

# Universidade Estadual de Campinas

# ES728 - Controle Avançado de Sistemas Projeto de Aplicação Prática - Controle de um Oscilador Translacional

Nome Matheus G. A. Sasso Paulo V. da Silva Lage

RA158257
147607

# 1 Objetivo

Este projeto de aplicação tem como objetivo a análise e controle do Sistema Oscilador Torcional mostrado na figura 1.

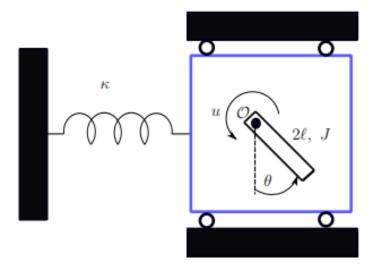


Figura 1: Sistema Oscilador Torcional

# 2 Modelo não Linear do Sistema

Dividindo o sistema em dois sub-sistemas, um do bloco e outro da barra que rotaciona no ponto O, obtemos os seguintes DCLs.

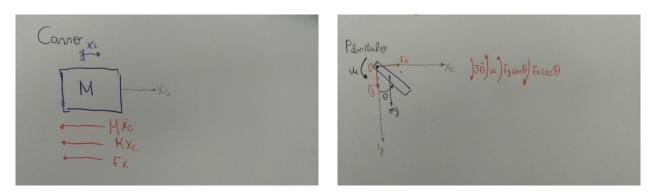


Figura 2: Diagramas de Corpo Livre(Esquerda: BLOCO; Direita: BARRA)

Da análise dos DLCs e usando o princípio de D'Alembert chegamos as seguintes equações:

• Equações do Bloco

$$\sum F_x : -M\ddot{x_c} + kx_c + +F_x = 0$$

• Equações da Barra

$$\sum F_x : m \frac{d^2}{dt^2} (x_c + l \sin \theta) = F_x$$

$$\sum F_y : m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = F_y + mg$$

$$\sum M_{CG} : J\ddot{\theta} - F_y \sin \theta l + F_x \cos \theta l = u$$

Re-arranjando as equações e combinando-as chegamos ao sistema:

$$\ddot{\theta}(J+ml^2) + \ddot{x}(ml\cos(\theta)) = u - mgl\sin(\theta)$$
$$\ddot{\theta}(ml\cos(\theta)) + \ddot{x}(M+m) = ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2 - kx_c$$

#### 3 Representação em Espaço de Estados

Considerando  $\xi_1 = \theta, \xi_2 = \dot{\theta}, \xi_3 = x_c, \xi_4 = \dot{x}_c$ , substituindo e rearranjando as equações do modelo não linear chegamos nas seguintes equações:

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2$$

$$\dot{\xi}_2 = \frac{[u - mgl\sin(\xi_1)](M + m) - [ml\sin(\xi_1)\xi_2^2 - k\xi_3]ml\cos(\xi_1)}{(J + ml^2)(M + m) - [ml\cos(\xi_1)]^2}$$

$$\dot{\xi}_3 = \xi_4$$

$$\dot{\xi}_4 = \frac{[ml\sin(\xi_1)\xi_2^2 - k\xi_3](J + ml^2) - [uml\cos(\xi_1) - (ml)^2g\frac{\sin(2\xi_1)}{2}]}{(J + ml^2)(M + m) - [ml\cos(\xi_1)]^2}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \\ \dot{\xi}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(ml)^2 \frac{\sin(2\xi_1)}{2} \xi_2}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} & \frac{kml\cos(\xi_1)}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{ml\sin(\xi_1)\xi_2(J+ml^2)}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} & \frac{k(J+ml^2)}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{[u-mgl\sin(\xi_1)](M+m)}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} \\ 0 \\ \frac{(ml)^2 g \frac{\sin(2\xi_1)}{2} - uml\cos(\xi_1)}{(J+ml^2)(M+m)-[ml\cos(\xi_1)]^2} \end{bmatrix}$$

#### 4 Pontos de Equilíbrio

Fazendo  $[\dot{\xi_1}, \dot{\xi_2}, \dot{\xi_3}, \dot{\xi_4}] = [0, 0, 0, 0]$  obtemos os pontos de equilibrio do sistema.

$$PE: \xi_1 = \alpha \sin^{-1}(\frac{u}{mq}), \xi_2 = 0, \xi_3 = 0, \xi_4 = 0$$

Obs:  $\alpha$  pertence ao números inteiros.

#### 5 Linearização e Modelo de Espaço de Estado Linear

Escolhendo o ponto de equilíbrio  $[\theta_e, \theta_e, x_c, \dot{x}_c] = [0,0,0,0]$ , sendo:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX + Du$$

Para linearizar aplicamos o polinônio de taylor de 1<sup>a</sup> ordem para todos os termos das equações não lineares:

$$a_{ij} = \frac{\partial \dot{\xi_i}(\xi_e, u_{Ne})}{\partial \xi_i}; b_{ij} = \frac{\partial \dot{\xi_i}(\xi_e, u_{Ne})}{u_{Nk}}$$

para i, 
$$j = 1, \dots, n_x$$
 e k = 1,  $\dots, n_u$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-mlg(M+m)}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} & 0 & \frac{kml}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{(ml)^2g}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} & 0 & \frac{-k(J+ml^2)}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M+m}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} \\ 0 \\ \frac{-ml}{(J+ml^2)(M+m)-(ml)^2} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 6 Análise de Estabilidade

