S T Q Q S S D — / — / —

Tarefa Básica - discussão de sistemas lineares

nome: Matheus Henrique ctii 317

(5) $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases}$ $\begin{pmatrix} a & 4 & \vdots & 1 \\ 1 & 2 & \vdots & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} & & \vdots & \\ 0 & 4-2a & \vdots & 1-ab \end{pmatrix}$

$(4-2a)y = 1-a \cdot b$

$y = \dfrac{1-ab}{(4-2a)}$

D

a) $b = 3/2$, S.P.D → D (dominador) $\neq 0$

$D \neq 0$
$4-2a \neq 0$
$2a \neq 4$

→ $a \neq \frac{4}{2}$

→ $a \neq 2$ (falso)

"a" precisa ser diferente de 2

b) se $a = 2$, S.P.I → N (numerador) = 0, D = 0

$\dfrac{N}{D} = \dfrac{1-ab}{(4-2 \cdot a)}$ → $N = 0$, $1 - ab = 0$ → $2b = 1$, $b = \dfrac{1}{2}$

$4 - 2a = 0$
$2a = 4$

$a = \dfrac{4}{2} = 2$ (verdadeiro)

↳ com $a = 2$ a solução pode ser indeterminada

__/__/__

S T Q Q S S D

c) explicação na questão A)

↳ Para ter uma solução possível determinada, $A \neq 2$ (não é um valor único)

d) explicação na questão B)

↳ $A = 2$ -> solução pode ser indeterminada

e) explicação na questão d)

↳ $A = 2$ solução pode ser indeterminada

* Resposta (B)

(2) $\begin{cases} x + ky = 1 \\ kx + y = 1 - k \end{cases}$

$$\begin{array}{c} -k \\ \hookrightarrow \end{array} \left(\begin{array}{cc:c} 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1-k \end{array} \right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc:c} \cdot & & \\ 0 & 1-k^2 & 1-2k \\ \cdot & & \end{array} \right) \rightarrow (1-k^2)y = 1-2k$$

$$y = \frac{1-2k}{1-k^2}$$

I - SPI -> $D = 0$ e $n = 0$

$\frac{N}{D} = \frac{1-2k}{1-k^2} \longrightarrow$ $N=0$ $\quad 1-2k=0$ $\to$ $2k=1$ $\quad k=\frac{1}{2}$

$D=0 \to 1-k^2=0$

$k^2=1$

$k=\sqrt{1} = \pm 1$ (FALSO) $\to$ NÃO É 1 ÚNICO VALOR

II S.I (SISTEMA IMPOSSIVEL) $\to D=0, N\neq 0$

$\frac{N}{D} = \frac{1-2k}{1-k^2} \longrightarrow N\neq 0: \quad 1-2k\neq 0$

$2k\neq 1$

$k\neq \frac{1}{2}$ (FALSO)

$D=0 \to k=\pm 1$

(PARTE I)

$\to k\neq \frac{1}{2}$: SISTEMA IMPOSSIVEL. ENTÃO NÃO É SEMPRE QUE tem solução

III S.P.D $\to D\neq 0$

$D\neq 0$

$1-k^2\neq 0$

$k^2\neq 1$

$k\neq \sqrt{1}$

$k\neq \pm 1$

$\to$ (FALSO) tem solução única PARA 2 valores de k

RESPOSTA (d)

__/__/__ S T Q Q S S D

(3) a) $\begin{cases} x + 2y + cz = 1 \\ y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

$$3c + 2 + 0 = 3c + 2$$

$$\det_A = \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & c & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 & 2 \end{array}\right] = 8 - (3c+2) = 8 - 3c - 2 = 6 - 3c$$

$$2 + 6 + 0 = 8$$

b) S.P.D $\Rightarrow D \neq 0$

$$\begin{array}{c} -3 \\ \downarrow \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & c & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \end{array}\right) \sim^{(4)} \left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 2-3c & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 0 & 6-3c & -4 \end{array}\right)$$

$\hookrightarrow (6-3c) \cdot z = -4$

$z = \dfrac{-4}{6-3c}$

$D \neq 0$

$6 - 3c \neq 0 \rightarrow c \neq \dfrac{6}{3}$

$3c \neq 6 \rightarrow c \neq 2$

$\{c \in \mathbb{R} \,/\, c \neq 2\}$

(4) $\begin{cases} x - y = k \\ 12x - ky + z = 1 \\ 36x^2 + kz = 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{c} -12 \\ \downarrow \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & 0 & k \\ 12 & -k & 1 & 1 \\ 36 & 0 & k & 2 \end{array}\right) -36$$

$$\begin{array}{c} (-k) \\ + \end{array}\left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 12-k & 1 & 1-12k \\ 0 & 36 & k & 2-36k \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 0 & -12+k^3+36 & 0 & (-k)(1-12k)+2-36k \end{array}\right)$$

