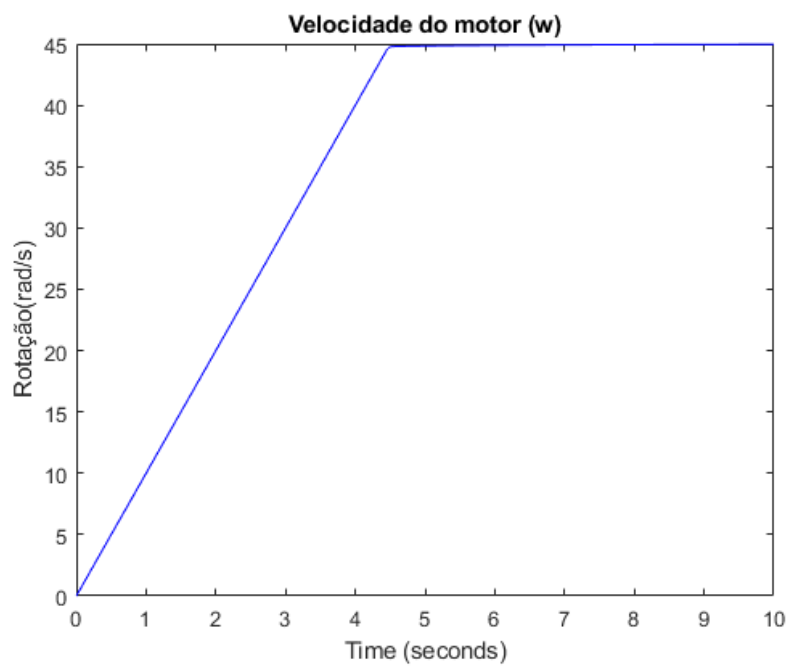


Figura 7: Gráfico com a velocidade do motor

Podemos notar que a velocidade do motor cresce de forma linear, devido à limitação da corrente e consequentemente do torque à um valor fixo, como demonstrado no item 2.3.

2.4.3 $E_g(t)$ -x t

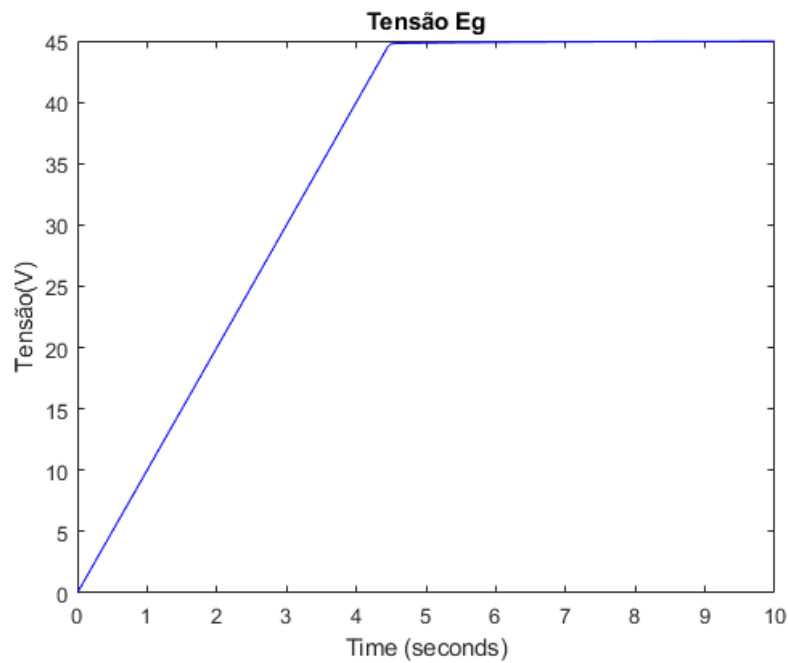


Figura 8: Tensão E_g do motor

Devido ao coeficiente de velocidade (K_v) unitário, a curva de tensão E_g segue os mesmos valores da velocidade w .

