Jogos evolucionários

Matheus Farnese Lacerda Senna

Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, MG – Brasil

1. Introdução e modelagem

A Teoria de Jogos Evolucionários provê metodos que descrevem a dinâmica de uma população de indivíduos onde cada indivíduo adota uma estratégia diferente em cada instante de tempo. Modelos baseados nessa Teoria possuem várias aplicações em diversas áreas, e.g.: podem ser usados na biologia para entender como comportamentos específicos evoluem em populações animais. Isso pode incluir estratégias de reprodução, de sobrevivência e de seleção de parceiros, sendo que cada indivíduo pode adotar, por exemplo, uma estratégia mais cooperativa (trabalhar pelo bem da população, e ser mais auxiliado por ela) ou mais egoísta (trabalhar mais para si, contando somente com a própria habilidade).

Dessa forma, baseado na Teoria de Jogos Evolucionários, o modelo utilizado nesse trabalho consiste em uma rede quadrada com condições de contorno periódicas onde cada nó (indivíduo) interage com os 4 nós ligados a ele. Cada indivíduo adota uma estratégia (escolhida aleatoriamente no início da simulação): cooperar ou desertar. A cada instante discreto de tempo, cada indivíduo joga com seus vizinhos e com si. O jogo consiste em: caso seja um cooperador, para cada oponente cooperador, o indivíduo tem um ganho de 1. Caso seja um desertor, para cada oponente cooperador, ele tem um ganho de b (onde b é um parâmetro e varia entre 1 e 2). Em ambos casos, para cada oponente desertor, o indivíduo tem um ganho de 0. Após cada instante de tempo, os indivíduos escolhem uma nova estratégia com base em um de seus vizinhos (escolhido de forma aleatória): quando maior for o ganho do vizinho comparado com o ganho próprio, maior a chance de adotar a estratégia do vizinho. De forma análoga, se o ganho próprio tiver sido maior do que o do vizinho, a chance de mudar de estratégia é mais baixa. Então, o sistema é executado por N instantes de tempo e a sua evolução é analisada.

A constante K, usada no cálculo da probabilidade de mudança de estratégia, foi fixada em 0.26 para todos os experimentos descritos nesse relatório. Já o tamanho da rede, foi fixado em 200 x 200.

2. Análise inicial

Para obter-se uma visualização da evolução do modelo para diferentes valores de b (ganho, ou "payoff", para o desertor, caso ele jogue contra um cooperador), foram plotados em um gráfico a evolução da concentração de cooperadores (eixo y) para diferentes valores de b, a saber: 1.0, 1.1, 1.2, (…), 1.9, 2.0. O gráfico a seguir foi gerado por execuções do modelo com 1000 instantes de tempo (eixo x).