Substituindo os valores numéricos dados no exercício 6 e usando o comando eig(), na matriz A linealizada chegamos a matriz dos autovalores:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} +2.2933i \\ -2.2933i \\ +0.4079i \\ -0.4079i \end{bmatrix}$$

Vendo que a matriz  $\Lambda$  possui apenas autovalores complexos conjugados com parte real igual a zero o sistema não é estável nesse ponto de equilíbrio, e possui comportamento de de centro como mostrado na figura abaixo:

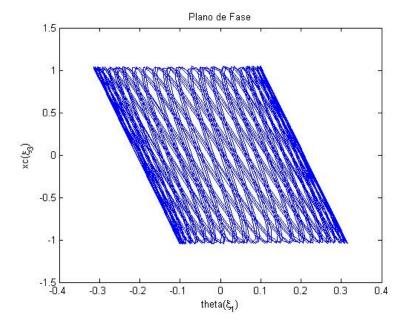


Figura 3: Plano de fase  $(\xi_1, \xi_3)$ 

Na figura 3 podemos ver que as variaveis de estado ficam oscilando em torno do ponto de equilibrio, mas não convergem para o mesmo, o que caracteriza o comportamento de centro.

## 7 Respostas dos Sistemas (Linear e não Linear)

Considerando uma entrada de controle  $u_{(t)}=0$ , e condições iniciais  $\theta_{(0)}=/3[rad]$  e  $x_{c(0)}=0.1[m]$ . Temos as seguites respostas:

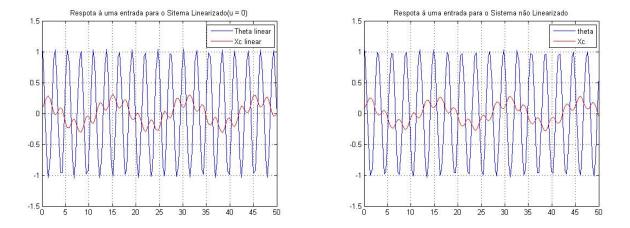


Figura 4: Posições Lineares e angulares para o sistema linearizado e não linearizado

Analisando as respostas dos sistemas para a posição linear $(x_c)$  e a posição angular  $(\theta)$ , notamos que ambas possuem comportamento semelhante em torno do ponto de equilíbrio o que valida a linearização ao redor desse ponto de equilibrio no caso das condições iniciais escolhidas nesse exercício.

Podemos notar novamente, que o sistema oscila em torno do ponto (0,0), sem convergir quando 't' tende ao  $\infty$ .

# 8 Resposta para uma entrada $u_{(t)} = -kx$

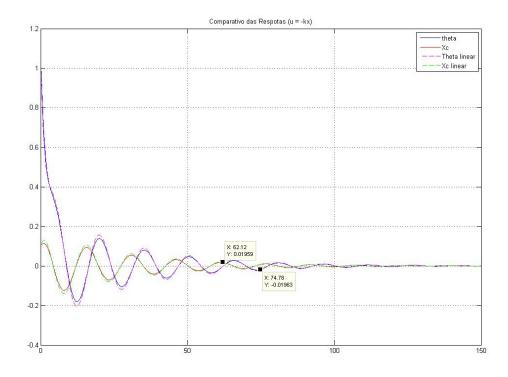


Figura 5: Comparativo das Respostas dos Sistemas Linearizado e não Linearizado

Na figura 5, podemos notar que a entrada de controle u(t) = -kx, com k=[8.75 31.50 14.50 66.50], permite que o sistema estabilize reduzindo a vibração em  $x_c$ , de acordo também com a figura 5, temos o tempo de estabilização de  $x_c$  em torno de  $t_{e_{xc}} = 62.12s$ , e para  $\theta$  em torno de  $t_{e_{\theta}} = 74.78s$ .

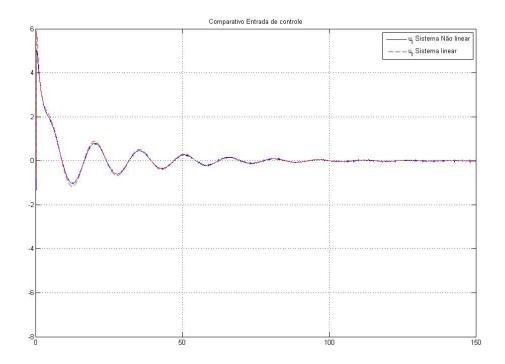


Figura 6: Comparativo das Entradas de controle

O Comparativo das entradas de controle na figura 6, demonstra que a entrada para o sistema linearizado e não linearizado são muito semelhantes.

# 9 Análise dos Autovalores e Estabilidade do Sistema para Entrada $u_{(t)} = -kx$

Através do comando eig(A - B\*k), no matlab foi encontrada a seguinte matriz dos autovalores:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -21.5222 \\ -0.5935 \\ -0.0359 + 0.4113i \\ -0.0359 - 0.4113i \end{bmatrix}$$

Na matriz  $\Lambda$  todos os autovalores são negativos o que indica que o sistema para essa entrada de controle é estável.