2.4.4 $V_t(t)$ x t

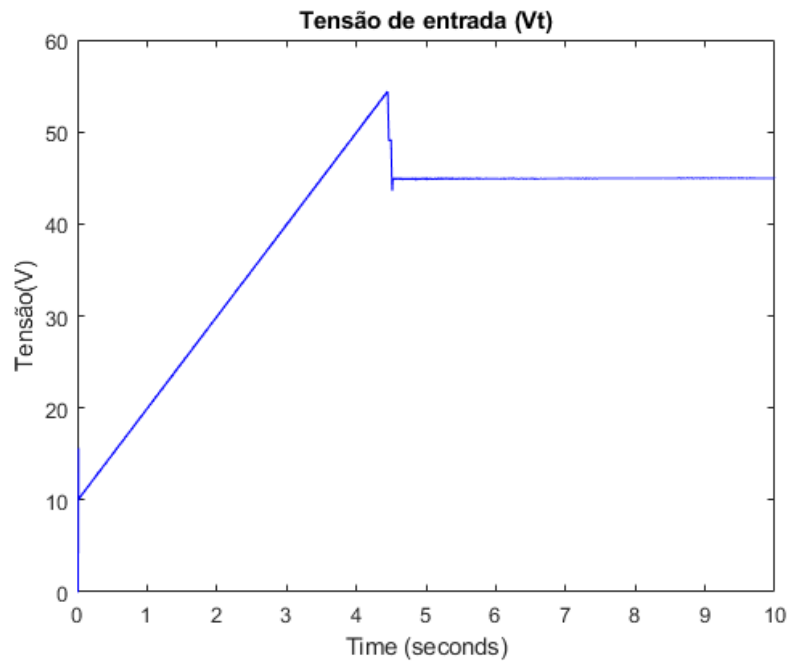


Figura 9: Tensão de entrada V_t

A tensão de entrada cresce linearmente devido à corrente da armadura ter valor máximo de 10A. Após o valor de rotação ser atingido, a tensão se mantém em 45V devido à tensão E_g gerada no motor.

2.4.5 $\delta \times t$

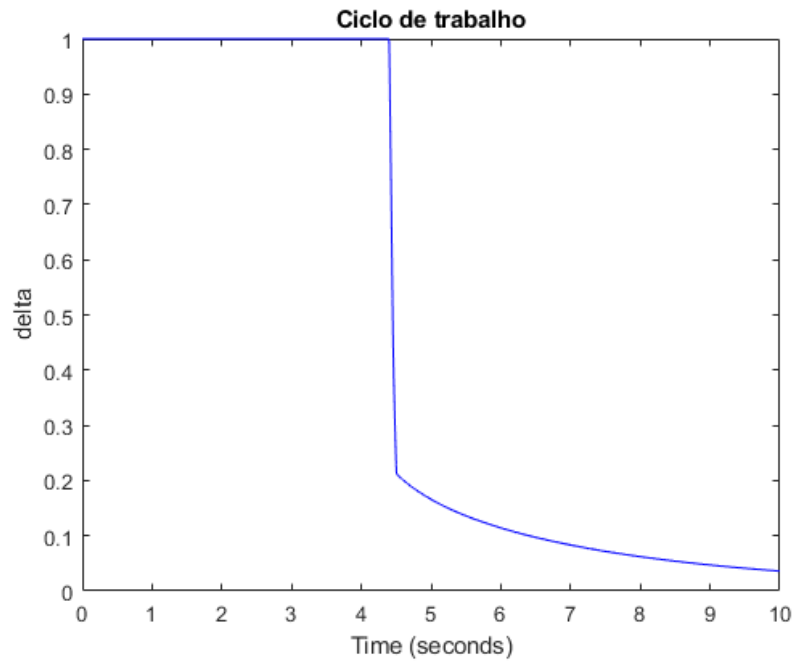


Figura 10: Ciclo de trabalho gerado pelo controlador

O controlador proporcional inicia com ciclo de trabalho máximo devido à aceleração do motor. Vale notar, porém, que a tensão fornecida ao motor não é máxima devido ao limitador de corrente. Após a estabilização de sua rotação, a saída do controlador tende a zero.

