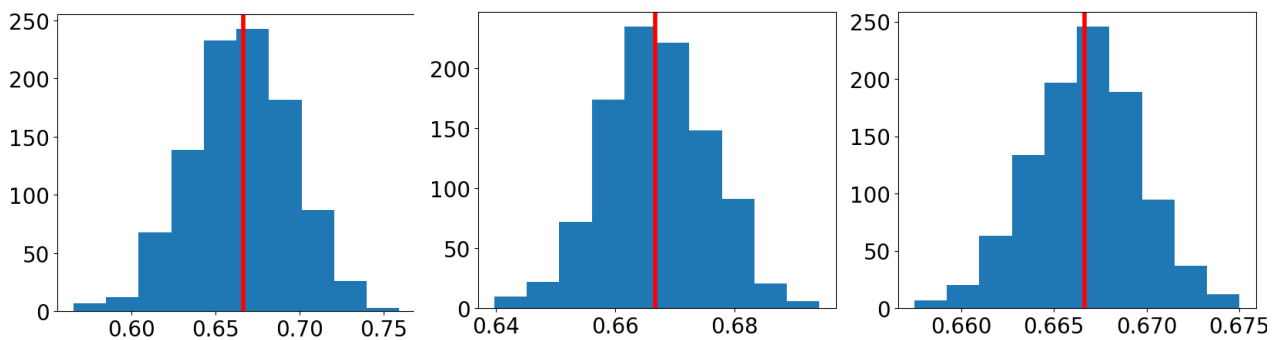


Método de Monte Carlo para cálculo de integrais definidas

Matheus Farnese Lacerda Senna – 2021031939

1) O valor analítico dessa integral é de $2/3$, aproximado para 0.66666666 para que possa ser colocado no gráfico. A seguir se encontram, respectivamente, os histogramas para os experimentos com $N_{\text{total}} = 100$, 1000 e 10000. Em todos, a quantidade de amostras, i.e., a quantidade de estimativas diferentes para o valor da integral, foi de 1000.



Nos histogramas acima, as linhas vermelhas estão traçadas em 0.66666666. Observa-se que, a medida que o valor de N vai crescendo, as estimativas para o valor da integral vão ficando cada vez melhores. No primeiro gráfico, os valores variam de 0.60 até 0.75, enquanto que no segundo, de 0.64 até 0.68. Finalmente, as melhores estimativas estão no terceiro gráfico, onde os valores variam de 0.660 a 0.675.

Para acabar a análise, apresenta-se a média e o erro padrão da média para cada um dos gráficos acima, respectivamente:

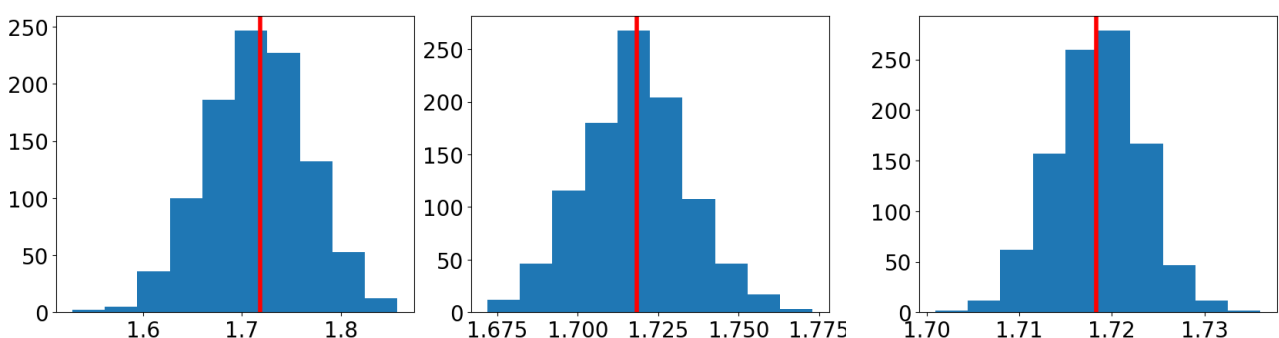
1º: 0.66534279 de média e 0.00095190 de erro padrão da média.

2º: 0.66680961 de média e 0.00027962 de erro padrão da média.

3º: 0.66671564 de média e 0.00009189 de erro padrão da média.

Observa-se que a média fica cada vez mais próxima do valor exato ($2/3$) e o erro padrão da média vai ficando cada vez menor. Ou seja, a qualidade dos experimentos vai aumentando: o valor calculado vai se aproximando do valor real da integral e além disso, esses valores calculados vão ficando mais precisos, ou seja, não variam muito entre si.

2) O valor analítico dessa integral é de $(e - 1)$, aproximado para 1.71828182. N_{total} e a quantidade de amostras são definidos da mesma forma do que no exercício anterior. A seguir, encontram-se os histogramas:



Nos histogramas acima, as linhas vermelhas estão traçadas em 1.71828182. Novamente, observa-se que, a medida que o valor de N vai crescendo, as estimativas para o valor da integral vão ficando cada vez melhores. No primeiro gráfico, os valores estão com erro na primeira casa decimal. No segundo, esse erro passa para a segunda casa. No terceiro, grande parte do gráfico possui erro na terceira casa decimal e, quando não é o caso, o erro é de apenas ± 0.01 .

A média e o erro padrão da média para os gráficos acima são, respectivamente:

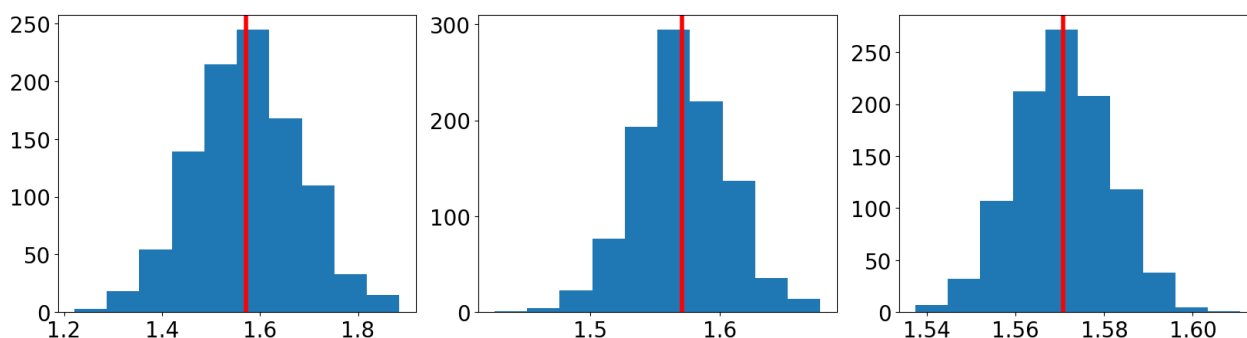
1º: 1.71584878 de média e 0.00160920 de erro padrão da média.

2º: 1.71777163 de média e 0.00051367 de erro padrão da média.

3º: 1.71848716 de média e 0.00015055 de erro padrão da média.

Novamente, observa-se que a qualidade dos experimentos vai aumentando com o aumento de N. A média fica cada vez mais próxima do valor exato ($e - 1$) e o erro padrão da média vai ficando cada vez menor.

3) O valor analítico dessa integral é de $(\pi/2)$, aproximado para 1.57079632. N_{total} e a quantidade de amostras são definidos da mesma forma do que nos exercícios anteriores. A seguir, encontram-se os histogramas:



Nos histogramas acima, as linhas vermelhas estão traçadas em 1.57079632. Assim como nos exercícios anteriores, observa-se que, a medida que o valor de N vai crescendo, as estimativas para o valor da integral vão ficando cada vez melhores. No primeiro gráfico, os valores estão com erro na primeira casa decimal. No segundo, em grande parte do gráfico, esse erro passa para a segunda casa. No terceiro, o erro está na segunda casa decimal para quase todas as estimativas.

A média e o erro padrão da média para os gráficos acima são, respectivamente:

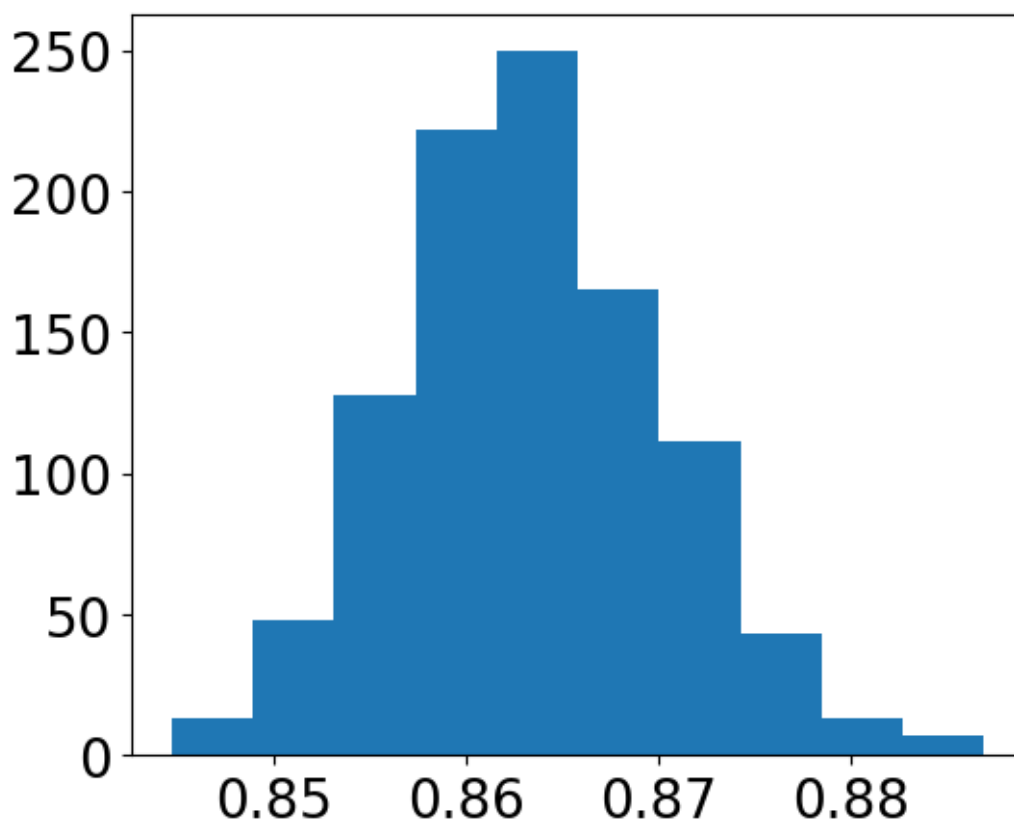
1º: 1.57203079 de média e 0.00342844 de erro padrão da média.

2º: 1.57002554 de média e 0.00113435 de erro padrão da média.

3º: 1.57053179 de média e 0.00033995 de erro padrão da média.

Novamente, observa-se que a qualidade dos experimentos vai aumentando com o aumento de N. A média fica cada vez mais próxima do valor exato ($\pi/2$) e o erro padrão da média vai ficando cada vez menor.

4) Finalmente, há uma integral cujo valor analítico não é conhecido e deseja-se estimá-la pelo método de Monte Carlo. Para essa estimativa, foram geradas 1000 amostras, sendo que em cada amostra foram utilizados 10000 pontos. O histograma gerado se encontra abaixo:



A média e o erro padrão da média para o gráfico acima foram, respectivamente: 0.86339007 e 0.00021870. Portanto, o valor dessa integral calculado usando o método de Monte Carlo com amostragem direta é 0.86339007.