Exercícios de Métodos Numéricos

Fábio Dall Cortivo

April 1, 2017

OBS.: Os exercícios abaixo foram extraídos do livro: Análise Numérica; Burden e Faires; 2003

1 Interpolação

1. Se $f(x) = \cos x$ e $x_0 = 0$, $x_1 = 0.6$ e $x_2 = 0.9$. Obtenha o polinômio de Lagrange que melhor aproxima o valor de $f(0.45)$. Faça um gráfico da função f e do polinômio de Lagrange.

2. Se $f(x) = e^x$, $0 \leq x \leq 2$. Para cada um dos itens abaixo faça o gráfico de $f(x)$ e do polinômio obtido.

   (a) Aproxime $f(0.25)$ utilizando a interpolação linear com $x_0 = 0$ e $x_1 = 0.5$

   (b) Aproxime $f(0.75)$ utilizando interpolação linear com $x_0 = 0.5$ e $x_1 = 1$.

   (c) Aproxime $f(0.25)$ e $f(0.75)$ utilizando o polinômio interpolador com abcissas $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$

   (d) Quais são as melhores aproximações e por quê?

3. Suspeita-se que o alto conteúdo de tanino existente nas folhas maduras do carvalho inibe o crescimento das larvas da mariposa de inverno (*Operophtera bromata L., Geometridae*), que danifica severamente essas árvores em certos anos. A tabela abaixo relaciona o peso médio de duas amostras de larvas com 28 dias de nascimento. A primeira amostra foi cultivada em folhas de carvalho novas, e a segunda amostra em folhas maduras da mesma árvore.

   (a) Use a interpolação de Lagrange para aproximar a curva de peso médio de cada amostra

   (b) Aproxime o peso de cada amostra para o dia 2. Comente os valores obtidos. O que você tem a dizer sobre a interpolação obtida para a amostra 1 para os dias iniciais?

Dia	0	6	10	13	17	20	28
Peso médio da amostra 1 (mg)	6.67	17.33	42.67	37.33	30.10	29.31	28.74
Peso médio da amostra 2 (mg)	6.67	16.11	18.89	15.00	10.56	9.44	8.89

2 Sistemas Lineares

1. Faça um programa de computador para resolva o sistema linear abaixo usando eliminação Gaussiana. Para construção do programa considere um sistema $n \times n$.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 11 \end{bmatrix}$$

2. Usando o programa criado no exercício anterior resolva o sistema linear $\mathbb{A}\vec{x} = \vec{b}$ dado por

   (a)

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 0.5x_1 & + & 0.25x_2 & & & & & = & 0.35 \\ 0.35x_1 & + & 0.8x_2 & + & 0.4x_3 & & & = & 0.77 \\ & & 0.25x_2 & + & x_3 & + & 0.5x_4 & = & -0.5 \\ & & 0.249999x_2 & + & 1.00001x_3 & + & 0.499999x_4 & = & -2.25 \end{array}$$

   (b) No sistema anterior adote $\vec{b} = [0.356,\ 0.774,\ -0.501,\ -2.249]^T$ e obtenha a nova solução. Chame a solução do item (a) de $\vec{SA}$ e a solução do item (b) de $\vec{SB}$. Calcule $\vec{SA} - \vec{SB}$. Explique porque uma diferença pequena no vetor $\vec{b}$ ($\vec{b}_a - \vec{b}_b = [-0.006,\ -0.004,\ 0.001,\ -0.001]^T$) causa uma diferença grande na solução.

3. Seja $\mathbb{A}$ uma matriz tridiagonal 10×10 dada por $a_{ii} = 2$, $a_{i,i+1} = a_{i,i-1} = -1$, para cada $i = 2, \ldots, 9$, e $a_{11} = a_{10,10} = 2$, $a_{12} = a_{10,9} = -1$. Seja $\vec{b}$ um vetor coluna de dimensão 10 dado por $b_1 = b_{10} = 1$ e $b_i = 0$ para $i = 2, \ldots, 9$. Resolva $\mathbb{A}\vec{x} = \vec{b}$ usando o programa desenvolvido no item (a). Existe uma maneira mais eficiente de resolver um sistema tridiagonal, em relação ao método da eliminação Gaussiana?