2.4.6 $I_a(t) \times t$

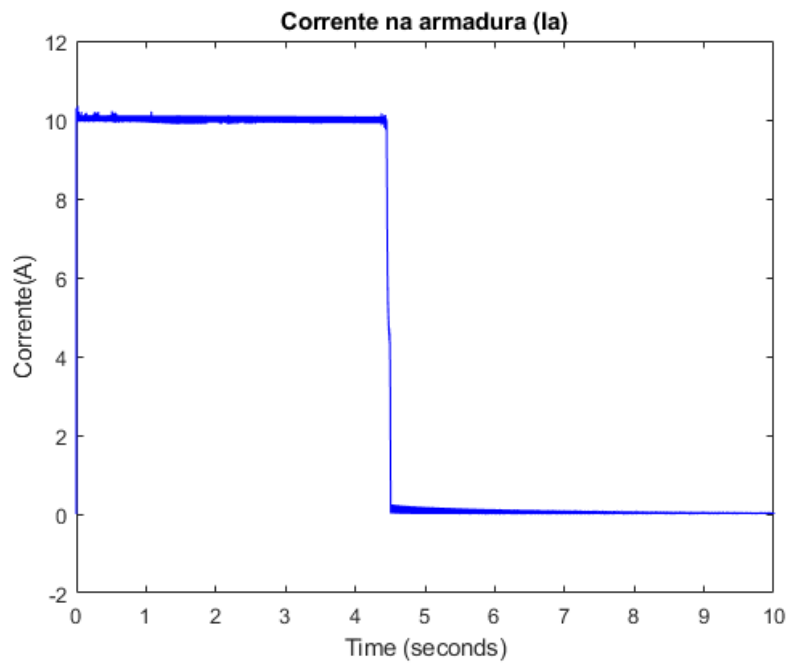


Figura 11: Corrente de armadura do motor

A corrente inicia limitada à 10A até a aceleração máxima do motor. Após a estabilização de sua velocidade, como não há perdas nem carga dissipativa, a corrente tende a zero.

2.5 Determinar o ciclo crítico de trabalho e a trajetória percorrida no plano $\delta x V_t$

2.5.1 Ciclo crítico de trabalho

Sabendo que para que o ciclo de trabalho crítico, t_x deve ser igual a 0, como pode ser observado na figura 4:

$$\delta \cong \frac{E_g}{E} = \frac{45}{100} = 0.45 \quad (17)$$

2.5.2 Trajetória percorrida no plano $\delta x V_t$

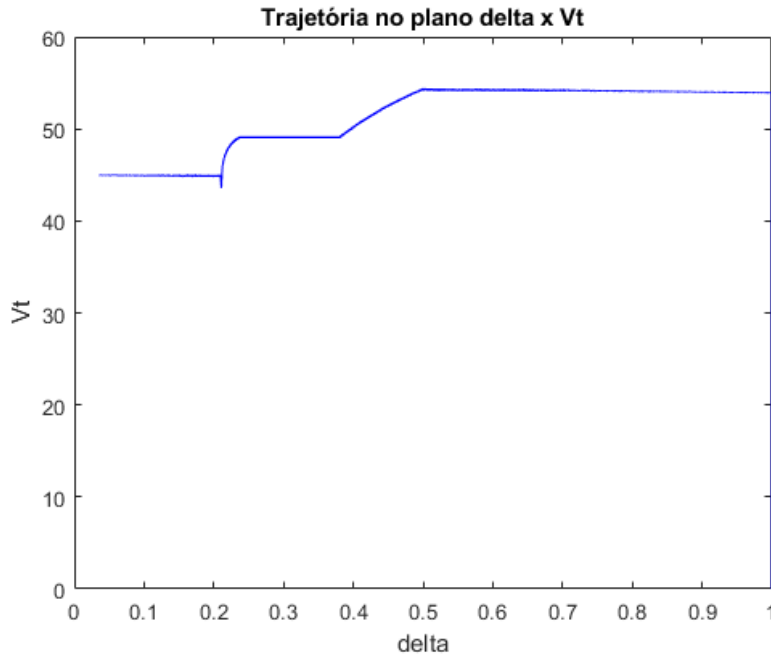


Figura 12: Trajetória no plano delta x V_t

2.6 Corrente necessária para manter a rotação constante com $B = 0.1 \text{ Nms/rd}$

Em regime permanente, desconsiderando a ação de um torque externo, podemos calcular o torque mecânico atuante no sistema:

$$T_{em} = B\omega_m \implies T_{em} = 4.5 \text{ Nm} \quad (18)$$

E, por consequência, a potência mecânica do mesmo:

$$P_m = T_{em}\omega_m \implies P_m = 202.5 \text{ W} \quad (19)$$

Como não há perdas e o sistema já se encontra em regime permanente, a potência mecânica pode ser considerada igual à elétrica, assim:

$$P_m = P_e \implies e_a i_a = 202.5 \text{ W} \implies i_a = 4.5 \text{ A} \quad (20)$$

Portanto, a corrente de armadura nessa situação seria de 4.5A. Este valor é comprovado no próximo exercício, através de simulações.

3 Exercício 2

Para o segundo exercício, foi construído o diagrama de blocos abaixo no Simulink. Nele, além dos blocos referentes ao comportamento do motor, temos um controle PID que alimenta o duty cycle de um gerador de PWM, além de um sistema para limitar a corrente em 10A.