Ultilizando o comando lyap(A - BK, Q), no matlab para resolver a equação de lyapunov, sendo Q uma matriz identidade 4x4, chegamos a seguinte matriz P:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0226\\ 5.3155\\ 79.8507\\ 158.5545 \end{bmatrix}$$

Como todos os autovalores da matriz P são positivos o sistema é Hurwitz estável de acordo com o critério de lyapunov.

#### 10 Controlabilidade

No matlab a matriz de controlabilidade encontrada foi:

$$Co = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0 & 0.0009 & -0.0198 & 0.4267 \\ 0.0009 & -0.0198 & 0.4267 & -9.1840 \\ 0 & -0.0001 & 0.0020 & -0.0427 \\ -0.0001 & 0.0020 & -0.0427 & 0.9181 \end{bmatrix}$$

A matriz de controlabilidade é singular  $\det(\text{Co}) = 1.7653\text{e}-004$ .

Do numerador e denominador da função de tranferência encontramos a seguinte matriz:

$$M = \begin{bmatrix} 4.6875 & 14.5327 & 22.1875 & 1.0000 \\ 14.5327 & 22.1875 & 1.0000 & 0 \\ 22.1875 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 4.6875 & 14.5327 & 22.1875 & 1.0000 \\ 14.5327 & 22.1875 & 1.0000 & 0 \\ 22.1875 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 
$$R = Co * M = \begin{bmatrix} 0.1488 & 0.0000 & 0.8929 & 0 \\ 0.0008 & 0.1488 & 0.0000 & 0.8929 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0893 & 0 \\ -0.0001 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0893 \end{bmatrix}$$

Usando R para as transformações chegamos a seguinte representação na forma canonica controlável:

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -2.1953 & -4.6875 & -14.5327 & -22.1875 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ -2.1953 & -4.6875 & -14.5327 & -22.1875 \end{bmatrix}$$
 
$$B = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 1.0000 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & -0.0893 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

#### Projeto do controlador para estabilização menor igual 40[s] e 11 esforço de controle $\mathbf{u} \leq 10[N.m]\mathbf{u}_{(t)} = -kx$

Para fazer a estabilização menor ou igual a 40[s], utilizamos a plataforma sisotool do matlab para configuramos esta condição alocar os polos. Para isso, criamos a matriz V e ponderamos os valores de xc e  $\theta$ . Com isso chegamos no valor de V =  $[0.1 \ 0 \ 50 \ 0]$ 

Como podemos observar na figura a seguir:

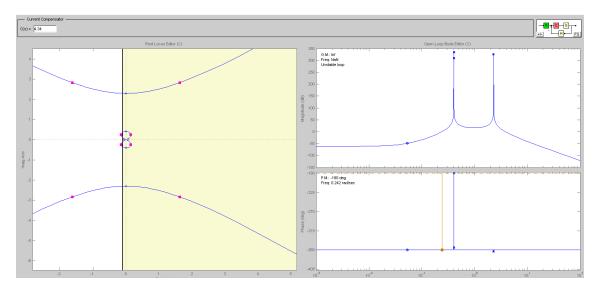


Figura 7: Comparativo das Respostas dos Sistemas Linearizado e não Linearizado para o ângulo e o deslocamento

No sisoto<br/>ol encontramos  $\rho=1~4,34$  Econtramos também o novo valor dos polos: -0,146  $\pm0,247i-1,92\pm8,83i$ 

Através deste nova realocação dos polos, foi verficado que a estabilização foi dada em aproximadamente 37.5[s]:

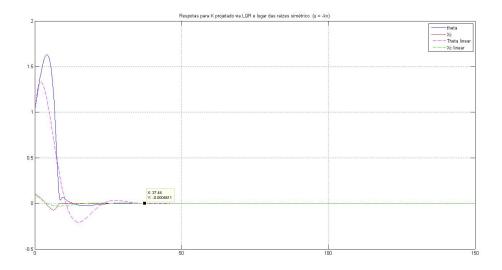


Figura 8: Comparativo das Respostas dos Sistemas Linearizado e não Linearizado para o ângulo e o deslocamento

Ademais, o módulo do esforço de controle tanto para o caso linear quanto para o caso não linear estão inferiores a 10[Nm\*s]:

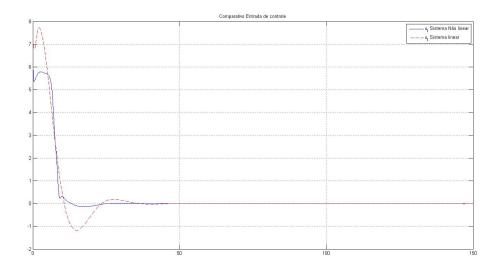


Figura 9: Comparativo do esforço de controle para o cado linear e não linear

Para estas modificações também encontramos um novo valor para o ganho K:

$$K = \begin{bmatrix} -0.0223 \ 22.7752 \ -70.2694 \ 188.1181 \end{bmatrix}$$

# 12 Projeto do Observador

Para projetar o observador, restruturamos a estrutura do projeto. Encapsulamos duas estruturas separadas (tanto para o caso continuo como para o discreto).

