**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**
**ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

**SEM0530 – Problemas de Engenharia Mecatrônica II**
**1º Semestre de 2022**

**Prática 4 – Aproximação numérica de EDOs de 1 ordem**

**Integrantes:**

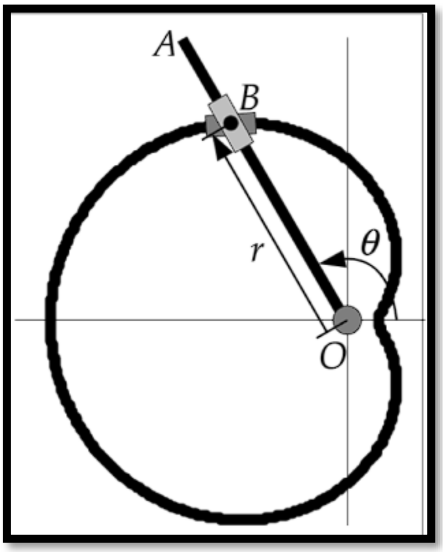
Matheus Della Rocca Martins $N^o$USP : 12549731

São Carlos
25/06/2022

## 1. OBJETIVOS

O Problema proposto tem como objetivo a determinação da velocidade angular imposta para que o corpo realize uma dada trajetória com uma velocidade linear variável fornecida. Utilizando métodos numéricos é necessário calcular a evolução do deslocamento angular e radial ao longo de três voltas completas e o tempo necessário para completar essas voltas. Por fim, deve-se plotar as evoluções em gráficos pedidos.