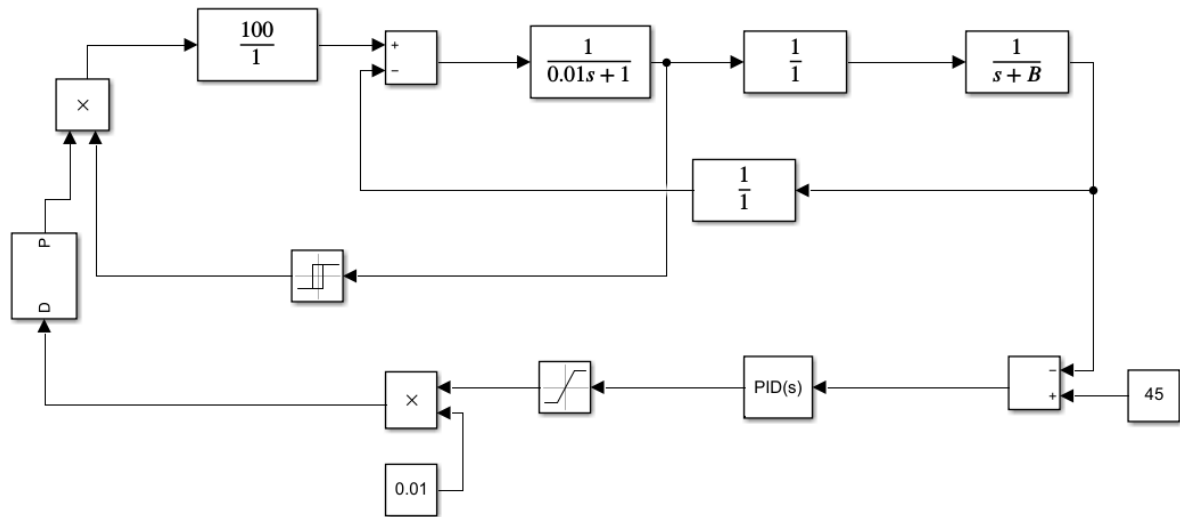


Figura 13: Modelo construído no Simulink

3.1 Simulação para $B = 0.1$

3.1.1 $w(t) \times t$

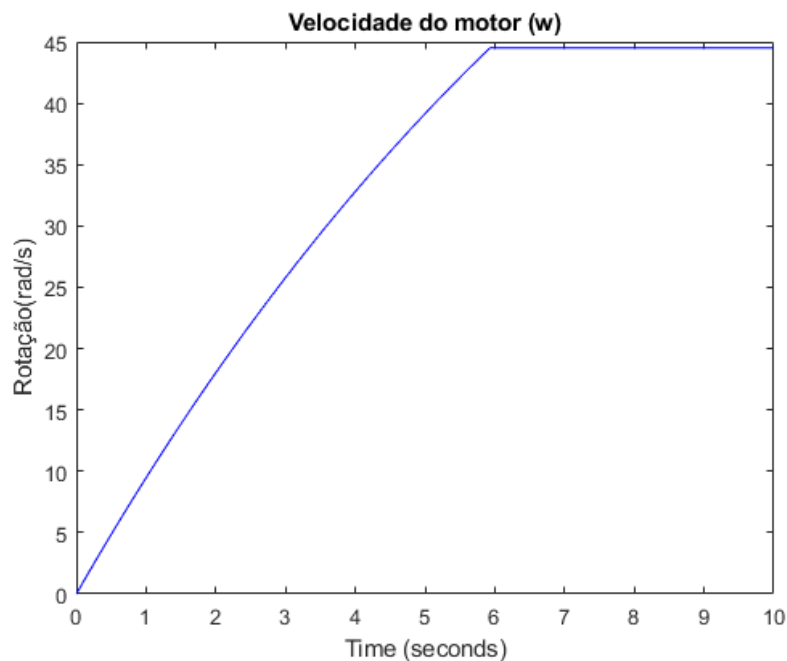


Figura 14: Velocidade do motor

Comparativamente com o caso anterior em que $B = 0$, agora temos uma curva de aceleração não linear devido à perda ocorrida. Além disso, o motor leva agora mais tempo para atingir a velocidade desejada.