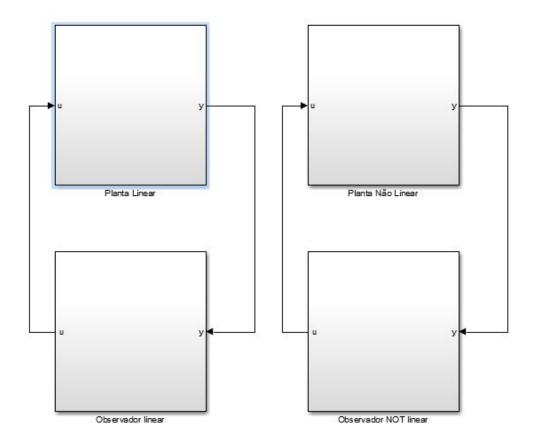


Figura 10: Estrutura do projeto com observador

Esta estrutura possui uma **Planta** em que a única entrada é a posição horizontal, como diz o enunciado, a única saída medida

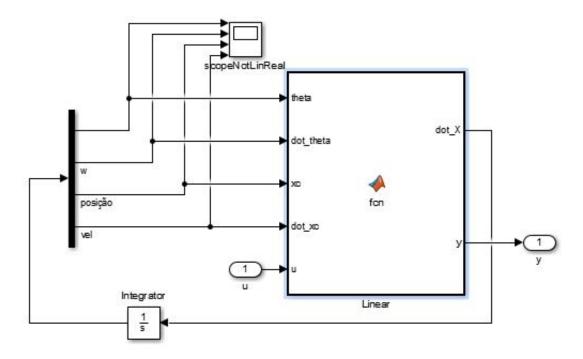


Figura 11: Estrutura da planta

As outras entradas da planta vêm a partir do **Observaodr**, que é capaz de estimar as entradas da planta através de um ganho L, que será encontrado de diversas maneiras no exercícios posteriores.

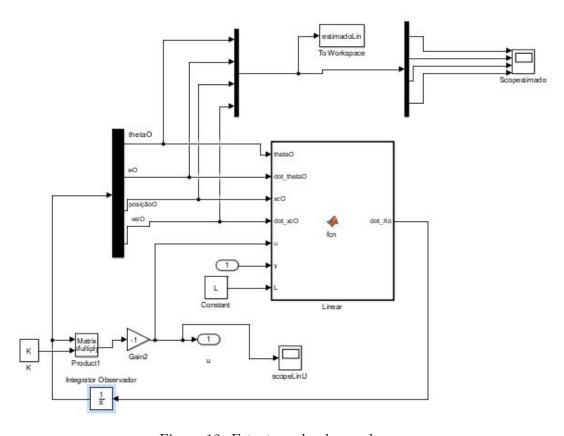


Figura 12: Estrutura do observador

É impotante ressaltar que dentro da matlab function, para determinarmo o valor de  $\dot{x_o}$ , utilizamos a estrutura teorica de observador em que:

$$\dot{x_0} = Ax_0 + Bu + L(y - y_0)$$
$$\dot{y_0} = Cx_0 + Du$$

#### Parte1

Para o primeiro item, sabe-se que não há ruídos. Desta maneira encontramos o ganho La através da função acker que nos resultou em:

$$La = \begin{bmatrix} 3.4557 \\ -0.8742 \\ 0.0516 \\ 0.0615 \end{bmatrix}$$

Para verificar a estabilidade com a estimação de L, plotamos o estimador e o sistema num mesmo gráfico, tanto para o caso linear e não linear, assim como o esforço de controle. É importante ressaltar que conforme aumentavamos a velocidade dos polos, verificavamos o esforço de controle até que atendess os requisitos do projeto. Pode-se observas os gráficos em seguida:

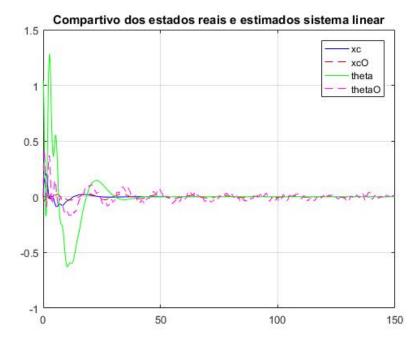


Figura 13: Posições lineares e angulares para planta e observador para o caso linear no caso sem ruído

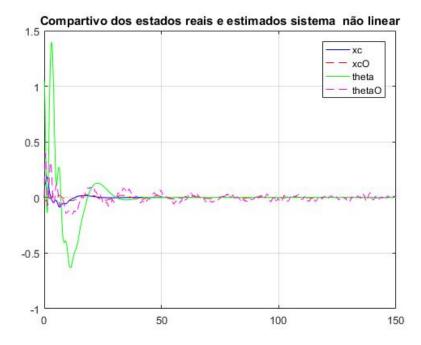


Figura 14: Posições lineares e angulares para planta e observador para o caso não linear no caso sem ruído

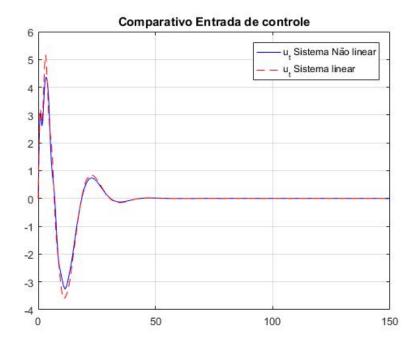


Figura 15: Esforço de controle no caso sem ruído

De fato, tanto o requisito de esforço de controle quanto de tempo de estabilização foram atendidos.  $\underline{\text{Parte2}}$ 