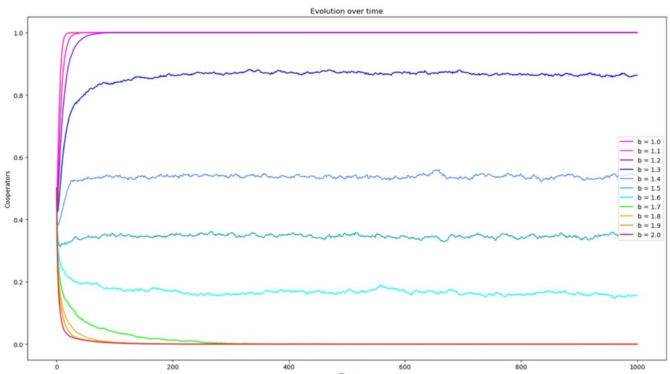

Figura 1

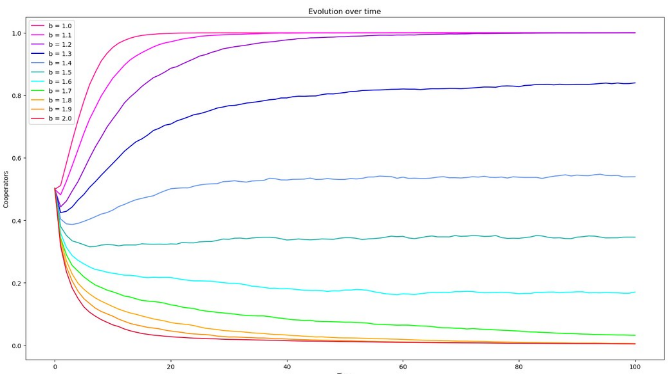

Figura 2

Ambas figuras representam o mesmo gráfico, sendo a figura 2 um zoom da figura 1 sobre os valores de tempo de 0 a 100. Percebe-se que, após um tempo longo o suficiente, o sistema entra em equilíbrio, oscilando sobre um valor médio da concentração de cooperadores. Dita concentração é menor, quanto maior for o valor de b. A concentração de cooperadores tende a 0 para valores de b maiores que ou iguais a 1.7 e tende a 1 para valores de b menores que ou iguais a 1.2.

3. Visualização da rede

Para ter-se uma visualização mais clara do estado da rede após 1000 passos (i.e. 1000 instantes de tempo), as imagens a seguir foram geradas. Elas representam a rede após o instante de tempo 1000, onde vermelho indica um indivíduo desertor e verde indica um indivíduo cooperador.