S T Q Q S S D

___/___/___

$(-12k + k^2 + 36)y = -k + 12k^2 + 2 - 36k$

$y = \frac{12k^2 - 37k + 2}{k^2 - 12k + 36}$

S.P.D

$\hookrightarrow D \neq 0 \rightarrow k^2 + 12k + 36 \neq 0$

$\Delta = 144 - 4 \cdot 1 \cdot 36$

$\Delta = 144 - 144 = 0$

$k_1 = \frac{12+0}{2} \neq 6$ $\quad k_{11} = \frac{12-0}{2} \neq 6 \rightarrow$ Alternativa ©

⑤ $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$

$1 - 2 + 2 = 1$

$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix} = 4 - 1 = 3$

$-1 + 1 + 4 = 4$

$-5 - 12 - 3 = -20$

$D_x \begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 6 & -1 \\ -3 & 1 \\ -5 & 2 \end{matrix} = -17 - (-20) = 3$

$-6 - 5 - 6 = -17$

$-3 + 5 - 12 = -10$

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -5 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 6 \\ 2 & -3 \\ 1 & -5 \end{matrix} = -13 - (-10) = -3$

$3 - 6 - 10 = -13$

$6 + 6 + 12 = 10$

$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}$

$-5 + 3 + 24 = 22$

$= 22 - 10 = 10$

$x \cdot y \cdot z = ?$

$\frac{D_x}{D} \cdot \frac{D_y}{D} \cdot \frac{D_z}{D} = ?$

$\frac{3}{3} \cdot \left(\frac{-3}{3}\right) \cdot \frac{12}{3} =$

$1 \cdot (-1) \cdot 4 = \boxed{-4}$

Alternativa B

spiral

___/___/___

⑥ $\begin{cases} x+y+z=k \\ kx+y+z=1 \\ x+y-z=k \end{cases}$

$\begin{array}{l} -1 \cdot k \\ L_1 \\ L_1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & k \\ k & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \vdots & k \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} & & & \vdots & \\ 0 & 1-k & 1-k & \vdots & 1-k^2 \\ 0 & 0 & -2 & \vdots & 0 \end{pmatrix} \to$ $-2z=0$ $\quad z=0$

$y(1-k)+(1+k).0=1-k^2$

$y=\dfrac{1-k^2}{1-k}$

S.I $\to$ $D=0,\ N\neq 0$

$\dfrac{N}{D}$ $\to$ $1-k^2\neq 0$ $\quad k^2\neq 1$ $\to$ $k\neq\sqrt{1}$ $\quad k\neq\pm 1$ $\to$ a) Falso Não é valor único

$D=0$ $\quad 1-k=0$ $\to$ $k=1$

S.P.D $\to$ $D\neq 0$

$D\neq 0$ $\quad 1-k\neq 0$ $\to$ $k\neq 1$ $\to$ B) Falsa: não é valor único

c) solução $(k,0,0)$ se $k\neq 0$

$y=\dfrac{1-k^2}{1-k}$ $\to$ $k=2$ (por exemplo) $\to$ $\dfrac{1-4}{1-2}=\dfrac{-3}{-1}=3$ $\to$ Falso: Não combina com $(k,0,0)$

S T Q Q S S D   ___/___/___

S.P.I -> D=0 , N=0

$\frac{N}{D} = y = \frac{1-k^2}{1-k} \longrightarrow 1-k^2=0 \quad k^2=1 \rightarrow k=\sqrt{1} \quad k=\pm 1$

$1-k=0$ d) verdadeiro

$k=1$

e) $z=0$, $y=\frac{1-k^2}{1-k} \rightarrow 0=\frac{1-k^2}{1-k}$

$0.(1-k) = 1-k^2$

$1-k^2=0$

$k^2=1$

$k=\sqrt{1} = \pm 1$

$x+y-z=k$

$x+0-0=\pm 1$

$x=\pm 1$ (solução não nula: FALSA)

Resposta (d)

(9) Soma valores de m?