**Figura 1:** Problema Proposto

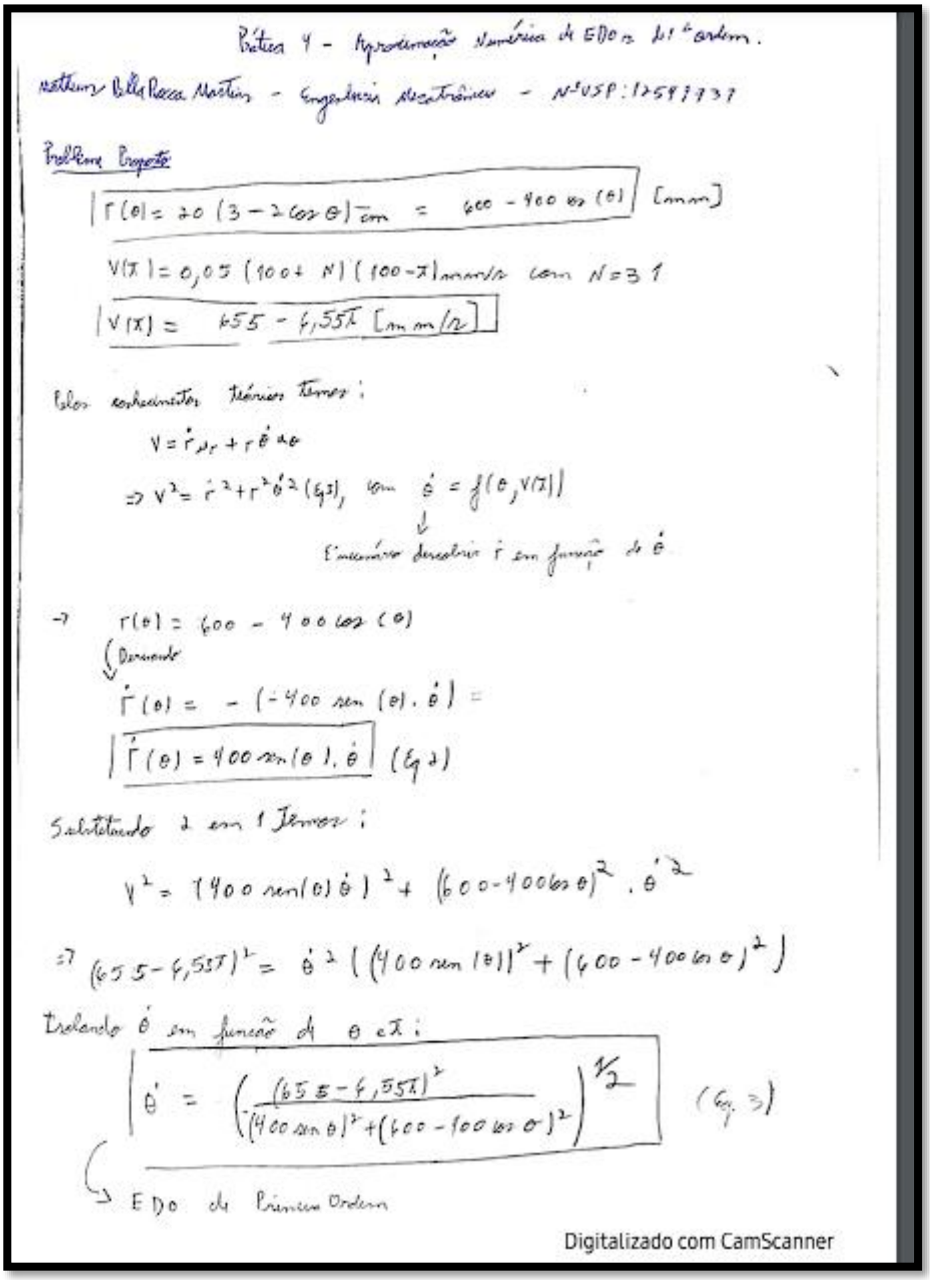



**Fonte:** Figura retirada dos slides do professor Marcelo A. Trindade

## 2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A seguir tem-se a resolução realizada para obter-se o equacionamento do problema:

**Figura 2:** Resolução desenvolvida



Prática 4 - Aproximação Numérica de EDOs de 1ª ordem.

Matheus Bella Rocca Martins - Engenharia Mecatrônica - NºUSP: 12547737

Problema Proposto

$$\boxed{r(\theta) = 20\,(3 - 2\cos\theta)\ \text{cm} = 600 - 400\cos(\theta)}\ [mm]$$

$$V(t) = 0{,}05\,(100 + N)\,(100 - t)\ mm/s \quad \text{com } N = 31$$

$$\boxed{V(t) = 655 - 6{,}55t\ [mm/s]}$$

Pelos conhecimentos teóricos temos:

$$V = \dot{r}\,u_r + r\dot{\theta}\,u_\theta$$

$$\Rightarrow V^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 \ (Eq\,1), \quad \text{com } \dot{\theta} = f(\theta, V(t))$$

É necessário descobrir $\dot{r}$ em função de $\dot{\theta}$

$$\rightarrow r(\theta) = 600 - 400\cos(\theta)$$

Derivando

$$\dot{r}(\theta) = -(-400\,\text{sen}(\theta)\cdot\dot{\theta}) =$$

$$\boxed{\dot{r}(\theta) = 400\,\text{sen}(\theta)\cdot\dot{\theta}}\ (Eq\,2)$$

Substituindo 2 em 1 temos:

$$V^2 = (400\,\text{sen}(\theta)\,\dot{\theta})^2 + (600 - 400\cos\theta)^2\cdot\dot{\theta}^2$$

$$\Rightarrow (655 - 6{,}55t)^2 = \dot{\theta}^2\left((400\,\text{sen}(\theta))^2 + (600 - 400\cos\theta)^2\right)$$

Isolando $\dot{\theta}$ em função de $\theta$ e $t$:

$$\boxed{\dot{\theta} = \left(\frac{(655 - 6{,}55t)^2}{(400\,\text{sen}\,\theta)^2 + (600 - 400\cos\theta)^2}\right)^{1/2}}\quad (Eq.\,3)$$

EDO de Primeira Ordem

Digitalizado com CamScanner

## 3. RESOLUÇÃO NO MATLAB

Para atingir os objetivos propostos utilizou-se o software MATLAB para resolver numericamente as equações obtidas. Para resolver a equação diferencial de 1 ordem obtida foi utilizado a função ode45 dentro deste software.

**Figura 3,4,5:** Script MATLAB

Editor - C:\Users\Matheus\Documents\USP - ESTUDOS\Problemas 2\Pratica4.m*

Pratica4.m*

```
% Prática 4 - Matheus Della Rocca Martins

%Resolução EDO 1 ordem
ti = 0; %[s]
tf = 50; %[s]
dt = 0.1; %[s]
[t,teta] = ode45(@(t,teta) tetaP(t,teta),(ti:dt:tf),(0));    %t -> tempo, teta -> ângulo de giro
%Obter tempo para 3 voltas completas -> 3 voltas -> 3*(2pi) -> 6*pi
[sub, j] = min(abs(teta - 6*pi));
tempo3Voltas = t(j)

% Obter variação de r aplicando a eq encontrada teoricamente
r = 600 -400.*cos(teta);
r = r/1000; % em metro
% Obter os valores para a velocidade
v = (655 - 6.55 .*t); %velocidade linear [mm/s]
% Obter dteta/dt
tetaPonto = sqrt((v)./((400.*sin(teta)).^2 + (600 - 400.*cos(teta)).^2));
% Obter dr/dt
rPonto = 400.*sin(teta).*tetaPonto;

%Plotando gráficos
tetaPonto = tetaP(t,teta);
```

