LPO - Lógica de Primeira Ordem

Alexandre Rademaker

March 9, 2017

Como simbolizar sentenças como

- Todo mundo adora lógica.
- Tem um restaurante muito bom em Laranjeiras.
- Cada um no seu quadrado.
- Existe um número que é múltiplo de 3.

Como simbolizar sentenças como

- Todo mundo adora lógica.
- Tem um restaurante muito bom em Laranjeiras.
- Cada um no seu quadrado.
- Existe um número que é múltiplo de 3.

Como simbolizar sentenças como

- Todo mundo adora lógica.
- Tem um restaurante muito bom em Laranjeiras.
- Cada um no seu quadrado.
- Existe um número que é múltiplo de 3.

Como simbolizar sentenças como

- Todo mundo adora lógica.
- Tem um restaurante muito bom em Laranjeiras.
- Cada um no seu quadrado.
- Existe um número que é múltiplo de 3.

- "Joana adora lógica" é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- "João adora lógica"é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- Estou dizendo que existe um universo, um domínio (o conjunto de todas as pessoas no mundo) e que todo mundo nesse universo adora lógica.
- Podemos ver "adorar lógica" como uma propriedade. Joana e João, por exemplo, tem essa propriedade.

- "Joana adora lógica" é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- "João adora lógica"é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- Estou dizendo que existe um universo, um domínio (o conjunto de todas as pessoas no mundo) e que todo mundo nesse universo adora lógica.
- Podemos ver "adorar lógica" como uma propriedade. Joana e João, por exemplo, tem essa propriedade.

- “Joana adora lógica” é um caso particular de “Todo mundo adora lógica.”
- “João adora lógica”é um caso particular de “Todo mundo adora lógica.”
- Estou dizendo que existe um universo, um domínio (o conjunto de todas as pessoas no mundo) e que todo mundo nesse universo adora lógica.
- Podemos ver “adorar lógica” como uma propriedade. Joana e João, por exemplo, tem essa propriedade.

- "Joana adora lógica" é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- "João adora lógica"é um caso particular de "Todo mundo adora lógica."
- Estou dizendo que existe um universo, um domínio (o conjunto de todas as pessoas no mundo) e que todo mundo nesse universo adora lógica.
- Podemos ver "adorar lógica" como uma propriedade. Joana e João, por exemplo, tem essa propriedade.

2 é menor que 3.

"ser menor que" é uma relação

assim como "serem irmãos" na sentença "Joana e João são irmãos."

Chamaremos de predicado uma expressão utilizada para representar uma propriedade de um objeto ou relação entre um ou mais objetos.

2 é menor que 3.

"ser menor que" é uma relação

assim como "serem irmãos" na sentença "Joana e João são irmãos."

Chamaremos de predicado uma expressão utilizada para representar uma propriedade de um objeto ou relação entre um ou mais objetos.

2 é menor que 3.
"ser menor que" é uma relação
assim como "serem irmãos" na sentença "Joana e João são irmãos."
Chamaremos de predicado uma expressão utilizada para representar uma propriedade de um objeto ou relação entre um ou mais objetos.

2 é menor que 3.
"ser menor que" é uma relação
assim como "serem irmãos" na sentença "Joana e João são irmãos."
Chamaremos de predicado uma expressão utilizada para representar uma propriedade de um objeto ou relação entre um ou mais objetos.

Existe um número primo.

Existe um objeto x (de um certo domínio) tal que x é um número primo.

Colocando $Primo(x)$ para representar x é primo, podemos simbolizar a sentença acima da seguinte forma: $\exists x P(x)$

Existe um número primo.

Existe um objeto x (de um certo domínio) tal que x é um número primo.

