UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SEM0530 – Problemas de Engenharia Mecatrônica II
1º Semestre de 2022

Prática 2 – Aplicações de aproximação numérica de integrais

Integrantes:

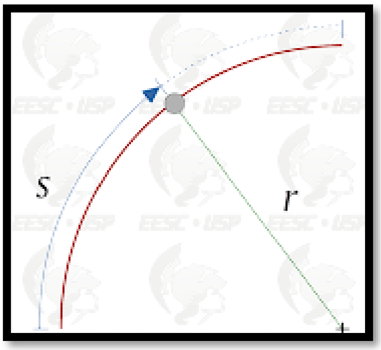
Matheus Della Rocca Martins N^oUSP : 12549731

São Carlos
29/05/2022

1. OBJETIVOS

Tem-se como objetivos a determinação do módulo da velocidade e da aceleração do veículo ao decorrer da trajetória, além disso, deve-se plotar um gráfico da velocidade em função do deslocamento e um gráfico da aceleração em função do deslocamento. Posteriormente, deve-se calcular a velocidade e a aceleração do veículo depois deste percorrer 20 metros. Por fim, deve-se determinar o tempo necessário para o veículo percorrer estes 20 metros através da resolução de integrais por meio de métodos numéricos.

Figura 1: Problema Proposto



Fonte: Figura retirada dos slides do professor Marcelo A. Trindade

2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A seguir tem-se a resolução realizada para obter-se o equacionamento do problema:

Figura 2: Resolução desenvolvida

Prática 2 - Aplicação de aproximação numérica de integrais

EP Problemas de Engenharia Mecatrônica II

Matheus Della Rocca Martins - Nº USP: 12549731

Problema:

Dados: $r = 100m$, $v_i = (10 + 0,1 \cdot 31)\ m/s$, $a_T = (4 - 0,01s^2)\ m/s^2$

$v_i = 13,1\ m/s$.

Análise de velocidade final do veículo:

Pelos conhecimentos de dinâmica tem-se: $a_T = \frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow a_{T} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot V$

$\Rightarrow a_T \cdot ds = V \cdot dV$ (Integrando em ambos os lados da eq.)

$\Rightarrow \int_0^s a_T\, ds = \int_{v_i = 13,1}^{v_f} v\, dv$

Substituindo $a_T = (4 - 0,01s^2)\ m/s^2$:

$\Rightarrow \int_0^s (4 - 0,01s^2)\, ds = \frac{v_f^2 - 13,1^2}{2}$

$\Rightarrow v_f(s) = \sqrt{2\left(4s - \frac{0,01s^3}{3}\right) + 13,1^2}$

$$\boxed{v_f(s) = \sqrt{-6,67 \cdot 10^{-3} s^3 + 8 \cdot s + 171,61}} \quad \text{(Eq. 1)}$$

↳ Velocidade em função do deslocamento.

Para $s = 30$ temos:

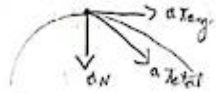
$V(30) = \sqrt{-6,67 \cdot 10^{-3} \cdot 30^3 + 8 \cdot 30 + 171,61}$

$V(30) \cong 14,68\ m/s$, ⇝ Para se garantir maior precisão este procedimento também será feito no Matlab.

Digitalizado com CamScanner

Figura 3: Resolução desenvolvida

Análise da aceleração:



⇒

⇒ $\boxed{a_{Total}^2 = a_N^2 + a_{Tang}^2}$

Sendo que $a_{Tang} = (4 - 0,01s^2)$ e $a_N = \frac{V}{R}$

Portanto, $a_{Total}(s) = \sqrt{\frac{V^2}{R} + (4-0,01s^2)}$ (Eq. 2)

Combinando as equações 1 e 2 podemos descobrir a aceleração em função do deslocamento e, assim, a aceleração para s=20. Estes procedimentos serão feitos no Matlab afim de facilitar os cálculos.

Análise do Tempo

$$V(s) = \frac{ds}{dt}$$

$$\therefore \int dt = \int_0^s \frac{1}{V(s)} ds$$

$$t_f - t_0 = \int_0^{20} \frac{1}{V(s)} ds$$

Considerando $t_0 = 0$ e temos:

$$t(s) = \int_{s_0}^{s} \frac{1}{V(s)} ds$$

$$\boxed{t(20) = \int_0^{20} \frac{1}{V(s)} ds.} \quad \text{(Eq. 3)}$$

3. RESOLUÇÃO NO MATLAB

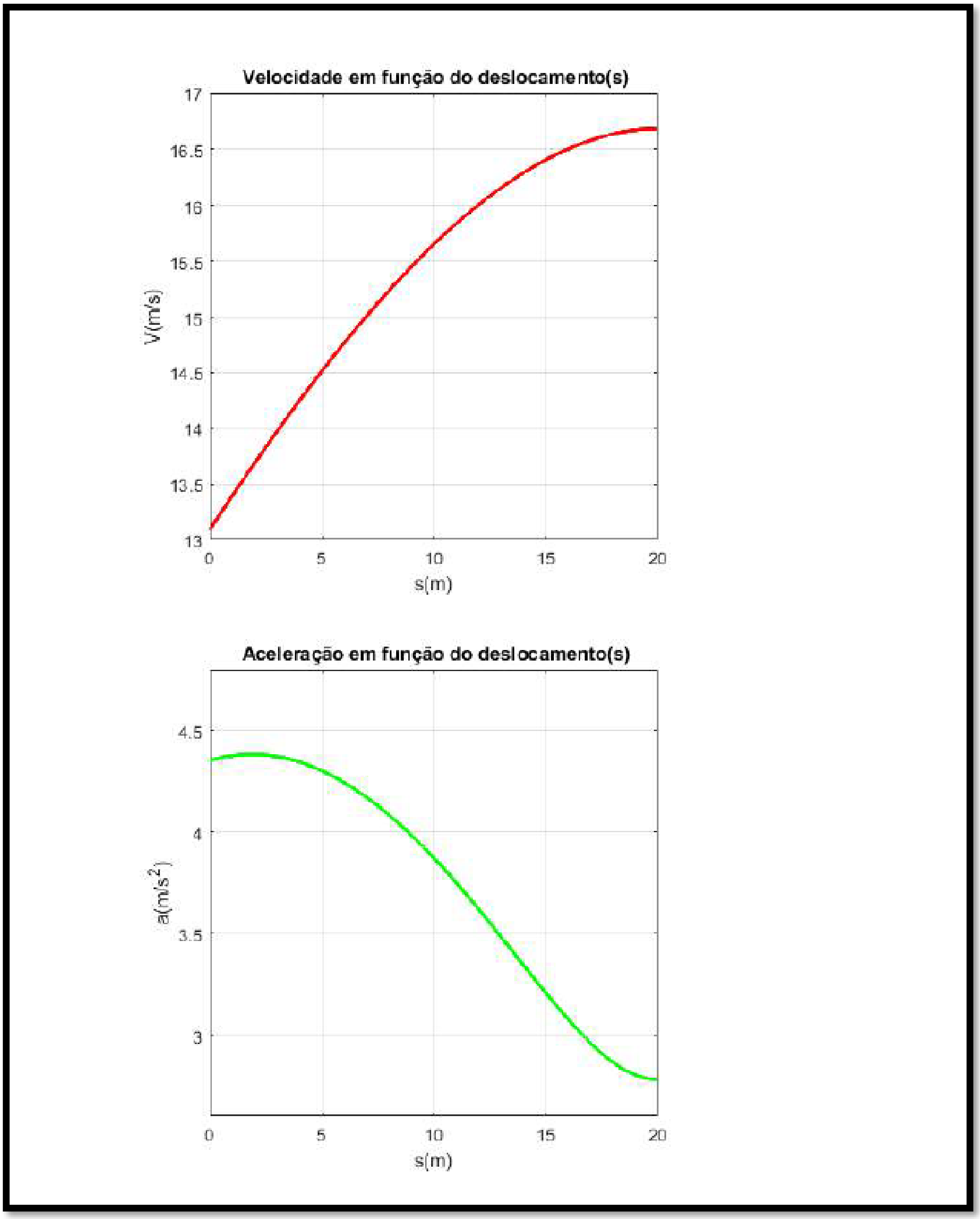
Para atingir os objetivos propostos utilizou-se o software MATLAB para resolver numericamente as equações obtidas anteriormente. A seguir tem-se os scripts criados no software. Além disso, é importante destacar que para obter o tempo gasto para o veículo percorrer 20 metros utilizou-se o método numérico aplicado pela função trapz no MATLAB, em que se obtêm o resultado da integral por meio da somatória das áreas de trapézios que compõem a área total embaixo da curva da função.

Figura 6: Script MATLAB

```
% Prática 2 - Matheus Della Rocca Martins

% Dados
r = 100; % [m]
Vi = 13.1; % [m/s]

% Análise da velocidade:
s = 0:0.01:20;
V = sqrt( 2 .* (4*s - (0.01 .* (power(s,3))/3)) + power(Vi,2));
disp("velocidade a 20 metros")
V(2001) % tempo 2001 corresponde a v = 20

% Análise da aceleração
at = (4 - 0.01 .* power(s,2)); % aceleração tangencial [m/s^2]
an = (power(V,2))./(r); % aceleração normal [m/s^2]
a = sqrt(power(at,2) + power(an,2)); % aceleração total [m/s^2]

% Análise do tempo

t = 1./V;
% resolução da integral pelo método trapz
tempo_trapz = trapz(s,t) % resolvendo a integral de v*ds


% Plotando os gráficos

figure(1)
plot(s, V, 'r', 'linewidth',2)
title (" Velocidade em função do deslocamento(s)")
xlabel ("s(m)")
ylabel ("V(m/s)")
axis square
grid on

figure(2)
plot(s, a, 'g', 'linewidth',2)
axis([0 20 2.6 4.8])
title (" Aceleração em função do deslocamento(s)")
xlabel ("s(m)")
ylabel ("a(m/s^2)")
axis square
grid on
```

```
velocidade a 20 metros

ans =

   16.6816


tempo_trapz =

    1.3057
```

Figura 7: Gráficos plotados



4. CONCLUSÕES

Portanto, após as análises realizadas obteve-se as equações que descrevem o comportamento da velocidade e da aceleração em função do deslocamento e, com auxílio de métodos numéricos, obteve-se os seguintes resultados: Velocidade do veículo após percorridos 20 metros foi igual a 16,6816 m/s e o tempo decorrido após percorridos 20 metros foi igual a 1.3057segundos.

A partir dos gráficos plotados, conclui-se que a velocidade aumenta de forma não linear conforme o deslocamento aumenta (para o intervalo de 0-20m estudado). Entretanto, a aceleração por outro lado, apresenta um pequeno aumento no início do deslocamento e depois decresce de forma não linear.