A partir deste ponto teremos dois L's , La (proveniente da função de Ackerman) e Lric (proveniente da função de Riccati);

$$La = \begin{bmatrix} 3.4557 \\ -0.8742 \\ 0.0516 \\ 0.0615 \end{bmatrix}; Lric = \begin{bmatrix} 3.2599 \\ 4.8844 \\ -0.2925 \\ -0.4815 \end{bmatrix}$$

Para os ruidos  $\sqrt{u}=0.01 que atuanas aidae oruido U=0.1 B que atuana entra da de controle, temos, :$ 

#### • Ackerman

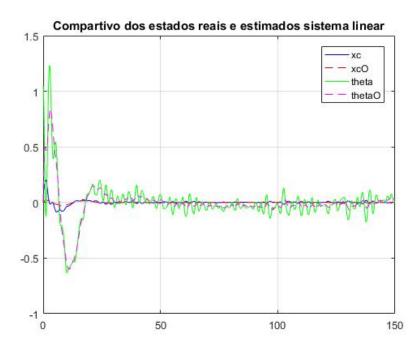


Figura 16: Comparativo Planta—Observador para Ackerman com ruido

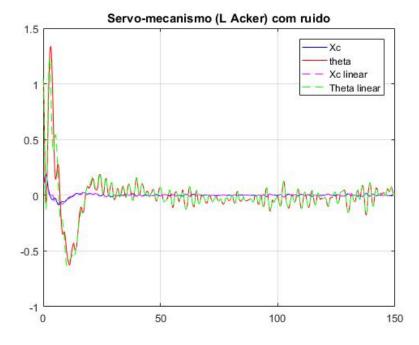


Figura 17: Saídas para o caso linear e não linear para Ackerman com ruído

#### • Ricatti

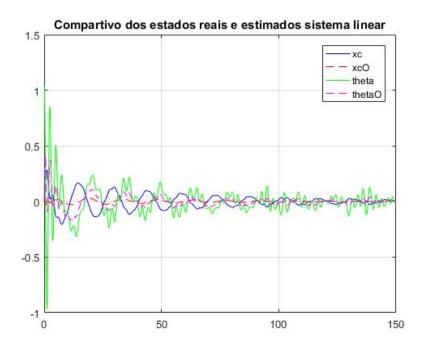


Figura 18: Comparativo Planta—Observador para Riccati com ruido

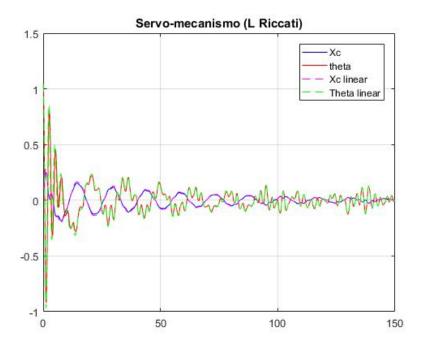


Figura 19: Saídas para o caso linear e não linear para Riccati com ruído

Através da realização do esperimento, podemos obervar que apesar de Ackerman estabilizar o sistema muito mais rápido, Riccati é aquele que rejeita mais ruído, tendo as desvantagem de o tempo de estabilização ser muito mais longo. O que é valido tanto para o observador, quanto para planta, em seus casos lineares e discretos

