

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**



**SEM0530 – Problemas de Engenharia Mecatrônica II
1º Semestre de 2022**

Prática 1

Integrantes:

Matheus Della Rocca Martins

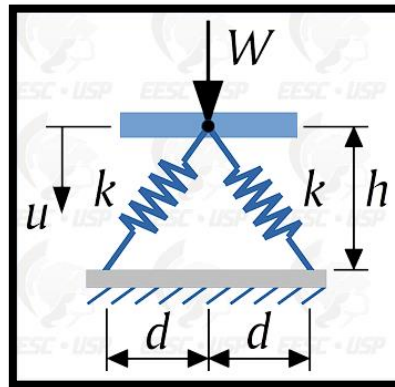
Nº USP : 12549731

São Carlos
15/05/2022

1. OBJETIVOS

Tem-se como objetivos a determinação do deslocamento estático resultante da ação do peso de uma suspensão automotiva, conforme mostra a figura 1, e deseja-se possibilitar a visualização gráfica da rigidez efetiva (utilizando o software MATLAB) em função do deslocamento u . Por fim, deseja-se calcular o valor da rigidez efetiva nas proximidades do instante de equilíbrio estático.

Figura 1: Problema Proposto



Fonte: Figura retirada dos slides do professor Marcelo A. Trindade

2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A seguir tem-se a resolução realizada para obter-se o equacionamento do problema:

Figura 2: Resolução desenvolvida

Prática 1 - Zonas de forças
Problemas de Engenharia Mecânica II
Matheus Dalla Rocca Martins - N° USP: 12597731.

Problema.

Dados Fornecidos pelo enunciado:

altura: $h - u$

- Problema simétrico
- $F_m = k \cdot x$
- Altura inicial = h
- Altura final = $h - u(t)$

Situação geométrica inicial:

Calculando h :

$$L = \sqrt{d^2 + h^2}$$

$$50 = \sqrt{20^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{50^2 - 20^2} \approx 45,83 \text{ cm.}$$

Condição com a mola comprimida:

x_d : deslocamento no plano da mola

achando x_d em função de tempo:

$$L - x_d = \sqrt{d^2 + (h - u)^2}$$

$$x_d(t) = L - \sqrt{d^2 + (h - u(t))^2}$$

Aplicando a segunda lei de Newton na direção de y :

$$\uparrow \sum F = 0$$

eq. estática

$$2 \cdot F_{m,y} - W = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{m,y} = (k \cdot x_d) \cdot \sin \theta = k \cdot (L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2}) \cdot \sin \theta \\ W = m \cdot g, \text{ com } m = (180 + 31) = 211 \text{ kg} \end{array} \right.$$

\leftarrow N° USP

$$\therefore 2 \cdot k \cdot (L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2}) \cdot \sin \theta - m \cdot g = 0 \quad (\text{Eq. 1})$$

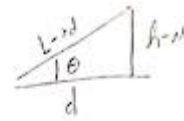
Digitalizado com CamScanner

Figura 3: Resolução desenvolvida

Atendo $\sin \theta$ pela geometria apresentada:

$$\sin \theta = \frac{h - u}{L - x_d} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{e varia com o tempo.} \end{array} \right.$$

$$\sin \theta = \frac{h - u}{L - (L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2})}$$



$$\therefore \boxed{\sin \theta = \frac{h - u}{\sqrt{d^2 + (h - u)^2}}}$$

Retornando a eq (1) e substituindo o valor encontrado para $\sin \theta$:

$$\boxed{\text{Equação: } 2 \cdot k \cdot (L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2}) \cdot \frac{h - u}{\sqrt{d^2 + (h - u)^2}} - mg = 0}$$

Obter valores que geram essa função utilizando o MATLAB;

Résultados Efeitos

Objetivo: obter K_{ef} em função do deslocamento u .

