Exercícios de Métodos Numéricos

Fábio Dall Cortivo

April 9, 2017

OBS.: Os exercícios abaixo foram extraídos do livro: Análise Numérica; Burden e Faires; 2003

1 Integração

1. Faça um programa que determina os valores de n (número de pontos) e h (tamanho do passo) necessários para aproximar

$$\int_0^2 e^{2x} \sin 3x \, dx$$

com precisão de 10^{-4} usando:

- Trapezoidal composta
- Simpson composta
- Ponto médio composta

2. Uma partícula de massa m movendo-se através de um fluido é submetida à resistência viscosa , R, que é função da velocidade v. A relação entre a resistência R, a velocidade v e o tempo t é dada pela equação

$$t = \int_{v(t_0)}^{v(t)} \frac{m}{R(u)} \, du$$

Suponha que $R(v) = -v\sqrt{v}$ para um fluido particular, onde R é dado em newtons e v em m/s. Se $m = 10$ kg e $v(0) = 10$ m/s, aproxime o tempo requerido para a partícula diminuir a velocidade para $v = 5$ m/s. Justifique o método de integração utilizado.

3. Para simular as características térmicas dos discos de freio, D. A. Secrist e R. W. Hornbeck precisaram aproximar numericamente a "temperatura média da área da pastilha de freio", T, do coxim do freio, a partir da equação

$$T = \frac{\displaystyle\int_{r_e}^{r_o} T(r)\, r\, \theta_p \, dr}{\displaystyle\int_{r_e}^{r_o} r\, \theta_p \, dr},$$

onde r_e representa o raio no qual o contato do disco com a pastilha começa, r_o representa o raio externo da área de contato do disco com a pastilha, θ_p representa o ângulo da corda formada pela área de contato com a pastilha, e $T(r)$ representa a temperatura em cada ponto da área de contato, obtido numericamente por meio da análise da equação do calor − veja Figura 1. Suponha que $r_e = 0.308$ pé, $r_o = 0.478$ pé, $\theta_p = 0.7051$ radianos, e as temperaturas dadas na tabela abaixo tenham sido calculadas em vários pontos do disco. Aproxime T. Justifique a escolha do método de integração utilizado.

r (pés)	$T(r)$ (°F)	r (pés)	$T(r)$ (°F)
0.308	640	0.410	1114
0.325	794	0.427	1152
0.342	885	0.444	1204
0.359	943	0.461	1222
0.376	1034	0.478	1239
0.393	1064		

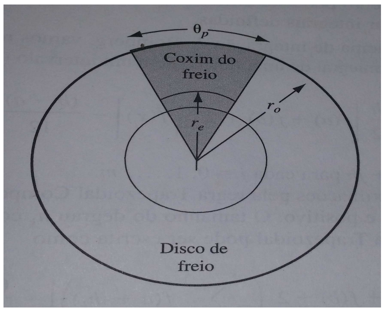

Figure 1: Disco

2 EDOs

1. Considere o problema de valor inicial

$$y' = -100y + 100t + 1, \quad y(0) = 1.$$

(a) Determine a solução analítica do problema

(b) Encontre a solução numérica com o método de Euler com tamanho de passo $h_1^e = 0.025$ e $h_2^e = 0.01666666\ldots$

(c) Encontre a solução numérica com o método de Runge-Kutta 4 com $h_1^k = 0.03333\ldots$ e $h_2^k = 0.025$.

Por que Euler com h_1^e diverge e Runge-Kutta com h_2^k converge? Por que Euler com h_2^e converge e R-K4 com h_1^k diverge? Porque isso acontece? É possível identificar problemas de convergência "olhando" para a equação diferencial? Justifique. Ainda, investigue quão pequeno deve ser o tamanho do passo h para que o erro em $t = 0.05$ e $t = 0.1$ seja menor que 0.0005 quando utilizado o método de Euler e o método de R-K4.