3.1.2 $E_g(t) \times t$

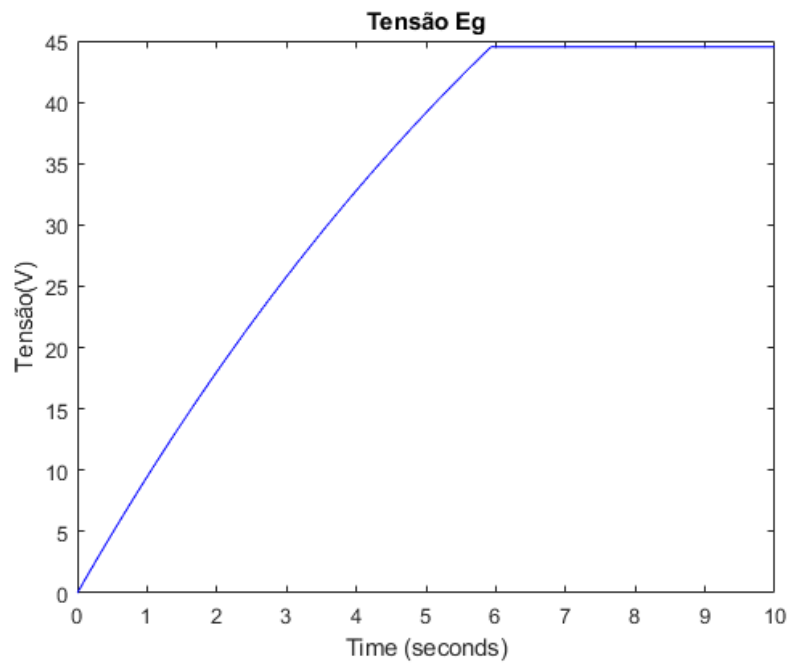


Figura 15: Gráfico da tensão E_g

3.1.3 $V_t(t) \times t$

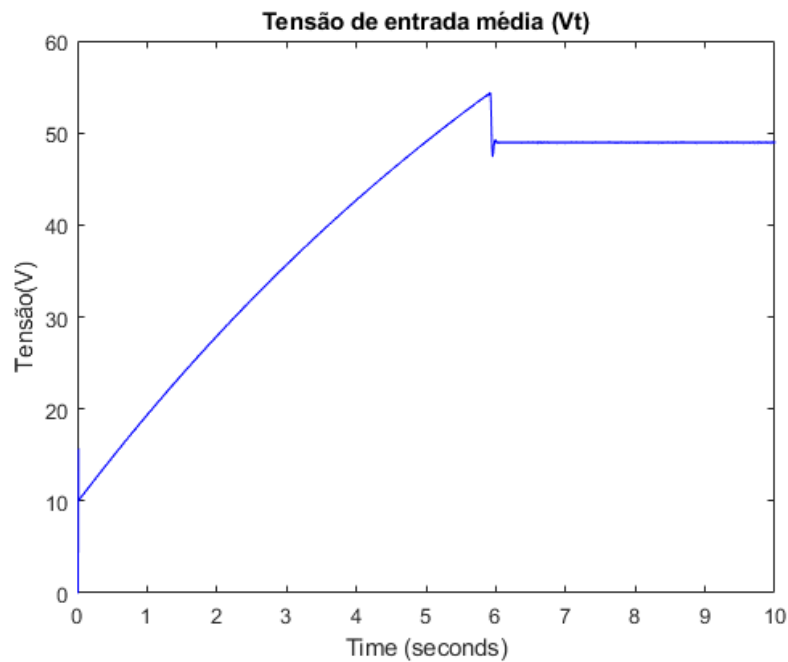


Figura 16: Gráfico da tensão V_t

A tensão V_t se estabiliza em uma média de 49.5V. Isso pode ser inferido devido à corrente de armadura já calculada no exercício anterior de $i_a = 4.5A$, assim:

$$V_t = E_g + R_a I_a \implies V_t = 45 + 1 * 4.5 \implies V_t = 49.5V \quad (21)$$