$$F_{mola\,eq} = K_{ef}(u) \cdot u =$$

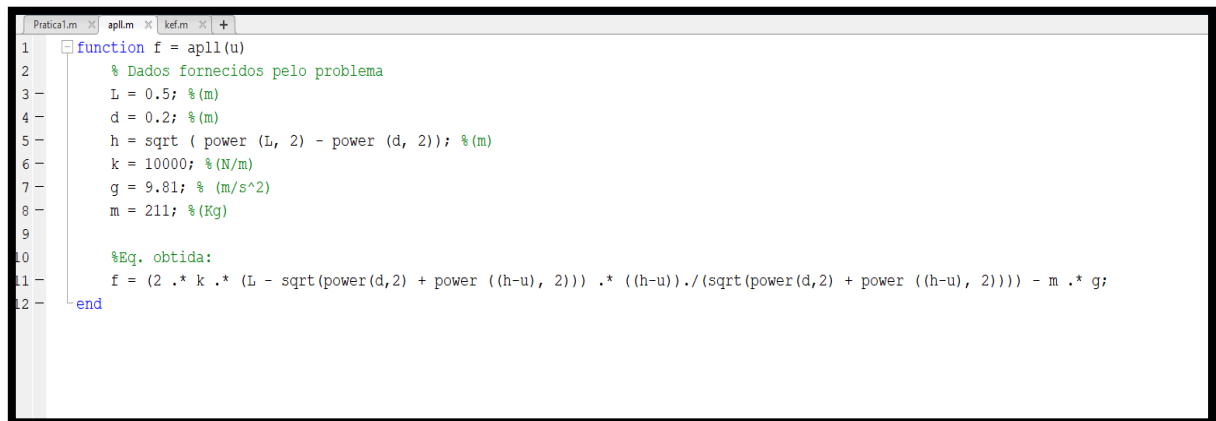
$$\rightarrow K_{ef} = \frac{F_{mola\,eq}}{u}$$

$$\boxed{K_{ef} = \frac{2 \cdot k \cdot (L - \sqrt{d^2 + (h - u)^2}) \cdot (h - u)}{1 \cdot \sqrt{d^2 + (h - u)^2}}}$$

3. RESOLUÇÃO NO MATLAB

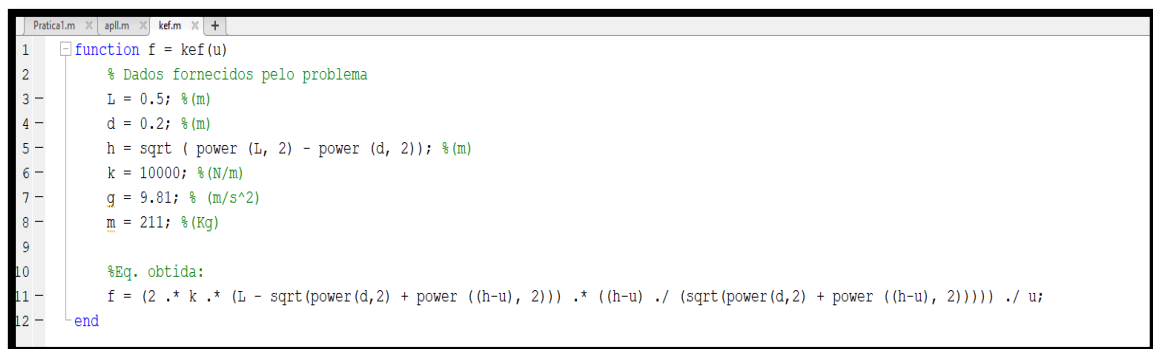
Para atingir os objetivos propostos utilizou-se o software MATLAB para resolver numericamente as equações obtidas anteriormente. A seguir tem-se os scripts criados no software, é importante destacar a existência de 3 scripts, um para transcrever a função do equilíbrio estático obtida, uma segunda para transcrever a rigidez efetiva em função do deslocamento (u) e, por fim, um script principal para utilizar essas funções obtidas para encontrar os zeros da função na equação do equilíbrio estático e as respectivas rigidezes para estes pontos, além disso, esse script é responsável por plotar os gráficos solicitados no problema.

Figura 4: Script função do eq. estático



```
1 function f = apl1(u)
2     % Dados fornecidos pelo problema
3     L = 0.5; % (m)
4     d = 0.2; % (m)
5     h = sqrt ( power (L, 2) - power (d, 2)); % (m)
6     k = 10000; % (N/m)
7     g = 9.81; % (m/s^2)
8     m = 211; % (Kg)
9
10    %Eq. obtida:
11    f = (2 .* k .* (L - sqrt(power(d,2) + power ((h-u), 2))) .* ((h-u) ./ (sqrt(power(d,2) + power ((h-u), 2)))) - m .* g;
12 end
```

Figura 5: Script função de Kef em função do deslocamento



```
1 function f = kef(u)
2     % Dados fornecidos pelo problema
3     L = 0.5; % (m)
4     d = 0.2; % (m)
5     h = sqrt ( power (L, 2) - power (d, 2)); % (m)
6     k = 10000; % (N/m)
7     g = 9.81; % (m/s^2)
8     m = 211; % (Kg)
9
10    %Eq. obtida:
11    f = (2 .* k .* (L - sqrt(power(d,2) + power ((h-u), 2))) .* ((h-u) ./ (sqrt(power(d,2) + power ((h-u), 2)))) ./ u;
12 end
```