Colocando $Primo(x)$ para representar x é primo, podemos simbolizar a sentença acima da seguinte forma: $\exists x P(x)$

Existe um número primo.
Existe um objeto x (de um certo domínio) tal que x é um número primo.
Colocando $Primo(x)$ para representar x é primo, podemos simbolizar a sentença acima da seguinte forma: $\exists x P(x)$

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores
  - universal $\forall$ ("para todo")
  - existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")
- predicados ($P, Q, R \ldots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \ldots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores

  universal $\forall$ ("para todo")
  existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")

- predicados ($P, Q, R \ldots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \ldots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores

  universal $\forall$ ("para todo")

  existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")
- predicados ($P, Q, R \ldots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \ldots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores

  universal $\forall$ ("para todo")

  existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")
- predicados ($P, Q, R \dots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \dots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores

  universal $\forall$ ("para todo")

  existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")
- predicados ($P, Q, R \ldots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \ldots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Formalizaçao – LPO

Usaremos os seguintes símbolos:

- símbolos lógicos ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ etc);
- os quantificadores

  universal $\forall$ ("para todo")
  existencial $\exists$ ("existe (pelo menos um)")
- predicados ($P, Q, R \ldots$) n-ários (ou de grau n) que dependem de:
- variáveis ($x, y, z \ldots$)

Observaçao

Note que um predicado pode ter grau 0.

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$$\forall x(P(x) \to Q(x))$$

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$\forall x(P(x) \to Q(x))$ – Todo número natural é maior que ou igual a 0.

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$\exists x(P(x) \wedge R(x))$

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$\exists x(P(x) \wedge R(x))$ – Há um número natural que é primo.

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$$\exists x(P(x) \wedge (\neg S(x)))$$

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$\exists x(P(x) \wedge (\neg S(x)))$ – Algum número natural não é par.

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$$\forall x(P(x) \to (\neg T(x)))$$

Exemplos

$P(x)$: x é um número natural,
$Q(x)$: x é maior que ou igual a 0,
$R(x)$: x é primo,
$S(x)$: x é par,
$T(x)$: x é negativo.

$\forall x(P(x) \rightarrow (\neg T(x)))$ – Todo número natural não é negativo.

- $\forall x P(x)$ é equivalente a $\forall y P(y)$ que é equivalente a $\forall z P(z) \ldots$
- $\forall x P(x) \wedge x$ é equivalente a $\forall y P(y) \wedge x$ que é equivalente a $\forall z P(z) \wedge x \ldots$
- Qual é a diferença?
- Variável ligada *versus* variável livre.

- $\forall x P(x)$ é equivalente a $\forall y P(y)$
  que é equivalente a $\forall z P(z) \ldots$
- $\forall x P(x) \land x$ é equivalente a $\forall y P(y) \land x$
  que é equivalente a $\forall z P(z) \land x \ldots$
- Qual é a diferença?
- Variável ligada *versus* variável livre.

- $\forall x P(x)$ é equivalente a $\forall y P(y)$
  que é equivalente a $\forall z P(z)\ldots$
- $\forall x P(x) \wedge x$ é equivalente a $\forall y P(y) \wedge x$
  que é equivalente a $\forall z P(z) \wedge x\ldots$
- Qual é a diferença?
- Variável ligada *versus* variável livre.

- $\forall x P(x)$ é equivalente a $\forall y P(y)$ que é equivalente a $\forall z P(z) \ldots$
- $\forall x P(x) \wedge x$ é equivalente a $\forall y P(y) \wedge x$ que é equivalente a $\forall z P(z) \wedge x \ldots$
- Qual é a diferença?
- Variável ligada *versus* variável livre.

- Chamaremos de *variável quantificada* uma expressão da forma $\forall x$ ou $\exists x$.
- A menor fórmula que se segue à ocorrência de uma variável quantificada é chamada de *escopo* dessa variável.
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))$
- $\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))]$
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x(Q(x, y) \vee R(x)))$

- Chamaremos de *variável quantificada* uma expressão da forma $\forall x$ ou $\exists x$.
- A menor fórmula que se segue à ocorrência de uma variável quantificada é chamada de *escopo* dessa variável.
- $(\forall x P(x)) \to (\forall x Q(x, y) \lor R(x))$
- $\forall x[P(x) \to (\forall x Q(x, y) \lor R(x))]$
- $(\forall x P(x)) \to (\forall x (Q(x, y) \lor R(x)))$