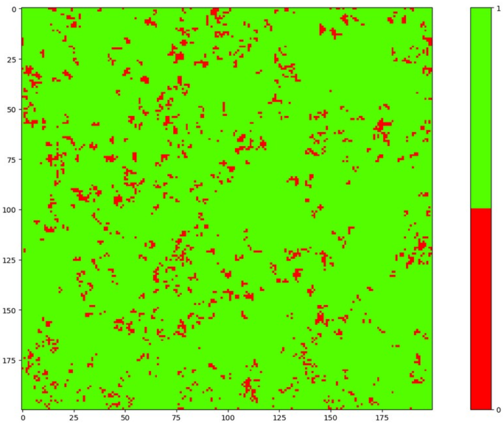

Figura 3

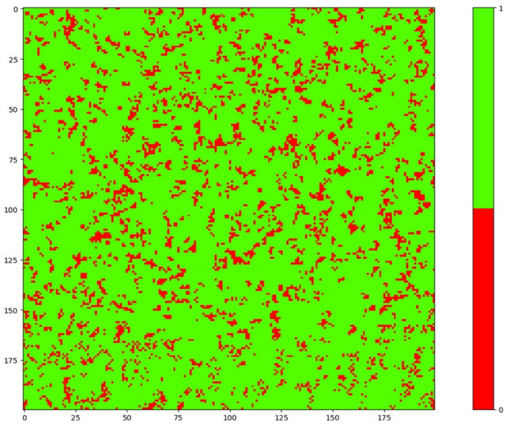

Figura 4

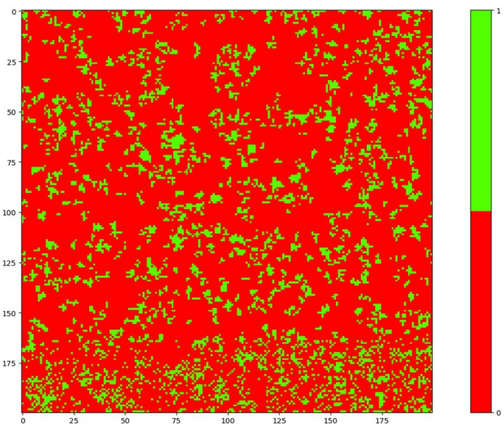

Figura 5

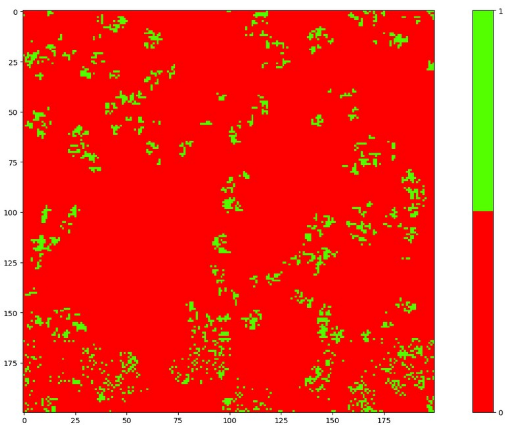

Figura 6

As figuras 3, 4, 5 e 6 foram geradas com b igual a, respectivamente, 1.29, 1.30, 1.60 e 1.63. Observa-se que, de fato, quanto maior o valor de b, mais desertores o sistema terá. Para valores de b (figura 6) próximos do limiar onde a concentração de cooperadores vai para zero, observa-se que, de fato, formam-se “pequenos grupos (ilhas) de indivíduos que cooperam num mar de traidores”, como explicado na especificação dessa atividade. Para finalizar essa análise visual, gerou-se, para um valor de b de 1.63, 9 imagens, que representam o estado da rede em intervalos de tempo iguais a 0, 125, 250, (…) 875, 1000.

