

Universidade de São Paulo - USP
Escola de Engenharia de São Carlos - EESC
Departamento de Engenharia Aeronáutica - SAA

SMM-0181 - Sistemas de Controles de Aeronaves I
(SAA - 0168)

MOTOR DC - ETAPA 1

Matheus Araujo de Medeiros, nº USP 12681820

Prof. Dr. Glauco Augusto de Paula Caurin

Sumário

1	Escopo	2
2	Métodos	3
2.1	Modelamento	3
2.2	Simulação no MATLAB	5
2.3	Resultados	7
2.4	Conclusão	9
3	Referências	10

Lista de Figuras

1	Modelo elétrico motor DC	3
2	Diagrama de blocos para o motor DC	4
3	Tensão de entrada	7
4	Torque de entrada	8
5	Resposta corrente e velocidade angular no tempo	8

1 Escopo

Este presente arquivo refere-se à documentação do modelamento da dinâmica de um motor eléctrico de corrente contínua (motor DC), e da simulação do sistema estudado em MATLAB.

2 Métodos

2.1 Modelamento

O sistema em questão é mostrada a seguir na Figura 1^[1]

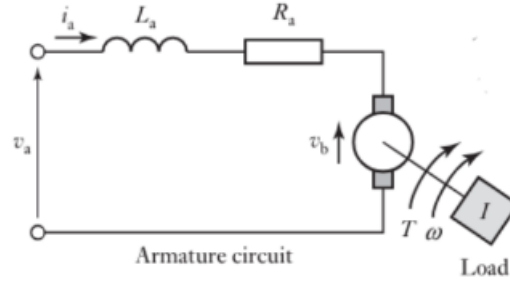


Figura 1: Modelo elétrico motor DC

O modelo elétrico de corrente contínua é basicamente um circuito que apresenta resposta mecânica a partir de uma entrada elétrica; no caso, esta entrada será a diferença de potencial na armadura do motor e a corrente produzida I_A será o parâmetro que permite trabalhar com o sistema mecânico, pois ela tem caráter proporcional frente ao torque elétrico gerado.

Pela lei de Kirchhoff, a soma dos potenciais em malha fechada deve ser nula. Logo,

$$v_a - v_b + L \frac{d}{dt} i + Ri = 0$$

$$L \frac{d}{dt} i = v_b - v_a - Ri \quad (1)$$

Onde

v_b Força contra-eletromotriz

v_a Tensão na armadura

R Resistência

L indutância entre os terminais

Para o sistema mecânico, pela 2ª lei de Newton para rotações, tem-se

$$J \frac{d}{dt} \omega = \tau_{el} - c\omega - \tau \quad (2)$$

Onde

J Inércia do rotor

ω	Velocidade angular
τ_{el}	Torque elétrico gerado pelo motor
τ	Torque externo
c	Coefficiente de fricção do motor

A fim de se relacionar tais equações, utiliza-se o diagrama de blocos a seguir^[1] (Figura 2)

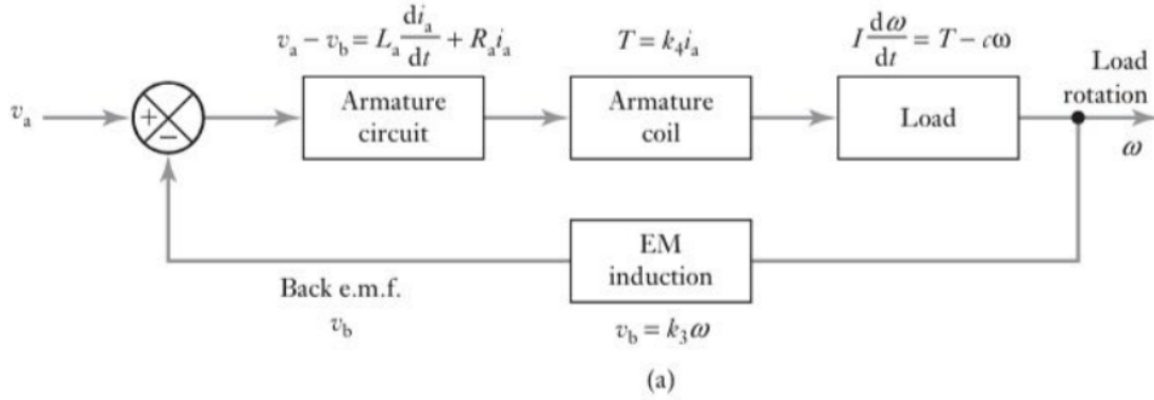


Figura 2: Diagrama de blocos para o motor DC

As constantes k_v e k_t fazem a correlação das equações 1 e 2 por meio das seguintes relações:

$$v_b = k_e \times \omega$$

Onde

$$k_e = \frac{1}{k_v}$$

E

$$\tau_{el} = k_t \times i$$

Fazendo as substituições nas equações 1 e 2, tem-se que

$$L \frac{d}{dt} i = -k_e \omega - R i + v_a$$

$$J \frac{d}{dt} \omega = -c \omega + k_t \times i - \tau$$

Reescrevendo-se as relações acima em espaços de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_e}{L} \\ \frac{k_t}{J} & -\frac{c}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ \tau \end{bmatrix}$$

2.2 Simulação no MATLAB

Os dados fornecidos pelo fabricante em SI encontram-se na Tabela 1

Tabela 1: Dados do motor - modelo ECX 32 flat UAV Maxon Motors

Parâmetro	Valor
R	0.179 Ω
L	$4.55 \times 10^{-5} H$
J	$3.51 \times 10^{-6} kgm^2$
c	0.00597 Nm*s
k_t	0.012 Nm/A
k_v	83.5 rad/sV
k_e	$1/k_v$

Implementando o código no MATLAB, tem-se

```

1 clear;
2
3
4 % Parametros do motor
5 R = 0.179; % Resistência da armadura (Ohm)
6 L = 4.55e-5; % Indutancia da armadura (H)
7 k_v = 83.5; % Constante de velocidade (rad/s/V)
8 k_t = 0.012; % Constante de torque (Nm/A)
9 J = 3.51e-6; % Inércia do rotor (kg*m^2)
10 c = 0.00597; % Coeficiente de fricção (Nm*s)
11 v_a = 10; % Voltagem nominal (V)
12 tau = 0.091; % Torque nominal (Nm)
13
14 % Equações de estado
15 A = [-R/L, -1/(k_v * L);
16      k_t/J, -c/J];
17
18 B = [1/L, 0;
19      0, -1/J];
20
21 % Função de entrada ajustada para entradas degrau
22 u = @(t) [v_a * (t >= 0); tau * (t >= 10)]; % Entradas degrau
23
24 dxdt = @(t, x) A*x + B*u(t);
25
26 % Simulação usando ode45
27 tspan = [0 20]; % Intervalo de tempo para a simulação
28 x0 = [0; 0]; % Condições iniciais
29
30 % Resolver ODE
31 [t, x] = ode45(dxdt, tspan, x0);
32
33 % Plotar os resultados
34 figure;
35 subplot(2, 1, 1);
36 plot(t, x(:, 1));
37 title('Corrente vs Tempo');
38 xlabel('Tempo (s)');

```

```
39 ylabel('Corrente_(A)');
40 ylim([0, max(x(:, 1)) * 1.1]); % Ajuste para começar em zero
41
42 subplot(2, 1, 2);
43 plot(t, x(:, 2));
44 title('Velocidade_Angular_vs_Tempo');
45 xlabel('Tempo_(s)');
46 ylabel('Velocidade_Angular_(rad/s)');
47 ylim([0, max(x(:, 2)) * 1.1]); % Ajuste para começar em zero
```