- Chamaremos de *variável quantificada* uma expressão da forma $\forall x$ ou $\exists x$.
- A menor fórmula que se segue à ocorrência de uma variável quantificada é chamada de *escopo* dessa variável.
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))$
- $\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))]$
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x(Q(x,y) \vee R(x)))$

- Chamaremos de *variável quantificada* uma expressão da forma $\forall x$ ou $\exists x$.
- A menor fórmula que se segue à ocorrência de uma variável quantificada é chamada de *escopo* dessa variável.
- $(\forall x P(x)) \to (\forall x Q(x, y) \vee R(x))$
- $\forall x[P(x) \to (\forall x Q(x, y) \vee R(x))]$
- $(\forall x P(x)) \to (\forall x (Q(x, y) \vee R(x)))$

- Chamaremos de *variável quantificada* uma expressão da forma $\forall x$ ou $\exists x$.
- A menor fórmula que se segue à ocorrência de uma variável quantificada é chamada de *escopo* dessa variável.
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))$
- $\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))]$
- $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x(Q(x,y) \vee R(x)))$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \wedge x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \wedge a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x)))[x \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x)))[y \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, a) \vee R(x))$
- $(\forall x [P(x) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))])[x \leftarrow a] = \forall x [P(x) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))]$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \land x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \land a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \lor R(x)))[x \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \lor R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \lor R(x)))[y \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,a) \lor R(x))$
- $(\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \lor R(x))])[x \leftarrow a] = \forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \lor R(x))]$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \wedge x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \wedge a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[x \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[y \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,a) \vee R(x))$
- $(\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))])[x \leftarrow a] = \forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))]$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \wedge x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \wedge a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[x \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[y \leftarrow a] = (\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,a) \vee R(x))$
- $(\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))])[x \leftarrow a] = \forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))]$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \wedge x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \wedge a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[x \leftarrow a] =$ $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x)))[y \leftarrow a] =$ $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x,a) \vee R(x))$
- $(\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))])[x \leftarrow a] =$ $\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x,y) \vee R(x))]$

Substituiçao

- Indicamos por $A[x \leftarrow a]$ ou A^x_a a substituiçao de todas as ocorrências **livres** de x por a.
- $(\forall x P(x))[x \leftarrow a] = \forall x P(x)$
- $(\forall x P(x) \wedge x)[x \leftarrow a] = \forall x P(x) \wedge a$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x)))[x \leftarrow a] =$
  $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(a))$
- $((\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x)))[y \leftarrow a] =$
  $(\forall x P(x)) \rightarrow (\forall x Q(x, a) \vee R(x))$
- $(\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))])[x \leftarrow a] =$
  $\forall x[P(x) \rightarrow (\forall x Q(x, y) \vee R(x))]$

Exercício

Formalize:

- Todo número par é divisível por 2,
- Há um número ímpar que é primo,
- Algum número par náo é primo,
- Todo número par não é ímpar,

Exercício

Formalize:

- Todo número par é divisível por 2,
- Há um número ímpar que é primo,
- Algum número par náo é primo,
- Todo número par não é ímpar,

De que propriedades precisamos?

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é divisível por 2.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$
- Não existe um número par que não seja divisível por 2.
  - $\neg \exists x(P(x) \wedge \neg D(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é divisível por 2.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$
- Não existe um número par que não seja divisível por 2.
  - $\neg \exists x(P(x) \land \neg D(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é divisível por 2.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$
- Não existe um número par que não seja divisível por 2.
  - $\neg\exists x(P(x) \wedge \neg D(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é divisível por 2.
  - $\forall x(P(x) \to D(x))$
- Não existe um número par que não seja divisível por 2.
  - $\neg\exists x(P(x) \wedge \neg D(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Há um número ímpar que é primo.
  - $\exists x(I(x) \wedge R(x))$
- Nem todo número ímpar não é primo.
  - $\neg\forall x(I(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Há um número ímpar que é primo.
  - $\exists x(I(x) \wedge R(x))$
- Nem todo número ímpar não é primo.
  - $\neg\forall x(I(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Há um número ímpar que é primo.
  - $\exists x(I(x) \land R(x))$
- Nem todo número ímpar não é primo.
  - $\neg\forall x(I(x) \to \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Há um número ímpar que é primo.
  - $\exists x(I(x) \wedge R(x))$
- Nem todo número ímpar não é primo.
  - $\neg\forall x(I(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Algum número par náo é primo.
  - $\exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$
- Nem todo número par é primo.
  - $\neg\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Algum número par náo é primo.
  - $\exists x(P(x) \land \neg R(x))$
- Nem todo número par é primo.
  - $\neg \forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Algum número par náo é primo.
  - $\exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$
- Nem todo número par é primo.
  - $\neg\forall x(P(x) \to \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Algum número par náo é primo.
  - $\exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$
- Nem todo número par é primo.
  - $\neg \forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par não é ímpar.
  - $\forall x(P(x) \to \neg I(x))$
- Nenhum número par é ímpar.
  - $\neg \exists x(P(x) \land I(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par não é ímpar.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
- Nenhum número par é ímpar.
  - $\neg\exists x(P(x) \wedge I(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par não é ímpar.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
- Nenhum número par é ímpar.
  - $\neg \exists x(P(x) \wedge I(x))$

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par não é ímpar.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
- Nenhum número par é ímpar.
  - $\neg \exists x(P(x) \wedge I(x))$

- Todo número par é divisível por 2,
- Há um número ímpar que é primo,
- Algum número par náo é primo,
- Todo número par não é ímpar,

- Todo número par é divisível por 2,
- Há um número ímpar que é primo,
- Algum número par náo é primo,
- Todo número par não é ímpar,

E como fica a negação dessas sentenças?

- Não é o caso que, todo número par é divisível por 2
- Existe um número par que não é divisível por 2

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Não é o caso que, todo número par é divisível por 2
  - $\neg\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$
- Existe um número par que não é divisível por 2

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Não é o caso que, todo número par é divisível por 2
  - $\neg\forall x(P(x) \rightarrow D(x))$
- Existe um número par que não é divisível por 2
  - $\exists x(P(x) \wedge \neg D(x))$

- Nenhum número ímpar 3 é primo.
- Todo número ímpar é não primo.

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Nenhum número ímpar 3 é primo.
  - $\neg\exists x(I(x) \wedge R(x))$
- Todo número ímpar é não primo.

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Nenhum número ímpar 3 é primo.
  - $\neg\exists x(I(x) \land R(x))$
- Todo número ímpar é não primo.
  - $\forall x(I(x) \to \neg R(x))$

- Todo número par é primo.
- Não existe um número par que não seja primo.

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é primo.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow R(x))$
- Não existe um número par que não seja primo.

$P(x)$: x é par
$I(x)$: x é ímpar
$D(x)$: x é divisível por 2
$R(x)$: x é primo

- Todo número par é primo.
  - $\forall x(P(x) \to R(x))$
- Não existe um número par que não seja primo.
  - $\neg\exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$

- Não é o caso que, todo número par não é ímpar.
- Existe um número par que é ímpar,

$P(x)$: x é par.
$I(x)$: x é ímpar.
$D(x)$: x é divisível por 2.
$R(x)$: x é primo.

- Não é o caso que, todo número par não é ímpar.
  - $\neg\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
- Existe um número par que é ímpar,

$P(x)$: x é par.
$I(x)$: x é ímpar.
$D(x)$: x é divisível por 2.
$R(x)$: x é primo.