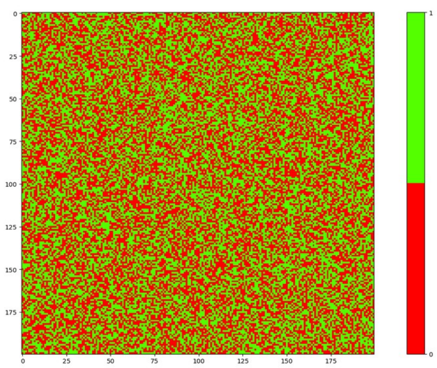

Figura 7

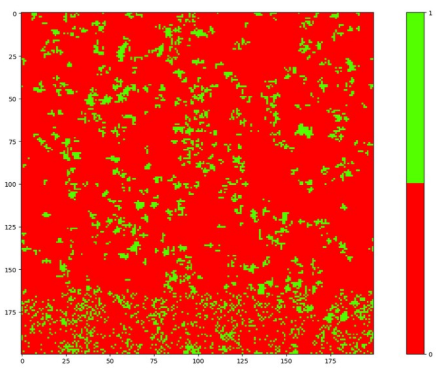

Figura 8

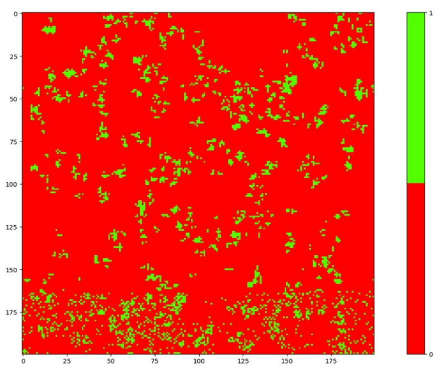

Figura 9

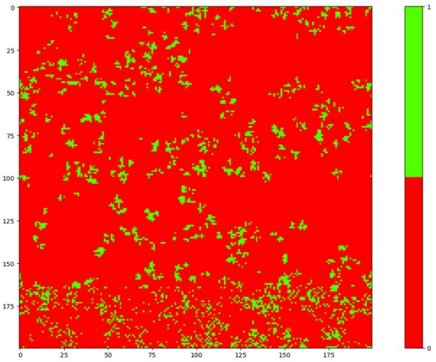

Figura 10

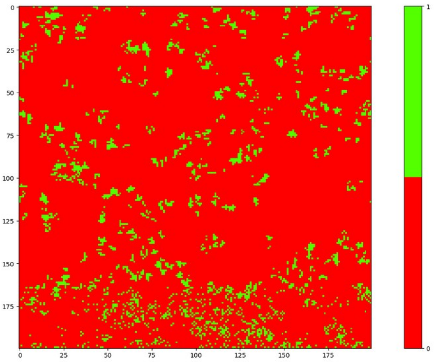

Figura 11

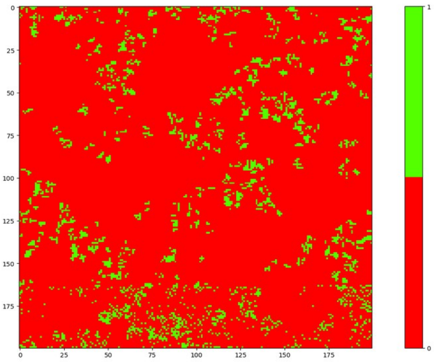

Figura 12

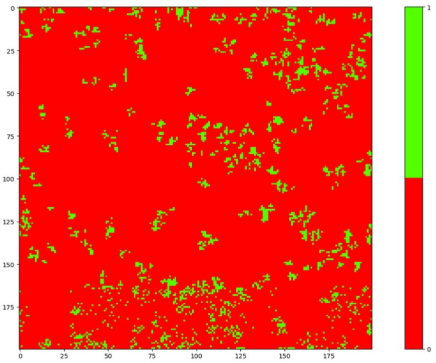

Figura 13

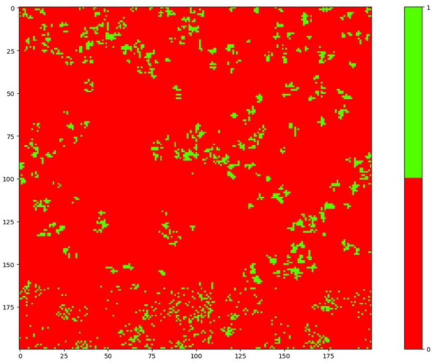

Figura 14

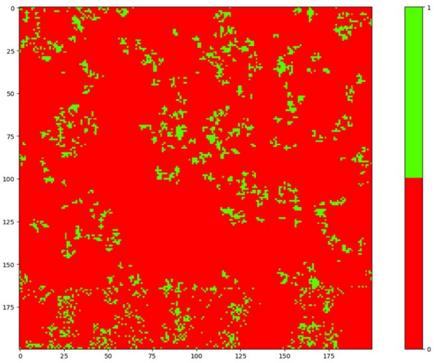

Figura 15

Verifica-se que, como já visto na seção 2, após um intervalo longo de tempo, o sistema oscila sobre um valor médio da concentração de cooperadores. Isso é verificado nas figuras de 9 a 15, onde o sistema altera seu estado, mas as figuras são parecidas entre si (e parecidas com a figura 6, pois foi utilizado o mesmo valor de b).

4. Limiares do valor de payoff (b)

Finalmente, foi feito uma análise para verificar quais são os valores de b a partir dos quais o sistema tende a uma concentração de cooperadores igual a 0 ou 1, i.e., as duas fases absorventes, onde a dinâmica cessa após todos indivíduos assumirem o mesmo estado. Para esse experimento, foram feitas 1000 execuções do modelo para valores de b entre 1 e 2, começando pelo 1 e, a cada execução, somando 0.001 a b. Em cada execução, foram utilizados 800 passos, sendo os primeiros 400 descartados e os últimos 400 utilizados para a obtenção da média da concentração de cooperadores referente ao respectivo valor de b. Os resultados estão expressos no gráfico a seguir.

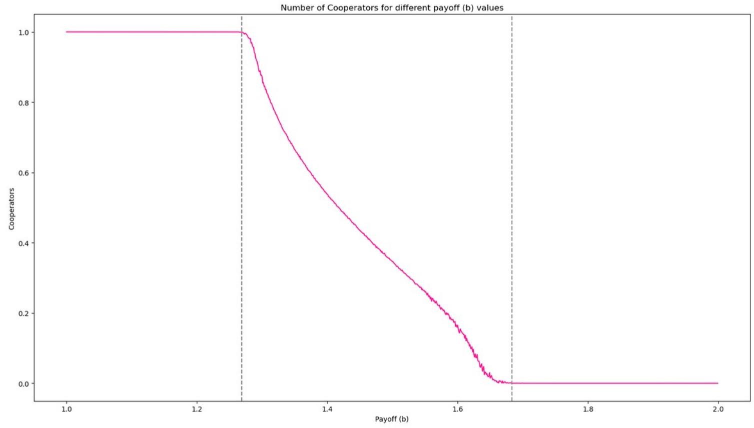

Figura 16

Observa-se o resultado esperado, isso é, duas fase absorventes, onde a concentração de cooperadores é 0 ou 1, e uma fase onde, quanto maior o valor de b, menos cooperadores haverão no sistema. As linhas pontilhadas indicam os valores encontrados para os limiares entre as fases absorventes e a fase onde a dinâmica não cessa. Tais limiares são os seguintes valores de b:

$b_1 = 1.269$ e $b_2 = 1.683$. Para demonstrar mais claramente esse fato, foi dado um zoom no gráfico da figura 16 sobre ambas linhas pontilhadas.

