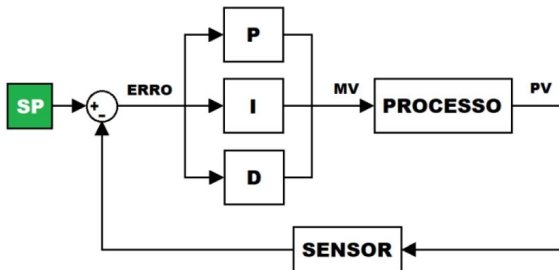


Sistemas Embarcados (C213)

Prof. Samuel Baraldi Mafra

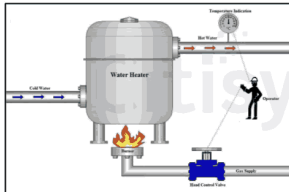


Introdução aos controladores PID

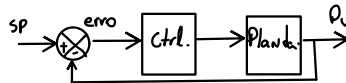
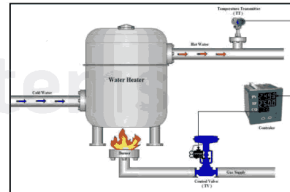


Malha aberta x malha fechada

Controle em Malha Aberta



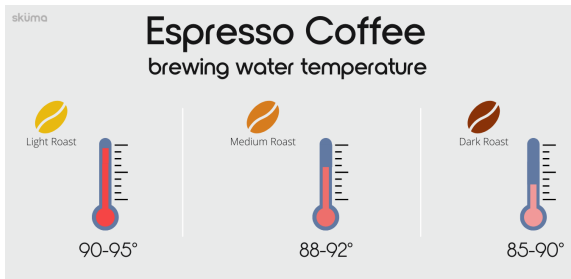
Controle em Malha Fechada



Controle de temperatura secador de café



Temperatura de preparo do café



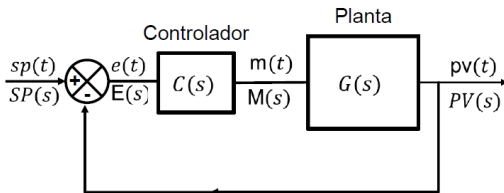
Controladores PID

- O controlador Proporcional Integral Derivativo é o algoritmo de controle mais utilizado atualmente na indústria.
- Um algoritmo de controle calcula inicialmente o erro entre a variável medida no processo e o valor desejado, e em função desse erro, um sinal de controle é gerado

Os principais controladores utilizados na prática são

- Controlador Proporcional (P)
- Controlador Proporcional Integral (PI)
- Controlador Proporcional Derivativo (PD)
- Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)

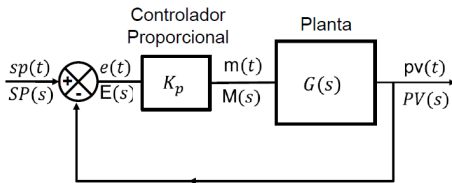
O controlador irá apresentar uma saída $m(t)$ que depende do valor do erro $e(t)$ do sistema de controle e malha fechada.



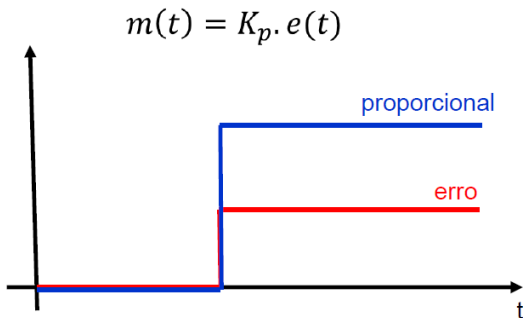
Controlador Proporcional (P)

O controlador Proporcional gera sua saída proporcionalmente ao erro $e(t)$. O fator multiplicativo K_p é denominado ganho proporcional do controlador.

$$m(t) = K_p \cdot e(t)$$

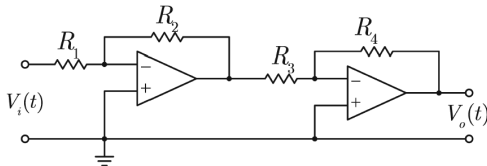


Para sintonia do controlador proporcional é necessário levar em consideração a condição de estabilidade do sistema, uma vez que a escolha errada do parâmetro K_p pode levar o sistema para condição de instabilidade.