Figura 6: Script Principal

```

1  % Plotando gráfico da equação de equilíbrio estático
2  i = 0:0.01:0.5;
3  figure(1)
4  plot (i, ap11(i));
5  xlabel ("deslocamento u(m)");
6  ylabel ("f(u)");
7  title (" Gráfico da eq. de equilíbrio estático");
8  axis square
9  grid on
10
11 % Achando valores de u que zeram a eq de equilíbrio
12
13 z1 = fzero ( 'ap11' , 0.10 )
14 z2 = fzero ( 'ap11' , 0.40)
15
16 i = 0:0.01:0.5;
17 figure (2)
18 plot (i, kef(i), 'g')
19 xlabel ("u(m)")
20 ylabel ("Kef(N/m)")
21 title (" Rigidez Efetiva (Kef) dado deslocamento (u)")
22 axis square
23 grid on
24
25 %Aplicando valores de zero da função na eq da rigidez
26 k1 = kef(z1)
27 k2 = kef(z2)

```

Figura 7: Gráfico 1

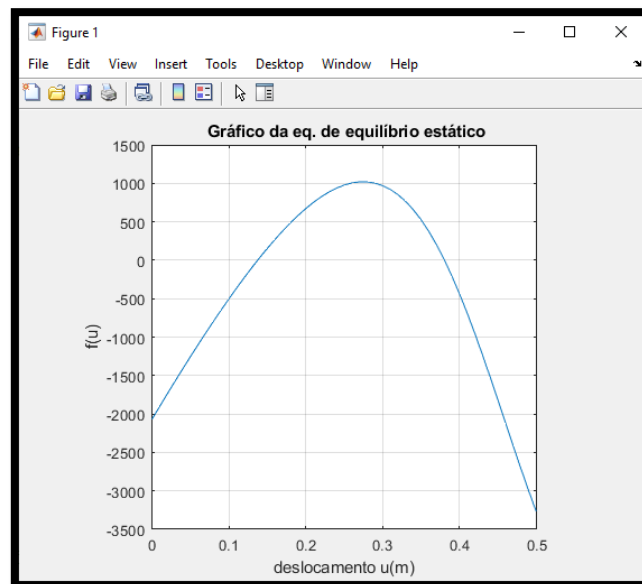
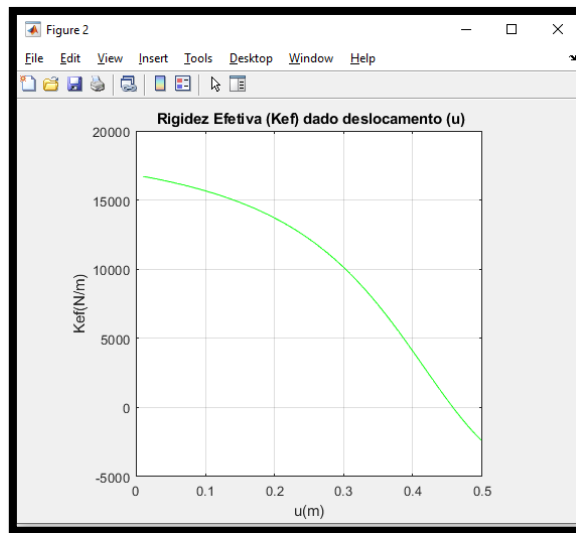


Figura 6: Gráfico 2



4. CONCLUSÕES

Portanto, após as análises realizadas conclui-se existem duas raízes para a função do deslocamento e , que os deslocamentos (raízes da função $f(u)$) para a posição de deslocamento estático são: $z1 = 0.1375\text{m}$ e $z2 = 0.3804\text{m}$. Além disso, os valores da rigidez efetiva encontrados para esses valores de deslocamentos foram: $k1 = 1.5059 \times 10^4 \text{ N.m}$ e $k2 = 5.4410 \times 10^3 \text{ N.m}$. Desse modo, esses resultados podem ser visualizados a seguir.

```
% Plotando gráfico da equação de equilíbrio estático
l = 0.001;
figure(1)
plot(l, uall(i));
xlabel('Deslocamento u(m)');
ylabel('f(u)');
title('Gráfico da eq. de equilíbrio estático');
axis square
grid on

% Achando valores de u que zeram a eq de equilíbrio
z1 = fzero('apl', 0.10)
z2 = fzero('apl', 0.40)

l = 0.001;
figure(2)
plot(l, kef(i), 'g')
xlabel('u(m)');
ylabel('kef(N/m)');
title('Rigidez Efetiva (kef) dado deslocamento (u)');
axis square
grid on

%Aplicando valores de zero da função na eq da rigidez
k1 = kef(z1)
k2 = kef(z2)
```

```
z1 =
    0.1375

z2 =
    0.3804

k1 =
    1.5059e+04

k2 =
    5.4410e+03
```