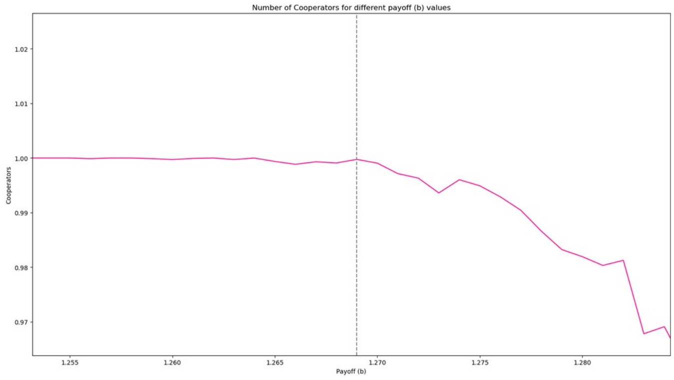

Figura 17

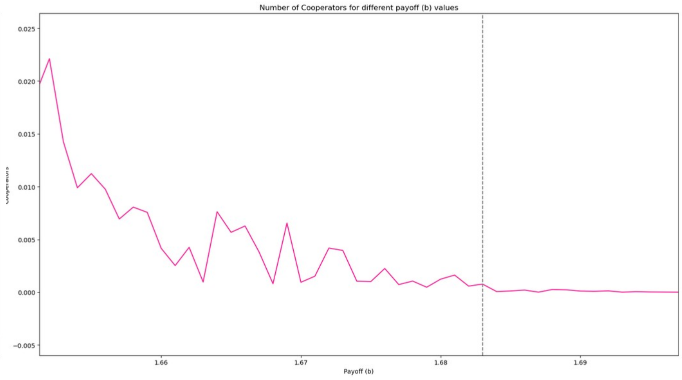

Figura 18

Verifica-se que, a partir de $b_1 = 1.269$ (figura 17), os sistemas começam a ter uma queda na concentração de cooperadores, marcando o fim da fase absorvente em 1. Ademais, a partir de $b_2 = 1.683$ (figura 18), observa-se que a concentração de cooperadores nos sistemas para de oscilar e permanece constante em zero, marcando o início da fase absorvente em 0.

Finalmente, o valor obtido para a concentração de cooperadores (calculado a partir da média da concentração de cooperadores nos últimos 400 passos da execução) em b_1 foi de 0.99909208229 com erro padrão da média igual a 0.00007378190. Já para b_2, a média foi de 0.00057605985 com erro padrão da média igual a 0.00002806921. Verifica-se que, de fato, são valores bem próximos (com mais de 1% de significância) de 1 e 0 respectivamente.

5. Apêndice

O código usado para as análises está disponível no seguinte repositório do github:

https://github.com/MatheusFarnese/Fisica_Estatistica_Computacional/tree/main/Evolutionary_games

Para a execução do modelo, utilize o arquivo evo_game.py e digite a seguinte linha de comando em um terminal:

python3 evo_game.py

Caso queira alterar os parâmetros dos testes, basta alterar as chamadas de função nas últimas linhas do arquivo evo_game.py. A primeira chamada gera o gráfico da seção 2, a segunda gera as figuras 3, 4, 5 e 6 da seção 3 e a terceira gera um gráfico parecido com o da seção 4, mas com 50 execuções em vez de 1000. Caso queira rodar as 1000 execuções, adicione o parâmetro n_it = 1000 na chamada, mas a execução pode demorar (demorou 25 minutos na minha máquina e, com 50 execuções, demorou 1 minuto e meio).