1 Exercicio 2 A

Considerando o método quasi-Newton como um caso particular do ponto fixo, este é supralinear se $g'(z) = 0$ (onde g é a função iteradora do método). Assumindo que $f'(z) \neq 0$ em $[a, b]$, temos que

$$g(x) = x - \frac{f(x)\delta}{f(x+\delta) - f(x)}$$

donde

$$g'(x) = 1 - \frac{f'(x)\delta(f(x+\delta) - f(x)) - (f'(x+\delta) - f'(x))(f(x)\delta)}{(f(x+\delta) - f(x))^2}$$

Para $x = z$ temos

$$g'(z) = 1 - \frac{f'(z)\delta}{f(z+\delta)}$$

Assumindo que o delta é tal que $g'(z) \neq 0$ (pois $\delta \neq 0$ apesar de próximo), concluimos que o método tem convergência linear e o coeficiente assimptótico de convergência é $|g'(z)/1!| = |1 - \frac{f'(z)\delta}{f(z+\delta)}|$.

Para estudar quando o método tem convergência supralinear, tomamos $\delta \to 0$ obtendo

$$\lim_{\delta \to 0} g'(z) = \lim_{\delta \to 0} 1 - \frac{f'(z)\delta}{f(z+\delta)} =$$

e pela regra de Cauchy

$$\lim_{\delta \to 0} 1 - \frac{f'(z)}{f'(z+\delta)} = 1 - 1 = 0$$

Logo, quando $\delta \to 0$, $g'(z) \to 0$ e o método é supralinear.