Implementação em circuito com AMPOP

$$G_p(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}.$$

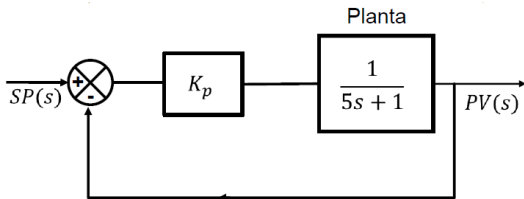


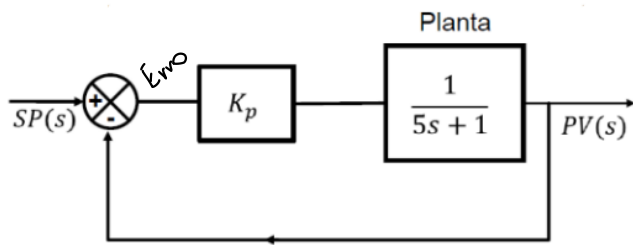
Controlador Proporcional (P)

- A utilização de um controlador proporcional na maioria das vezes não elimina o erro em regime permanente do sistema. No entanto, para alguns casos específicos esse erro é aceitável e este tipo de controlador pode ser utilizado.



Exemplo Determine a função de transferência em malha fechada e o erro em regime para uma entrada do tipo degrau unitário para o sistema de controle a seguir:





$$\text{Erro} = SP - PV$$

(1)

$$PV = \frac{k_p}{5s+1} \cdot \text{erro} \rightarrow PV = \frac{k_p}{5s+1} \cdot (SP - PV)$$

$$PV \left(1 + \frac{k_p}{5s+1} \right) = \frac{k_p}{5s+1} \cdot SP \rightarrow$$

(2) $PV(SP + 1 + k_p) = k_p \cdot SP \rightarrow \frac{PV}{SP} = \frac{k_p}{5s + (k_p + 1)}$

$$SP = \frac{1}{s} \quad SP(t) = 1 \quad t > 0$$

$$PV(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{k_p}{5s + (k_p + 1)} \cdot \frac{1}{s} \rightarrow PV(\infty) = \frac{k_p}{k_p + 1}$$

$$k_p \rightarrow \infty \\ PV(\infty) \rightarrow 1$$

$$\text{erro}(\infty) = SP(\infty) - PV(\infty) \\ \hookrightarrow 1 - \frac{k_p}{k_p + 1} \rightarrow \frac{1}{k_p + 1}$$

(3)

$$k_p = 1 \\ \text{erro} = \frac{1}{2} = 0,5$$

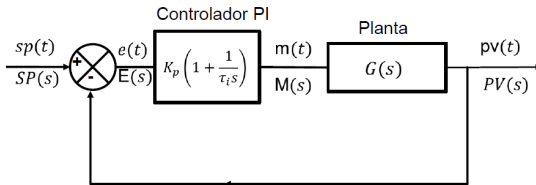
$$k_p = 1000 \\ \text{erro} = \frac{1}{1001} \rightarrow 0,000999$$

$$k_p = 10 \\ \text{erro} = \frac{1}{11} = 0,09$$

Controlador Proporcional Integral (PI) O controlador Proporcional Integral gera sua saída proporcionalmente ao erro $e(t)$ e proporcionalmente a integral do erro $e(t)$.

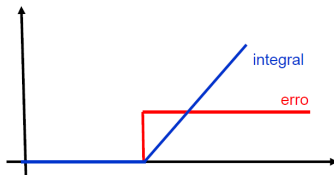
$$m(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot \frac{1}{\tau_i} \int e(t) dt$$

$$M(s) = K_p \cdot E(s) + K_p \cdot \frac{1}{\tau_i} \cdot \frac{1}{s} \cdot E(s)$$



Controlador Proporcional Integral (PI)

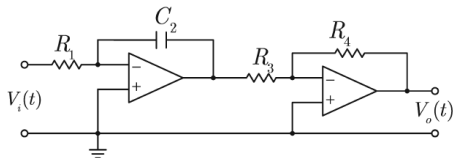
O fator multiplicativo $1/\tau_i$ é denominado taxa de integração e define o número de integrações por segundo.



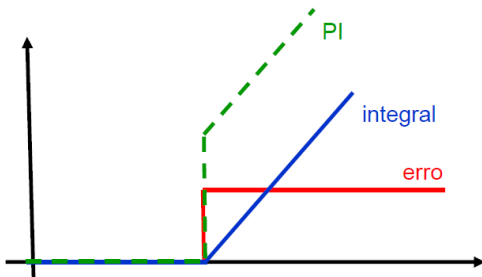
A saída integral do controlador aumenta indefinidamente enquanto houver erro.