#### $\underline{\text{Parte3}}$

#### • Ackerman

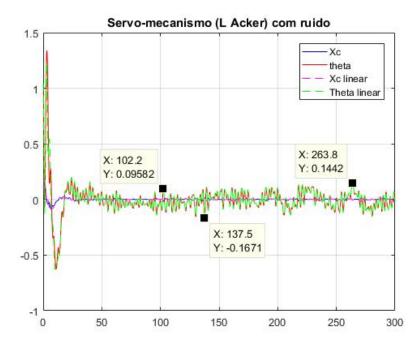


Figura 20: Saídas para o caso linear e não linear para Ackerman com ruído

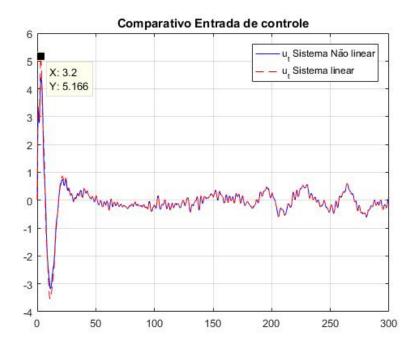


Figura 21: Esforço de controle para Ackerman com ruído

#### • Ricatti

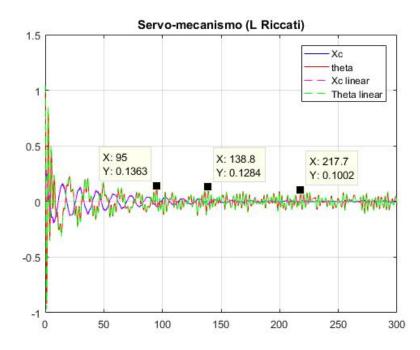


Figura 22: Saídas para o caso linear e não linea para Riccati com ruido

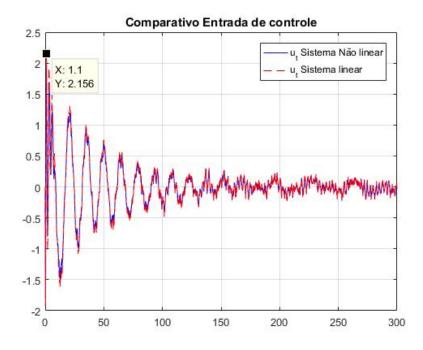


Figura 23: Esforço de controle para Riccati com ruído

Pode-se observar que os dois casos, o requisito de esforço de controle é atendido tanto par ao linear quanto para o discreta, mas o ruído faz com que o sistema seja instavel, logo o requisito de tempo de estabilização é quebrado. Além disso,como ja dito no item anterior, com maior absorção de ruídos em Riccati.

#### Parte4

Como solução para dar uma melhor solução para o problema, não se pode aumentar a velocidade do polo mais rápido, pois isso multiplicaria o ganho L, gerando mais ruído, e dando maaior instabilidade ao sistema. Por isso fizemos um ponderamento entre La e Lric, dando mais peso a Lric, uma vez que esta tática atenuaria os ruídos. Foi dada a ponderação  $L_{novo} = \frac{9*Lric+La}{10}$ . O que nos resultou em:

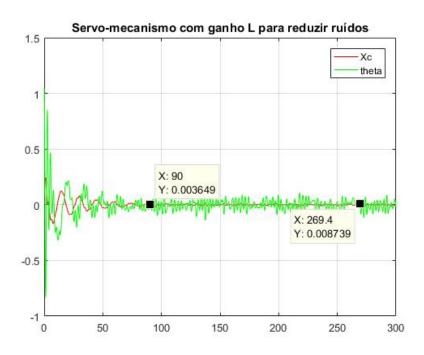


Figura 24: Saídas L ponderado

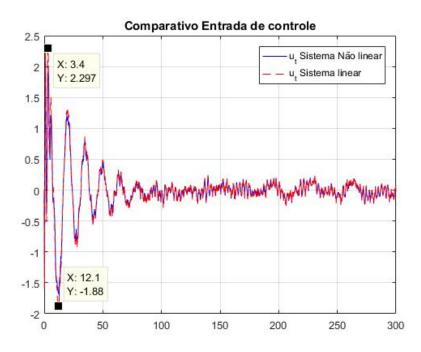


Figura 25: Esforço de controle para Saídas L ponderado

Podemos oberservar que o sistema estabilizou cosideravelmente mais rapido do que para Ricatti puro e além disso, continuamos com uma boa rejeição de ruídos.

## 13 Discretização

• T = 0.1

$$G(s) = \frac{0.000889z^3 - 0.0008868z^2 - 0.0008868z + 0.000889}{z^4 - 3.9464z^3 + 5.892z^2 - 3.946z + 1}$$

• T = 0.2

$$G(s) = \frac{0.00351z^3 - 0.003475z^2 - 0.003475z + 0.00351}{z^4 - 3.787z^3 + 5.575z^2 - 3.787z + 1}$$

# 14 Controlador $H_2$ com estrutura $u_{(k)} = -Kx_{(k)}$

Como estamos na estrutura de malha fechada, o sistema ao qual teremos a norma  $H_2$  é o seguinte:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hw$$

, sendo H as condições iniciais

$$\dot{y} = Cx + Du$$

Considerando  $S_d$  o sistema, se existirem matrizes simétricas W, e Y satisfazendo o problema de otimização convexa:

$$||S_d||_2^2 \le inf_{S>0,Y,W}Tr(W)$$

Sujeito as desigualdades matriciais lineares

$$\begin{bmatrix} S & * & * \\ AS - BY & S & * \\ ES - FY & 0 & I \end{bmatrix} > 0; \begin{bmatrix} W & * & * \\ H & S & * \\ J & 0 & * \end{bmatrix} > 0; S > 0$$

então a lei de controle com u(t) = -Kx(t) com K = Y\* $S^{-1}$  é aquela que minimiza a norma  $H_2$  do sistema  $S_d$  que está em malha fechada

Assim o resultado da norma  $H_2$  e K para os dados valores de discretização são

• T = 0.1

$$H_2 = 1589.6$$
 
$$K = \begin{bmatrix} -0.3325 & 18.9429 & -54.8126 & 140.2739 \end{bmatrix}$$

• T = 0.2

$$H_2 = 802.2002$$
 
$$K = \begin{bmatrix} -1.6071 & 14.5374 & -43.2390 & 105.5158 \end{bmatrix}$$

# 15 Respostas $x_{1(k)}$ , $x_{3(k)}$ e $u_{(k)}$ para os valores de K obtidos no item anterior

Primeiramente criarmos uma nova estrutura de controle, em que no lugar do integrador, foi colocado um atraso  $\frac{1}{z}$ , ou seja à tempo discreto. Como mostrado a seguir:

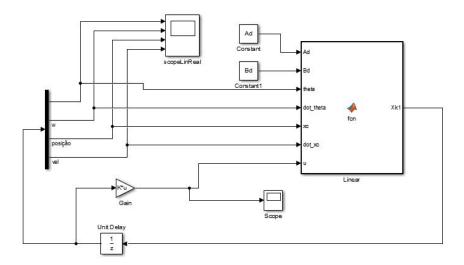


Figura 26: Estrutura de Controle Discreta

Os novos comportamento da saída, após aplicar a norma  $H_2$ ,<br/>tanto para a planta como para o observador bem como o esforço de de controle, para cada um dos T's de discretização, que nos deram novos valores de K são:

#### • T = 0.1

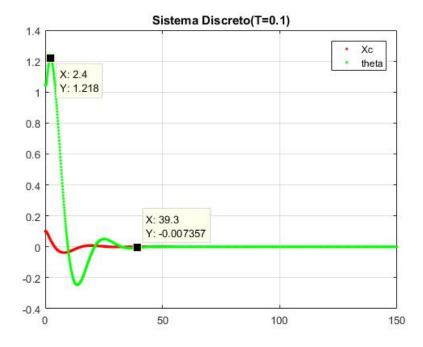


Figura 27: Saídas para o caso linear e não linear para T=0.1

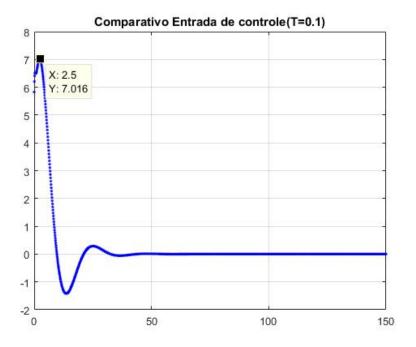


Figura 28: Esforço de controle para T=0.1

# • T = 0.2

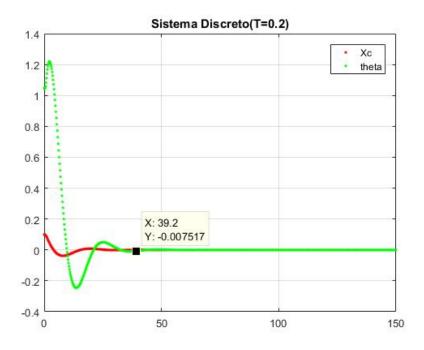


Figura 29: Saídas para o caso linear e não linear para  $T=0.2\,$ 

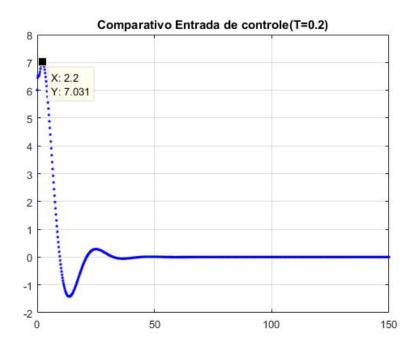


Figura 30: Esforço de controle para T = 0.2

Podemos observar que para T=0.1 tem-se uma representação sultimente mais próxima do continuo que para T=0.2, sendo que para o primeiro temos esforços de controle e tempo de estabilização sultimente melhores.

# 16 Sistema para lei de controle dada por: u(t) = Kx(tk), t[tk, tk+1)

Para este sistema  $t_k$  e  $t_{k+1}$  são instantes de amostragem sucessivos tais que  $t_{k+1}t_k = T > 0$  Primeiramente foi necessário remodelar a estrutura novamente, desta vez para tempo a sistema contínuo com um segurador de ordem zero para os tempos de discretização T = 0.1 e T = 0.2

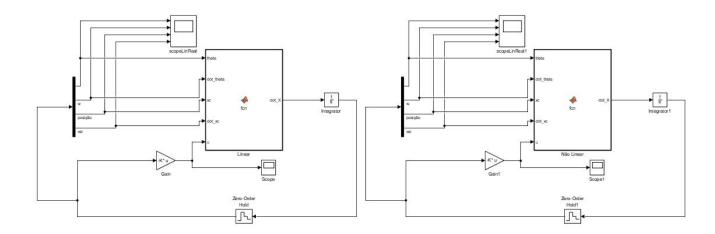


Figura 31: Estrutura com segurador de ordem zero para linearizado e não linearizado

Idealmente, o sistema para T=0.1, em relação à T=0.2, deve apresentar resultados mais fieis aos do controlador a tempo contínuo sem segurador de ordem zero, simplismente por se tratar de uma amostragem mais precisa dos dados.

#### • T = 0.1

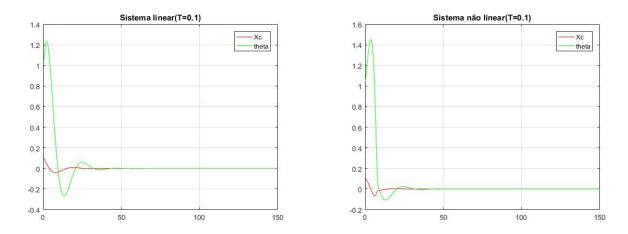


Figura 32: Posições Lineares e angulares para o sistema linearizado e não linearizado à tempo contínuo para T=0.1