3.1.4 $\delta \times t$

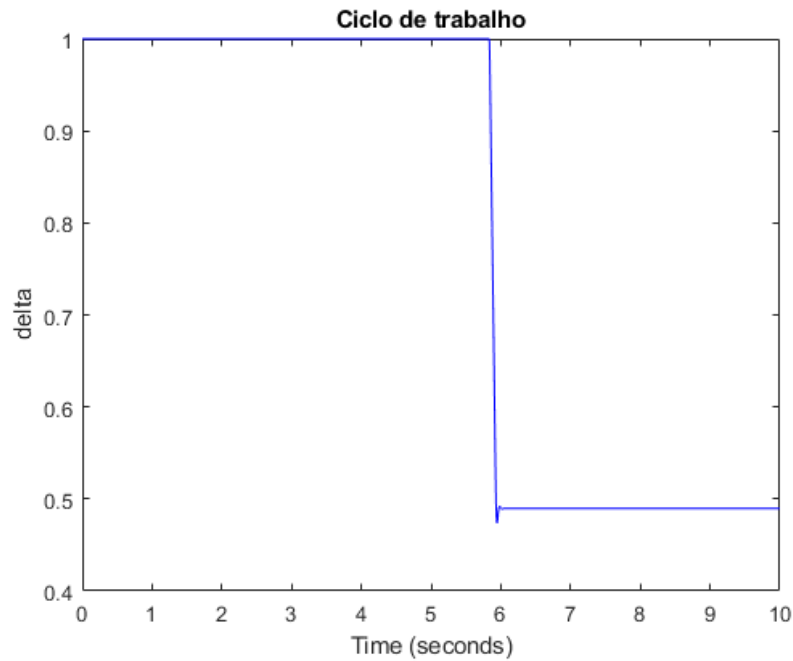


Figura 17: Gráfico do ciclo de trabalho do PID

O ciclo de trabalho não vai a 0 em regime permanente como no primeiro exercício, pois agora temos perdas no sistema. Assim, o mesmo se estabiliza em 0.495 para manter a tensão $V_t = 49.5V$.

3.1.5 $I_a(t) \times t$

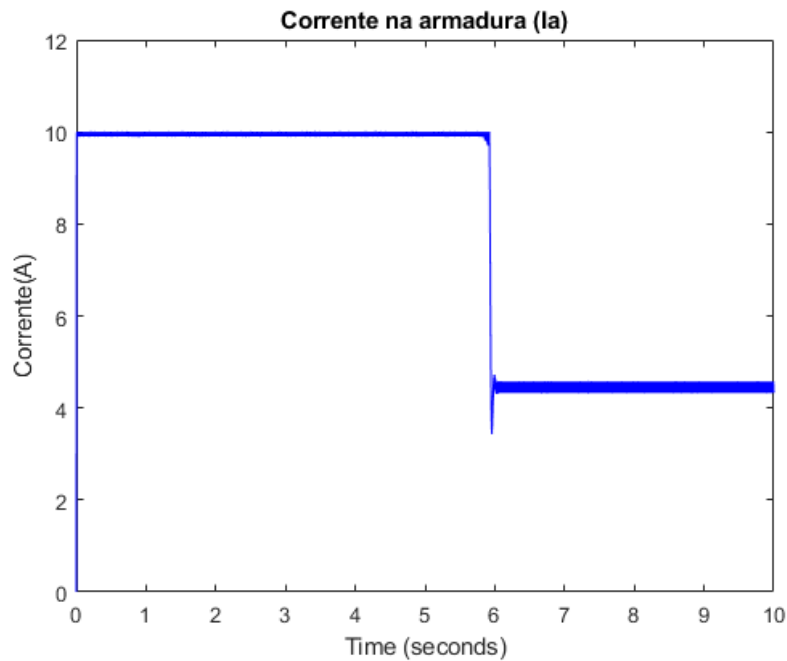


Figura 18: Gráfico da corrente Ia

Como já calculado anteriormente no exercício 1, a corrente de armadura média necessária para manter o motor à 45rad/s com $B = 0.1$ é de $I_a = 4.5A$. Isso pode ser comprovado pelo gráfico gerado na simulação.

3.2 Simulação para $B = 0.01$

Este caso foi simulado com o mesmo modelo do caso acima, apenas sendo alterada sua variável B . Seus resultados apresentam um caso intermediário entre $B = 0$ e $B = 0.1$.