2.3 Resultados

A partir da rotina implementada, obtiveram-se os seguintes gráficos de resposta

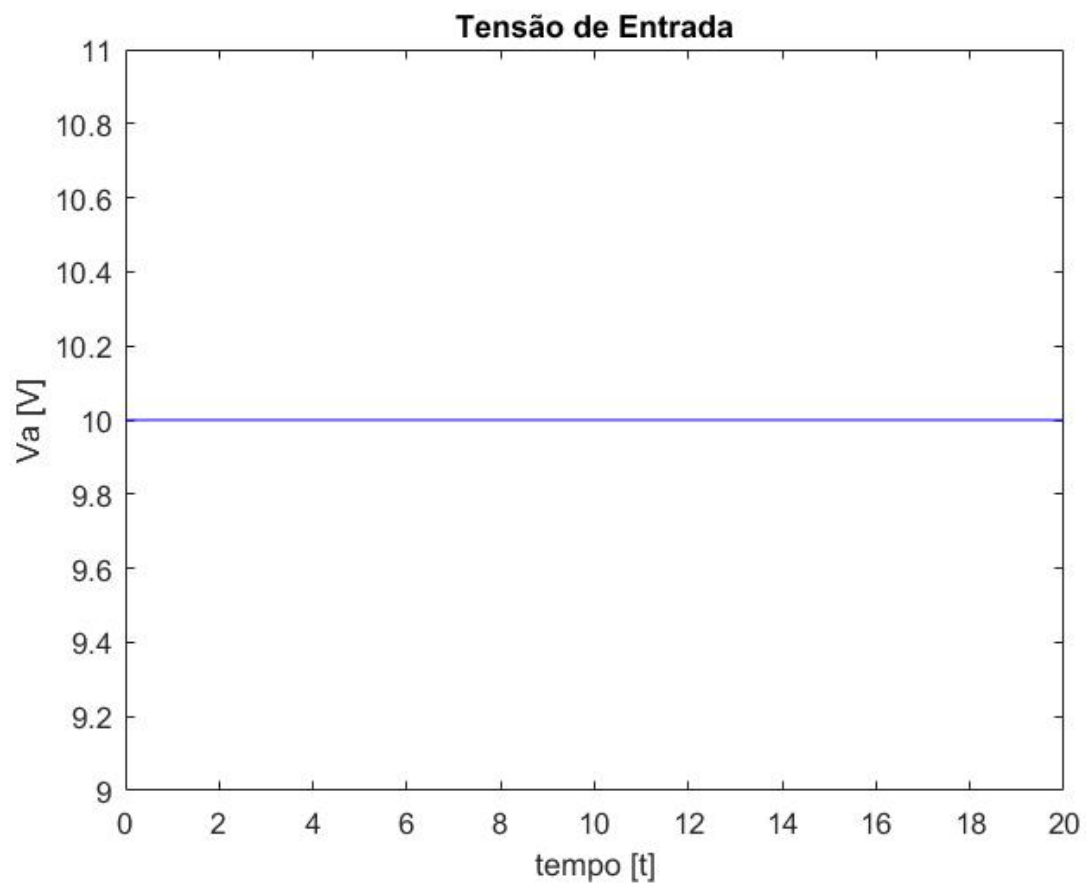


Figura 3: Tensão de entrada

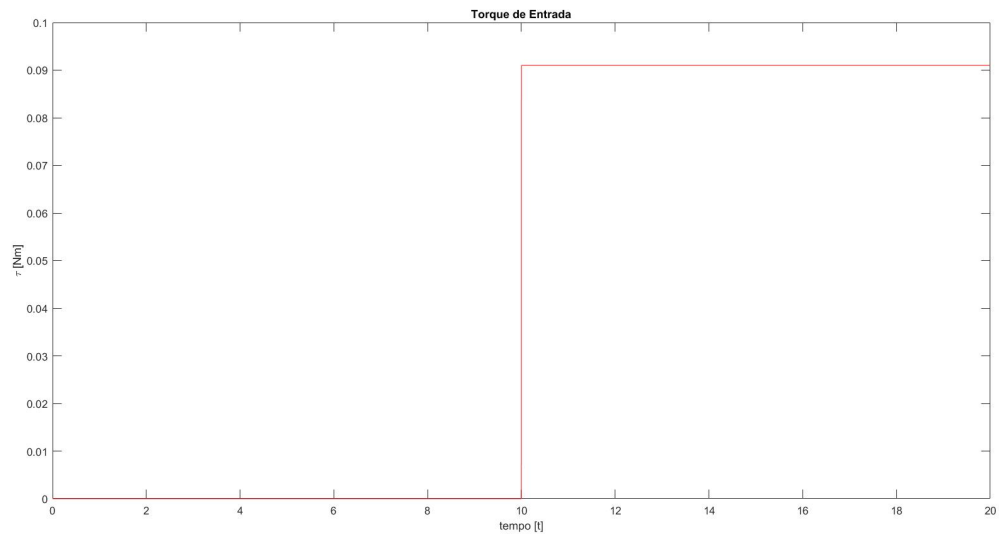


Figura 4: Torque de entrada

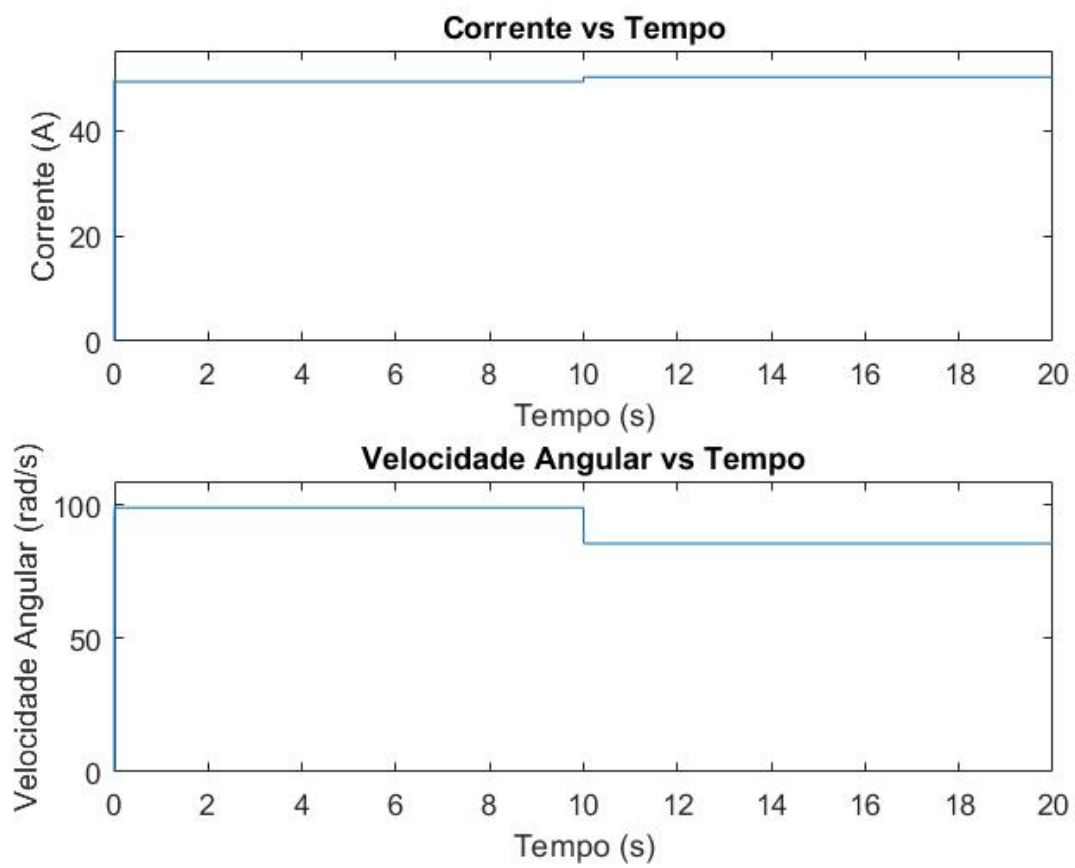


Figura 5: Resposta corrente e velocidade angular no tempo

2.4 Conclusão

De acordo com o que era esperado para um sistema de um motor elétrico, tal implementação mostrou que os resultados são uma aproximação razoável e representativa da operação de uma vasta gama de motores elétricos, mesmo que ele seja divergente do modelo trifásico "brushless", geralmente empregado em minirotores.

3 Referências

1. Bolton, William. Mechatronics: electronic control systems in mechanical and electrical engineering. Pearson Education, 2003.
2. Maxon UAV propulsion systems. Disponível em: [https://www.maxongroup.net.au/medias/sysmaster/root/8930376351774/210827-Brosch UAV-2021-UG-PRINT.pdf](https://www.maxongroup.net.au/medias/sysmaster/root/8930376351774/210827-Brosch%20UAV-2021-UG-PRINT.pdf). Acesso em 1 de junho de 2024.