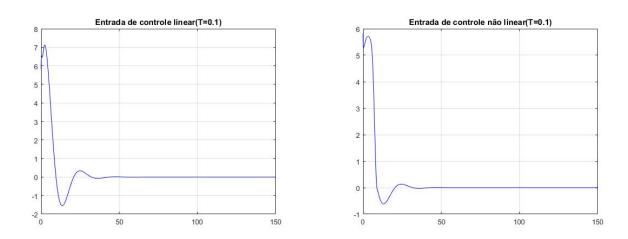


Figura 33: Esforço de Controle à tempo contínuo para T=0.1

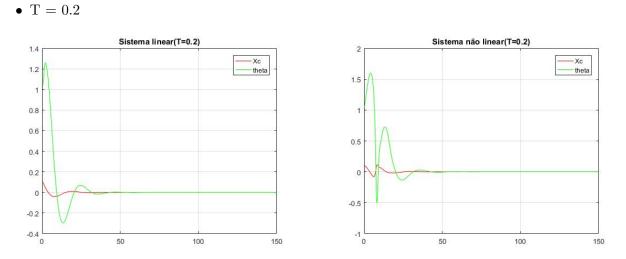


Figura 34: Posições Lineares e angulares para o sistema linearizado e não linearizado à tempo contínuo para T=0.2

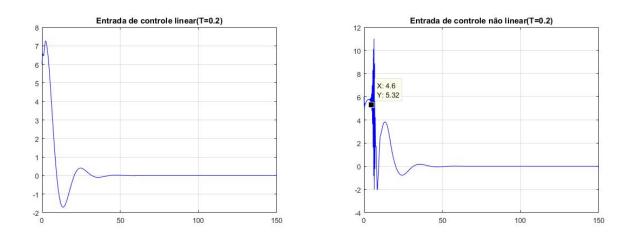


Figura 35: Esforço de Controle à tempo contínuo para T=0.2

De fato, podemos observar que para T=0.1, principalmente par ao sistema não linearizado, ou seja, que apresenta discontinuidades, houve uma estabilização mais eficiente, pois trata-se de uma maior precisão

# 17 Deslocamento linear para sistema a tempo contínuo e discreto

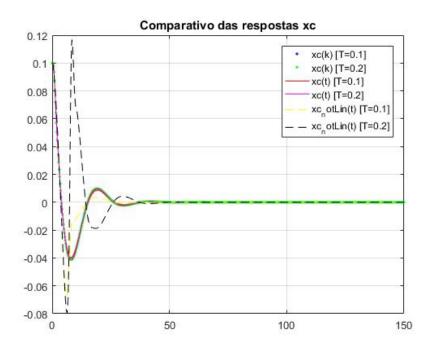


Figura 36: Comparativo das respostas de xc

# 18 Deslocamento angular para sistema a tempo contínuo e discreto

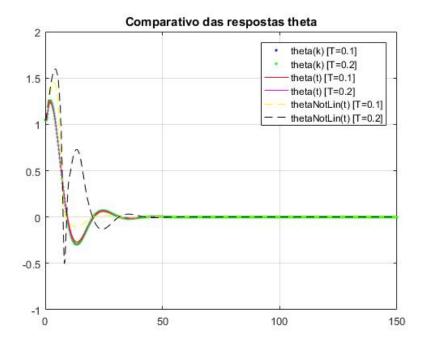


Figura 37: Comparativo das respostas de  $\theta$ 

# 19 esforço de controle para sistema a tempo contínuo e discreto

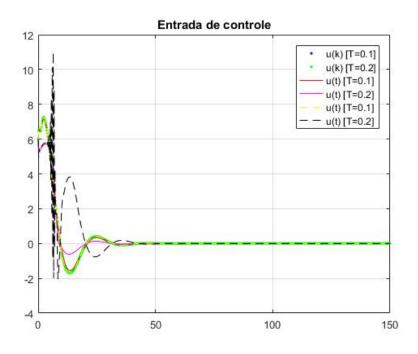


Figura 38: comparativo dos esforços de controle

# Conclusão

Confome verificado na figuras 36 e 37, as respotas para o deslocamento horinzontal e angular, são satisfatórias para a maioria dos controladores. Porém, vale resaltar que o controlador discreto com o periodo de amostragem (T=0.2s), aplicado ao sistema contínuo, possui dois picos de oscilação, e maio tempo de estabilização . Isso ocorre porque a frequência de amostragem não foi grande o suficiente para controlar o sistema de maneira tão eficiente quanto aos outros controladores de (T=0.1s) aplicado ao sistema não linearizado.

Vale ressaltar que o único que não segue muito bem para o deslocamento angular é o não linear com o periodo de amostragem (T=0.2s), aplicado ao sistema contínuo

Confome verificado na figura 38, o esforços de controle, são satisfatórios para a maioria dos controladores. Porém, vale resaltar que o controlador discreto com o periodo de amostragem (T=0.2s), aplicado ao sistema contínuo, o pré requisito de esforço de controle |u|<10 não foi atendido. Isso ocorre porque a frequência de amostragem não foi grande o suficiente para controlar o sistema de maneira tão eficiente quanto aos outros controladores de (T=0.1s) aplicado ao sistema não linearizado.

# Referências

- 1. http://www.fem.unicamp.br/~grace/Controle\_Avancado.html
- 2. Notas de Aula da disciplina Análise e Controle de Sistemas Lineares por Desigualdades Matriciais Lineares Prof. Ricardo/Pedro FEEC/UNICAMP
- 3. https://engenheirosautomatico.blogspot.com/2017/09/controle-robusto-norma-h-infinito.html