3.2.1 $w(t) \times t$

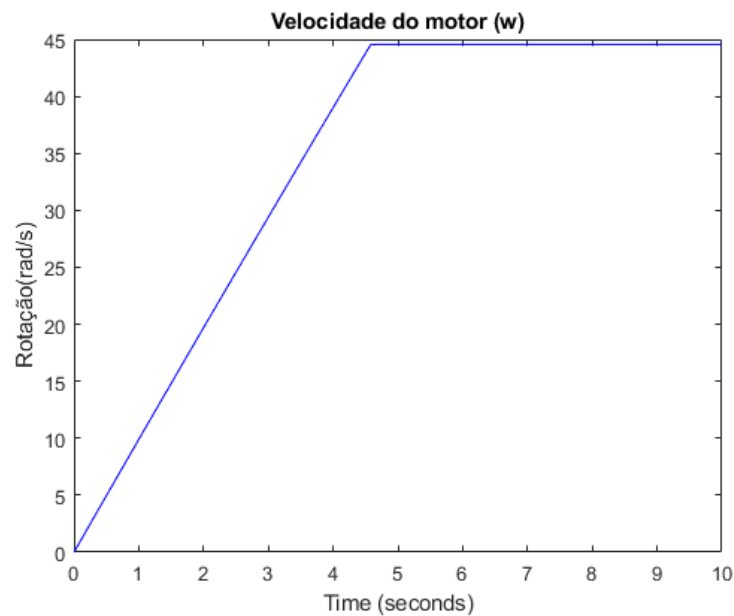


Figura 19: Velocidade do motor

Assim como no caso de $B = 0.1$, a curva de aceleração do motor é não linear, porém este leva um tempo intermediário entre os casos de $B = 0$ e $B = 0.1$.

3.2.2 $E_g(t) \times t$

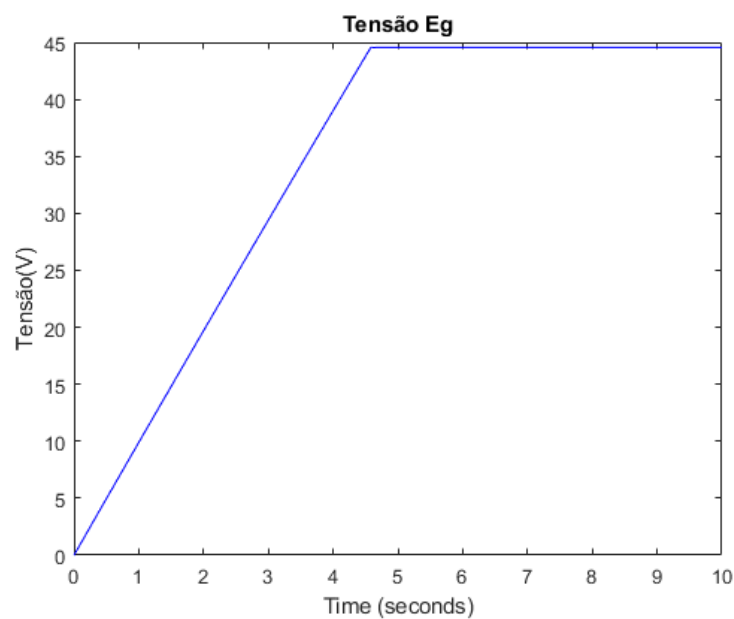


Figura 20: Gráfico da tensão E_g

3.2.3 $V_t(t) \times t$

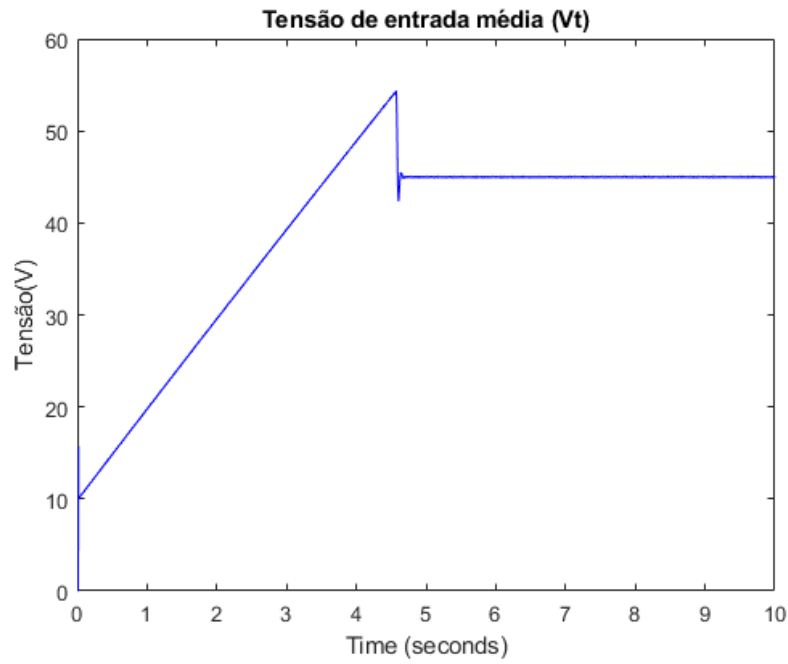


Figura 21: Gráfico da tensão V_t

Após a aceleração do motor a tensão de entrada média se estabiliza em $V_t = 45.45V$, como pode ser verificado:

$$V_t = E_g + R_a I_a \implies V_t = 45 + 1 * 0.45 \implies V_t = 45.45V \quad (22)$$

