Ex. 04 - Comparações Múltiplas

> **Exercício 01.** *Considere os contrastes $Y_1 + Y_2 + Y_3$ dados por:*
>
> $Y_1 = \mu_1 - \mu_2$
>
> $Y_2 = 2\mu_2 - \mu_3 - \mu_4$
>
> $Y_3 = \mu_3 - \mu_4$
> *Verifique quais são ortogonais.*
>
> **Exercício 02.** *Construa um grupo de contrastes ortogonais para os dados do exemplo 2.*

EXERCÍCIO 01

📌 Por definição, dois contrastes são ditos como ortogonais quando atendem a igualdade $\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = 0$ e todos os tratamentos apresentam o mesmo número de repetições.

Para facilitar a análise, irei isolar previamente cada termo dos contrastes apresentados:

Contraste	μ1	μ2	μ3	μ4
$Y_1 = \mu_1 - \mu_2$	1	-1	0	0
$Y_2 = 2\mu_2 - \mu_3 - \mu_4$	0	2	-1	-1
$Y_3 = \mu_3 - \mu_4$	0	0	1	-1

Logo, temos que testar cada contraste individualmente, par a par.

a. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_2$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{2.1}) + (c_{1.2} \times c_{2.2}) + (c_{1.3} \times c_{2.3}) + (c_{1.4} \times c_{2.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 2}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots 0 + \frac{-2}{x} + 0 + 0 \neq 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_2$ **não são contrastes ortogonais**.

---

b. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{3.1}) + (c_{1.2} \times c_{3.2}) + (c_{1.3} \times c_{3.3}) + (c_{1.4} \times c_{3.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 0}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_3$ **são contrastes ortogonais**.

---

c. **Ortogonalidade entre $Y_2|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{2.1} \times c_{3.1}) + (c_{2.2} \times c_{3.2}) + (c_{2.3} \times c_{3.3}) + (c_{2.4} \times c_{3.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{0 \times 0}{x} + \frac{2 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 1}{x} + \frac{(-1) \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots 0 + 0 + \frac{-1}{x} + \frac{1}{x} = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_2|Y_3$ **são contrastes ortogonais**.

📊 CONCLUSÕES

Os contrastes ortogonais são:

Y_1 e Y_3

Y_2 e Y_3

EXERCÍCIO 02

O exemplo 02 aborda um experimento com as seguintes características:

- Delineamento: DIC
- Fonte de variação: Cultivares (A, B, C e D)
- Variável resposta: Produtividade (kg/100m²)

▼ CONSTRUÇÃO DE CONTRASTES

Grupos de contrastes possíveis seriam:

a. $Y_1 = \mu_1 - \mu_2$

b. $Y_2 = \mu_3 - \mu_4$

c. $Y_3 = \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4$

Isolando os termos em forma de tabela, teríamos:

Contraste	µ1	µ2	µ3	µ4
Y_1	1	-1	0	0
Y_2	0	0	1	-1
Y_3	1	1	-1	-1

▼ TESTE DE ORTOGONALIDADE

a. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_2$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{2.1}) + (c_{1.2} \times c_{2.2}) + (c_{1.3} \times c_{2.3}) + (c_{1.4} \times c_{2.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{1 \times 0}{x} + \frac{(-1) \times 0}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_2$ **são contrastes ortogonais**.

b. **Ortogonalidade entre $Y_1|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{1.1} \times c_{3.1}) + (c_{1.2} \times c_{3.2}) + (c_{1.3} \times c_{3.3}) + (c_{1.4} \times c_{3.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{1 \times 1}{x} + \frac{(-1) \times 1}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} + \frac{0 \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots \frac{1}{x} + \frac{-1}{x} + 0 + 0 = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_1|Y_3$ **são contrastes ortogonais**.

c. **Ortogonalidade entre $Y_2|Y_3$:**

$$\sum_{i=1}^{l} \frac{a_i b_i}{J_i} = \frac{(c_{2.1} \times c_{3.1}) + (c_{2.2} \times c_{3.2}) + (c_{2.3} \times c_{3.3}) + (c_{2.4} \times c_{3.4})}{x} =$$
$$\cdots \frac{0 \times 1}{x} + \frac{0 \times 1}{x} + \frac{1 \times (-1)}{x} + \frac{(-1) \times (-1)}{x} =$$
$$\cdots 0 + 0 + \frac{-1}{x} + \frac{1}{x} = 0$$

∴ Visto que a igualdade não é atendida, $Y_2|Y_3$ **são contrastes ortogonais**.

📊 CONCLUSÕES

Os contrastes propostos são ortogonais entre si.