



Ex. 04 - Comparações Múltiplas

Exercício 01. Considere os contrastes $Y_1 + Y_2 + Y_3$ dados por:

$$Y_1 = \mu_1 - \mu_2$$

$$Y_2 = 2\mu_2 - \mu_3 - \mu_4$$

$$Y_3 = \mu_3 - \mu_4$$

Verifique quais são ortogonais.

Exercício 02. Construa um grupo de contrastes ortogonais para os dados do exemplo 2.

EXERCÍCIO 01



Por definição, dois contrastes são ditos como ortogonais quando atendem a igualdade $\sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} = 0$ e todos os tratamentos apresentam o mesmo número de repetições.

Para facilitar a análise, irei isolar previamente cada termo dos contrastes apresentados:

| Contraste | μ_1 | μ_2 | μ_3 | μ_4 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| $Y_1 = \mu_1 - \mu_2$ | 1 | -1 | 0 | 0 |
| $Y_2 = 2\mu_2 - \mu_3 - \mu_4$ | 0 | 2 | -1 | -1 |
| $Y_3 = \mu_3 - \mu_4$ | 0 | 0 | 1 | -1 |

Logo, temos que testar cada contraste individualmente, par a par.

a. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_2$:**

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} &= \frac{(c_{1.1} \times c_{2.1}) + (c_{1.2} \times c_{2.2}) + (c_{1.3} \times c_{2.3}) + (c_{1.4} \times c_{2.4})}{x} = \\ &\dots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 2}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} = \\ &\dots 0 + \frac{-2}{x} + 0 + 0 \neq 0 \end{aligned}$$

\therefore Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_2$ não são contrastes ortogonais.

b. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_3$:**

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} &= \frac{(c_{1.1} \times c_{3.1}) + (c_{1.2} \times c_{3.2}) + (c_{1.3} \times c_{3.3}) + (c_{1.4} \times c_{3.4})}{x} = \\ &\dots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 0}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} = \\ &\dots 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

\therefore Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_3$ são contrastes ortogonais.

c. **Ortogonalidade entre $Y_2|Y_3$:**

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} &= \frac{(c_{2.1} \times c_{3.1}) + (c_{2.2} \times c_{3.2}) + (c_{2.3} \times c_{3.3}) + (c_{2.4} \times c_{3.4})}{x} = \\ &\dots \frac{0 \times 0}{x} + \frac{2 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 1}{x} + \frac{(-1) \times (-1)}{x} = \\ &\dots 0 + 0 + \frac{-1}{x} + \frac{1}{x} = 0 \end{aligned}$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_2|Y_3$ são contrastes ortogonais.

CONCLUSÕES

Os contrastes ortogonais são:

Y_1 e Y_3

Y_2 e Y_3

EXERCÍCIO 02

O exemplo 02 aborda um experimento com as seguintes características:

- Delineamento: DIC
- Fonte de variação: Cultivares (A, B, C e D)
- Variável resposta: Produtividade (kg/100m²)

▼ CONSTRUÇÃO DE CONTRASTES

Grupos de contrastes possíveis seriam:

- $Y_1 = \mu_1 - \mu_2$
- $Y_2 = \mu_3 - \mu_4$
- $Y_3 = \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4$

Isolando os termos em forma de tabela, teríamos:

| Contraste | μ_1 | μ_2 | μ_3 | μ_4 |
|-----------|---------|---------|---------|---------|
| Y_1 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| Y_2 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| Y_3 | 1 | 1 | -1 | -1 |

▼ TESTE DE ORTOGONALIDADE

a. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_2$:**

$$\sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{2.1}) + (c_{1.2} \times c_{2.2}) + (c_{1.3} \times c_{2.3}) + (c_{1.4} \times c_{2.4})}{x} =$$

$$\dots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 0}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$

$$\dots 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_2$ são contrastes ortogonais.

b. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{3.1}) + (c_{1.2} \times c_{3.2}) + (c_{1.3} \times c_{3.3}) + (c_{1.4} \times c_{3.4})}{x} =$$

$$\dots \frac{1 \times 1}{x} + \frac{(-1) \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$

$$\dots \frac{1}{x} + \frac{-1}{x} + 0 + 0 = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_3$ são contrastes ortogonais.

c. **Ortogonalidade entre $Y_2|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^l \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{2.1} \times c_{3.1}) + (c_{2.2} \times c_{3.2}) + (c_{2.3} \times c_{3.3}) + (c_{2.4} \times c_{3.4})}{x} =$$

$$\dots \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{1 \times (-1)}{x} + \frac{(-1) \times (-1)}{x} =$$

$$\dots 0 + 0 + \frac{-1}{x} + \frac{1}{x} = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_2|Y_3$ são contrastes ortogonais.

CONCLUSÕES

Os contrastes propostos são ortogonais entre si.