Editor - C:\Users\Matheus\Documents\USP - ESTUDOS\Problemas 2\Pratica4.m

Pratica4.m

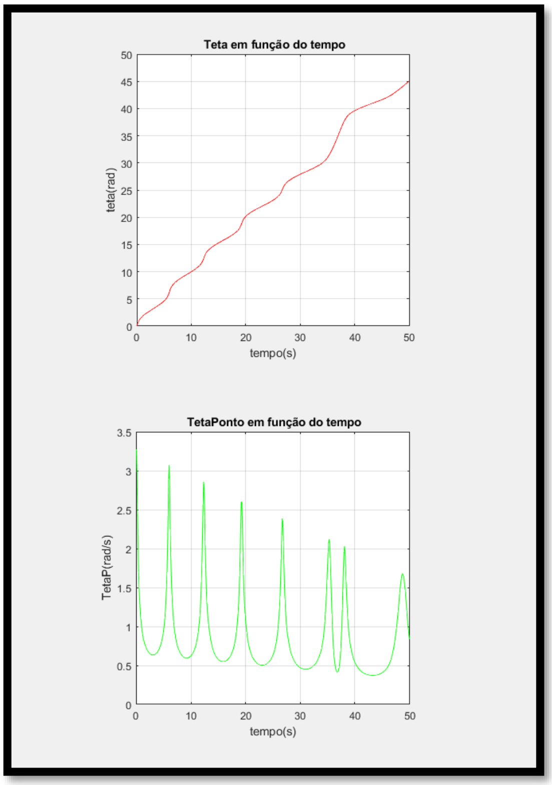
```
%Plotando gráficos
tetaPonto = tetaP(t,teta);

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t, teta, 'r', 'linewidth',1)
title (" Teta em função do tempo")
ylabel ("teta(rad)") %->mudar pra grau
xlabel ("tempo(s)")
axis square
grid on
subplot(2,1,2)
plot(t, tetaPonto, 'g', 'linewidth',1)
title (" TetaPonto em função do tempo")
ylabel ("TetaP(rad/s)") %->mudar pra grau
xlabel ("tempo(s)")
axis square
grid on

figure(2)
subplot(2,1,1)
plot(t, r, 'r', 'linewidth',1)
title (" r em função do tempo")
ylabel ("r(m)")
xlabel ("tempo(s)")
```

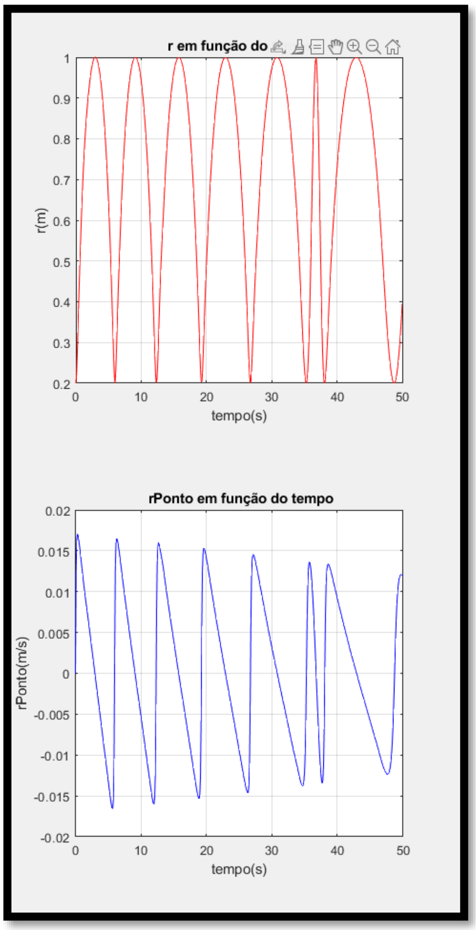
Editor - C:\Users\Matheus\Documents\USP - ESTUDOS\Problemas 2\Pratica4.m