Implementação em circuito com AMPOP

$$G_i(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R_1 C_2 s}$$



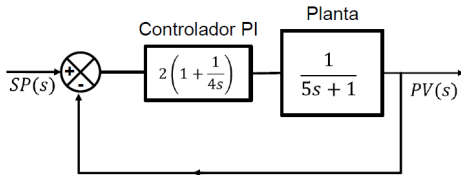
Controlador Proporcional Integral (PI) Neste caso, pode se observar que a saída do controlador varia instantaneamente com o erro, e vai aumentando em função da integral do erro.

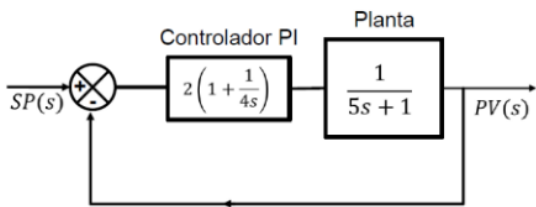


A função da parcela integral do controlador é eliminar o erro em regime permanente para uma entrada do tipo degrau

Controlador Proporcional Integral (PI)

Exemplo 2 Determine a função de transferência em malha fechada e o erro em regime para uma entrada do tipo degrau unitário para o sistema de controle a seguir:





$$\text{erro} = SP - PV \rightarrow PV = \frac{2 \left(\frac{4s+1}{4s} \right)}{5s+1} \cdot \text{erro}$$

$$PV = \frac{8s+2}{4s(5s+1)} \times (SP - PV)$$

$$PV \left(1 + \frac{8s+2}{20s^2+4s} \right) \times \frac{8s+2}{20s^2+4s}$$

$$PV(20s^2 + 12s + 2) = (8s + 2) \cdot s$$

$$\frac{PV}{SP} = \frac{8s+2}{20s^2+12s+2}$$

$$Sp = \frac{1}{s} \quad Sp(t) = 1 \quad t > 0$$

$$PV(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{8s+2}{20s^2+12s+2} \times \frac{1}{s} \rightarrow \frac{2}{2} = 1$$

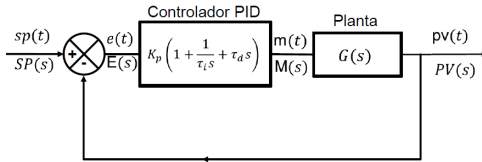
$$\text{erro}(\infty) = SP(\infty) - PV(\infty) \rightarrow 1 - 1 = 0 \quad \text{erro}(\infty) = 0$$

Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)

O controlador Proporcional Integral Derivativo gera sua saída proporcionalmente ao erro $e(t)$ e proporcionalmente a integral do erro $e(t)$ e a derivada do erro $e(t)$

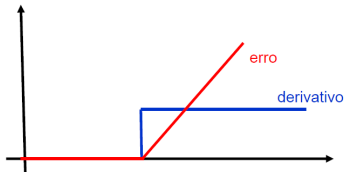
$$m(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot \frac{1}{\tau_i} \int e(t) dt + K_p \cdot \tau_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

$$M(s) = K_p \cdot E(s) + K_p \cdot \frac{1}{\tau_i} \cdot \frac{1}{s} \cdot E(s) + K_p \cdot \tau_d \cdot s \cdot E(s)$$



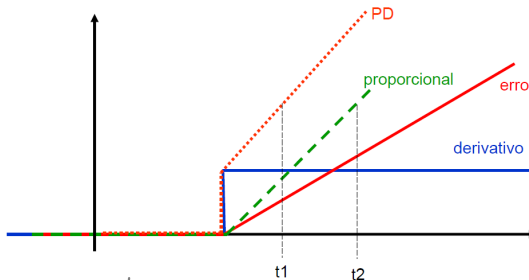
Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)

O termo τ_d é conhecido como tempo derivativo do controlador.



A saída derivativa do controlador é diferente de zero quando há variação do erro.

Controlador Proporcional Derivativo (PD)



Se antecipa ao erro
Quanto maior a variação do
erro, mais rápida a resposta

A ação proporcional do controlador é uma rampa e a ação derivativa soma um valor constante a essa rampa.

É possível observar que o tempo derivativo antecipa a ação que só aconteceria no instante t_2 para o instante t_1 . Desta forma o tempo derivativo antecipa a ação do controlador proporcional em $\tau_d = t_2 - t_1$ segundos.

Portanto, pode-se concluir que a parcela derivativa do controlador PID tem caráter antecipatório e sua função é agir proporcionalmente a derivada do erro. Ou seja, só entra em ação quando o erro varia significativamente.

Vídeo

- <https://www.youtube.com/watch?v=fusr9eTceEo>