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx-2y+4z=5 \\ m^2x+4y+16z=25 \end{cases}$$

SPI => D≠0 , N=0

Filas paralelas proporcionais det=0

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 1 \\ m & -2 & 4 & : & 5 \\ m^2 & 4 & 16 & : & 25 \end{pmatrix}$$

+ Cramer $\rightarrow \frac{N}{D} = \frac{0}{0} = \frac{Dz}{Det}$

$$Dz: \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & -2 & 5 \\ m^2 & 4 & 25 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ m & -2 \\ m^2 & 4 \end{matrix} = (-50+5m^2+4m)-(-2m^2+20+25m)$$

__/__/__

S T Q Q S S D

$D_2 : (-50 + 5m^2 + 4m) - (-2m^2 + 20 + 25m)$

$= 50 + 5m^2 + 4m + 2m^2 - 20 - 25m$

$D_2 = 7m^2 - 21m - 70$

$\frac{N}{D} = \frac{D_2}{Det} \longrightarrow$ $d_2 = 0$

$7m^2 - 21m - 70 = 0 \ (\div 7)$

$m^2 - 3m - 10 = 0$

$Det = 0$

$\Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)$

$\Delta = 9 + 40 = 49$

$m_I = \frac{3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$m_{II} = \frac{3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

* SOMA dos valores de m: $5 + (-2)$

$5 - 2 = \boxed{3}$ $\Rightarrow$ Alt C

S T Q Q S S D

__/__/__

Tarefa Básica - Sistemas Lineares homogêneos

① $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x+7y \\ 7x+y \end{bmatrix} = k \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+7y = kx \\ 7x+y = ky \end{cases}$

$\begin{cases} x - kx + 7y = 0 \\ 7x + y - ky = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \cdot (1-k) + 7y = 0 \\ 7x + y(1-k) = 0 \end{cases}$

det: $\begin{vmatrix} 1-k & 7 \\ 7 & 1-k \end{vmatrix} \rightarrow (1-k)^2 - 49 = 0$

$(1-k)^2 = 49$

$(1-k) = \sqrt{49}$

$1-k = 7$

$k = 7+1$

$k = 8$

Alternativa e

② $\begin{cases} 3x + 4y - 2 = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

$\frac{N}{D} = \frac{0}{?}$ ↗ $\frac{0}{0}$ = várias soluções

↘ $\frac{0}{\neq 0}$ solução trivial

$1+9+0=10$

$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix} = 10 - 10 = 0$

$0 + 12 - 2 = 10$

$\begin{cases} \frac{N}{D} = \frac{0}{0} \end{cases}$ infinitas soluções

Alt ⓓ

__/__/__ S T Q Q S S D

③ S.P.I -> D=0, N=0 | Soma de valores do k?

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ kx + 3y + 4z = 0 \\ x + k \cdot y + 3z = 0 \end{cases} \quad N = 0$$

-> $D = 13 + k^2 - (3 + 7k) = 0$

$13 + k^2 - 3 - 7k = 0$

$k^2 - 7k + 10 = 0$

$\Delta = 49 - 4.1.10$

$\Delta = 49 - 40 = 9$

D=0

$3 + 4k + 3k = 3 + 7k$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & 3 & 4 & k & 3 \\ 1 & k & 3 & 1 & k \end{array}\right.$$

$9 + 4 + k^2 = 13 + k^2$

$k_1 = \frac{7 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$k_{11} = \frac{7 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1}$

$k_{11} = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Soma dos valores de $k = 5 + 2 = 7$

Alt d

④ $$\begin{cases} x + \quad + kz = 0 \\ kx + y \quad = 0 \\ x + ky \quad = 0 \end{cases} \quad N = 0$$

Solução unica $\frac{0}{10}$

__/__/__

S T Q Q S S D

$$k+0+0 = k$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & k \\ k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & k \end{matrix}$$

$$0+0+k^3$$

$= k^3 - k \neq 0 \Rightarrow$ valores que elevados ao cubo continuam eles mesmo: 0, 1, -1

$k^3 \neq k$

$\{k \in \mathbb{R} \mid k \neq 0, k \neq 1, k \neq -1\}$

Alt (a)

5
$$\begin{cases} -x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \\ 2x - 4y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{I} & -x + 2y = 3 \\ \text{II} & 3x - y = -3 \\ & 2x - 4y = -6 \end{array}$$

a) Falso: termos independentes $\neq 0$

I : $x = 2y - 3$

II $3x - \cancel{3y} = -3$

$3 \cdot (2y-3) - y = -3$

$y = 6y - 9 + 3$

$y = 6y = -6$

$-5y = -6$

$y = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$

é determinado

$x = 2 \cdot \frac{6}{5} - 3$

$x = \frac{12}{5} - 3$

$\frac{5x}{\cancel{5}} = \frac{12 - 15}{\cancel{5}}$

$5x = -3$

$x = \boxed{\frac{-3}{5}}$

B) verdadeiro

Resposta B