3.2.4 $\delta \times t$

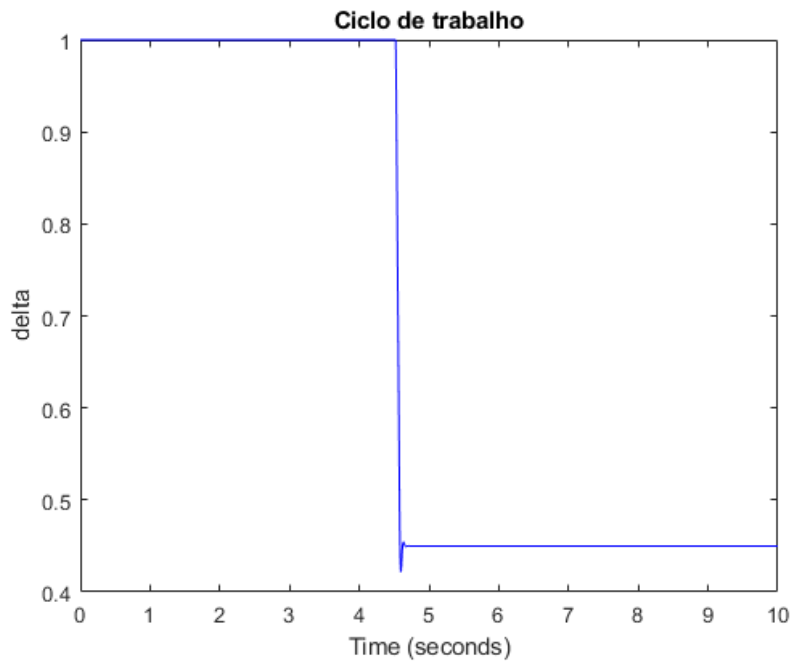


Figura 22: Gráfico do ciclo de trabalho do PID

O ciclo de trabalho, para alimentar o motor à tensão V_t , se estabiliza em 0.4545.

3.2.5 $I_a(t)$ x t

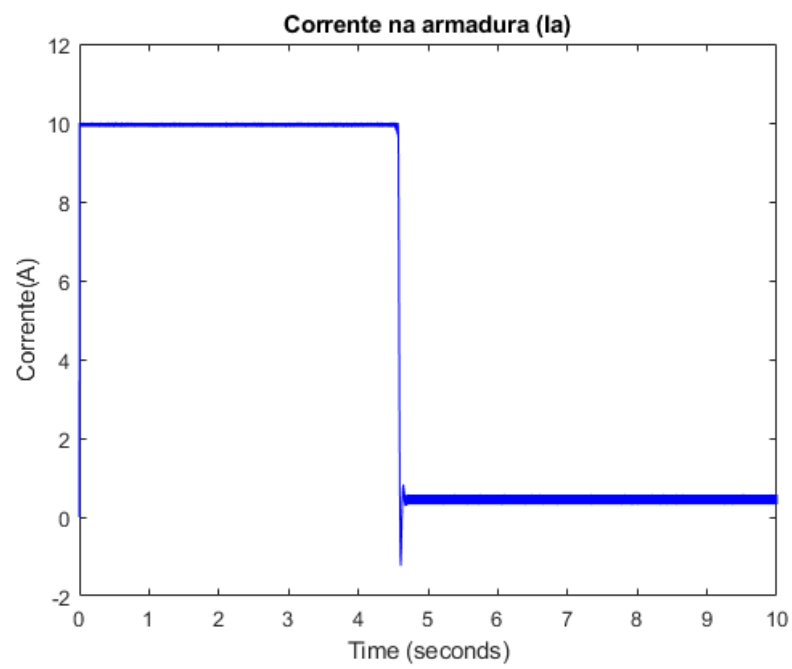


Figura 23: Gráfico da corrente Ia

Com $B = 0.01$, temos o torque $T_m = w_m B \implies T_m = 0.45 Nm$, assim $I_a = 0.45 A$.

4 Referências Bibliográficas

SEN, P.C. "Principles of Electric Machines and Power Electronics" Wiley India Pvt. Limited, Second Edition, 2007.

POMILLO, J.A. "Eletrônica de Potência - Cap4"DSE-FEEC-UNICAMP, 2014.