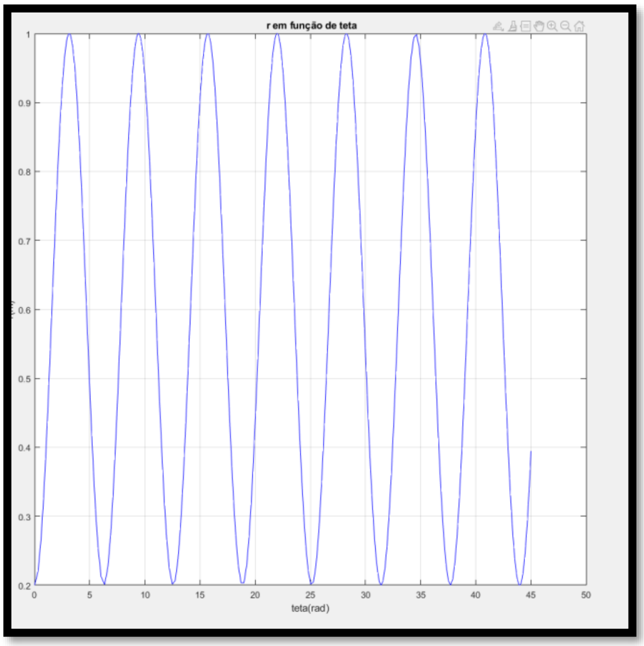
Pratica4.m

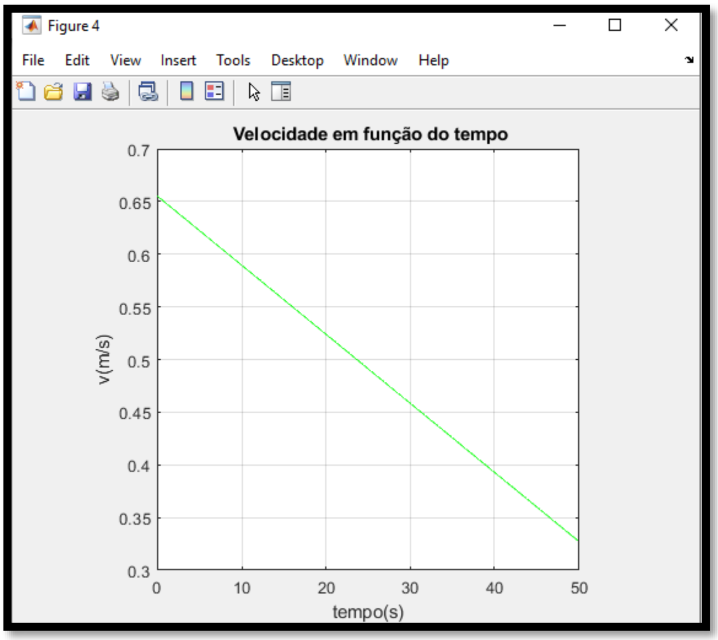
```
axis square
grid on
subplot(2,1,2)
plot(t, rPonto/1000, 'b', 'linewidth',1)
title (" rPonto em função do tempo")
ylabel ("rPonto(m/s)")
xlabel ("tempo(s)")
axis square
grid on

figure (3)
plot(teta, r, '-b', 'linewidth',1)
title (" r em função de teta")
ylabel ("r(m)")
xlabel ("teta(rad)")
axis square
grid on

figure (4)
plot(t, v/1000, 'g', 'linewidth',1)
title (" Velocidade em função do tempo")
ylabel ("v(m/s)")
xlabel ("teta(rad)")
axis square
grid on
```

**Figura 6,7,8,9:** Gráficos plotados






Por fim, utilizou-se o MATLAB para calcular o tempo estimado para o sistema percorrer três voltas completas, isso foi possível através da obtenção do valor de tempo correspondente ao valor mínimo da diferença entre o valor de θ e 6*pi (equivalente a 3 voltas). O valor obtido foi de **19.2 segundos**, o que corrobora com o valor esperado equivalente a três “ciclos” completos que pode ser estimado observando a figura 8.

## 4. CONCLUSÕES

A partir da análise dos gráficos plotados foi possível visualizar a evolução das variáveis de interesse e, assim, verificar que conceitos especulativos teóricos esperados se cumpriram. Nesse sentido, esperava-se que $\theta$ variasse de forma linear e mais lenta (curva menos inclinada) conforme a trajetória a esquerda da origem do dispositivo fosse percorrida e, de forma mais rápida para a trajetória a direita como foi observado na figura 6.a.

Ademais, analisando os gráficos da variação da velocidade angular e da velocidade linear podemos observar um decréscimo nessas velocidades. Pela equação fornecida para a velocidade linear em função do tempo já era esperado um decréscimo linear conforme o tempo cresce, como se observa no gráfico plotado pelo MATLAB. A mesma lógica se aplica a velocidade angular ao observarmos a equação obtida para essa anteriormente, entretanto, diferentemente da velocidade linear, a velocidade angular não decresce de forma linear.

Por fim, pode-se verificar que R varia de forma periódica em função de $\theta$ (figura 9) o que suporta o fato de o dispositivo estar percorrendo trajetórias cíclicas em função do tempo.

A seguir tem-se o esquema completo do script do MATLAB: