

8ª Aula Laboratorial de Matemática Computacional
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
2º Sem. 20/21
Problemas

1. A função *interp* permite aproximar o valor de uma certa função f , num ponto x , através um polinómio interpolador $p_n(x)$, sendo a função dada através de uma tabela de valores, $f(x_i) = f_i$, $i = 0, \dots, n$.
 - (a) A partir da função *interp*, construa uma nova função em MATLAB que, usando os mesmos dados (isto é, os vectores xi e fi), determine, por interpolação inversa, o ponto x onde a função aproximada toma um certo valor y , isto é, $x = f^{-1}(y)$.

Entende-se por *interpolação inversa* o processo de construir o polinómio interpolador da função inversa de f , a partir de uma tabela de valores de f . Assume-se que a função f é contínua e monótona num intervalo $[a, b]$, ao qual pertence o ponto x procurado; logo, a sua inversa existe nesse intervalo e pode ser, tal como f , aproximada por um polinómio interpolador.
 - (b) Use a função construída na alínea anterior para obter valores aproximados das raízes da equação $f(x) = 10x^2e^{-x} = 1$. Determine previamente intervalos que contenham cada uma das raízes, e tais que f seja monótona em cada intervalo. Use interpolação com n pontos equidistantes, $n = 2, 3, 4, 5$. Compare com as soluções obtidas através do comando *fzero* e comente a precisão dos resultados.
2. A função *equidist* permite aproximar uma função dada f , num certo ponto x , usando para isso um polinómio interpolador de grau n , num conjunto de $n+1$ pontos equidistantes de um certo intervalo $[a, b]$ dado. Para construir o polinómio interpolador, recorre-se à função *interp* acima referida.
 - (a) Com base na função *equidist*, construa uma nova função em MATLAB, com o mesmo objectivo, mas que use, em vez de nós equidistantes, os chamados nós de Chebyshev o intervalo $[a, b]$, que, para um certo n , são dados pela fórmula:
$$y_k = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{\pi(2k-1)}{2n}\right), \quad k = 1, \dots, n;$$
 - (b) Considere a função $f(x) = \frac{1}{1+2x^2}$ no intervalo $[-5, 5]$. Usando o programa construído na alínea anterior, construa polinómios interpoladores desta função, nos casos de $n = 5$, $n = 10$, $n = 15$, $n = 20$. Para cada caso, trace os gráficos do polinómio interpolador e do erro de interpolação. Verifique como varia o erro de interpolação quando se aumenta n .
 - (c) Repita os passos da alínea anterior, usando a função *equidist*, acima referida. Compare os resultados e comente.