- Não é o caso que, todo número par não é ímpar.
  - $\neg\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
- Existe um número par que é ímpar,
  - $\exists x(P(x) \wedge I(x))$

Sabemos que $\neg(A \land B) \equiv A \to \neg B$, logo:

- Todo número par é divisível por 2,
- $\forall x(P(x) \to D(x))$
-
- $\neg \exists x(P(x) \land \neg D(x))$

Sabemos que $\neg(A \land B) \equiv A \to \neg B$, logo:

- Todo número par é divisível por 2,
- $\forall x(P(x) \to D(x))$
- $\forall x \neg(P(x) \land \neg D(x))$
- $\neg \exists x(P(x) \land \neg D(x))$

- Há um número ímpar que é primo,
- $\exists x(I(x) \land R(x))$
-
- $\neg\forall x(I(x) \to \neg R(x))$

- Há um número ímpar que é primo,
- $\exists x(I(x) \wedge R(x))$
- $\exists x \neg(I(x) \rightarrow \neg R(x))$
- $\neg\forall x(I(x) \rightarrow \neg R(x))$

- Algum número par náo é primo,
- $\exists x(P(x) \land \neg R(x))$
-
- $\neg\forall x(P(x) \to \neg R(x))$

- Algum número par náo é primo,
- $\exists x(P(x) \land \neg R(x))$
- $\exists x \neg (P(x) \rightarrow \neg R(x))$
- $\neg \forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

- Todo número par não é ímpar,
- $\forall x(P(x) \rightarrow \neg I(x))$
-
- $\neg \exists x(P(x) \wedge I(x))$

- Todo número par não é ímpar,
- $\forall x(P(x) \to \neg I(x))$
- $\forall x \neg (P(x) \wedge I(x))$
- $\neg \exists x(P(x) \wedge I(x))$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$
- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$
- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall x A$ é equivalente a $\exists x \neg A$
- $\neg\exists x A$ é equivalente a $\forall x \neg A$
- $\neg\forall x \neg A$ é equivalente a $\exists x A$
- $\neg\exists x \neg A$ é equivalente a $\forall x A$
- Ordem:
  - $\forall x \exists y (x = 5y)$
  - $\exists y \forall x (x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$

- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall x A$ é equivalente a $\exists x \neg A$
- $\neg\exists x A$ é equivalente a $\forall x \neg A$
- $\neg\forall x \neg A$ é equivalente a $\exists x A$
- $\neg\exists x \neg A$ é equivalente a $\forall x A$
- Ordem:
  - $\forall x \exists y (x = 5y)$
  - $\exists y \forall x (x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$
- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$
- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Qual é a relaçao entre $\forall$ e $\exists$?
- $\neg\forall xA$ é equivalente a $\exists x\neg A$
- $\neg\exists xA$ é equivalente a $\forall x\neg A$
- $\neg\forall x\neg A$ é equivalente a $\exists xA$
- $\neg\exists x\neg A$ é equivalente a $\forall xA$
- Ordem:
  - $\forall x\exists y(x = 5y)$
  - $\exists y\forall x(x = 5y)$

- Existe um número que é divisível por 3.
- A soma de um número par e 2 é um número par.
- 2 é o único número primo que é par.

- Existe um número que é divisível por 3.
  - $D(x, y)$: x é divisível por y.
  - $\exists x(D(x, 3))$
- A soma de um número par e 2 é um número par.
- 2 é o único número primo que é par.

- Existe um número que é divisível por 3.
  - $D(x,y)$: x é divisível por y.
  - $\exists x(D(x,3))$
- A soma de um número par e 2 é um número par.
  - $P(x)$: x é par.
  - $S(x,y)$: a soma de x e y.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow P(S(x,2)))$
- 2 é o único número primo que é par.

- Existe um número que é divisível por 3.
  - $D(x, y)$: x é divisível por y.
  - $\exists x(D(x, 3))$
- A soma de um número par e 2 é um número par.
  - $P(x)$: x é par.
  - $S(x, y)$: a soma de x e y.
  - $\forall x(P(x) \rightarrow P(S(x, 2)))$
- 2 é o único número primo que é par.
  - $P(x)$: x é par.
  - $R(x)$: x é primo.
  - $= (x, y)$: x é igual de y.
  - $\forall x(= (x, 2) \leftrightarrow P(x) \wedge R(x))$