

Tarefa Aplicada 2 - Introdução aos Passeios Aleatórios

1. Implemente uma função que calcula a probabilidade de haver r mudanças de sinal em $2n + 1$ unidades de tempo.
2. Implemente uma função que calcula a probabilidade do máximo de um passeio aleatório de n passos ser r .
3. Construa 10.000 replicações de um passeio aleatório de 199 passos, e guarde, para cada replicação, o número de trocas de sinal, o máximo atingido por cada passeio e o número de **lados** que o passeio ficou acima do eixo.
 - (a) Construa um histograma com o número de trocas de sinal das 10.000 replicações.
 - (b) Construa uma tabela comparando os resultados empíricos com os resultados teóricos do exercício 1, para $r=1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40$.
 - (c) Construa um histograma com o ponto máximo das 10.000 replicações.
 - (d) Construa uma tabela comparando os resultados empíricos com os resultados teóricos do exercício 2, para $r=0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20, 50, 100$.
 - (e) Construa um histograma com o número de lados que o processo ficou acima do eixo das 10.000 replicações. O que é possível observar?
4. Implemente uma função que constrói o passeio aleatório em \mathbb{Z}^2 , com n passos. A função deve retornar o desenho que a partícula realizou em \mathbb{Z}^2 , sem o eixo temporal, e o estado final.
5. Implemente uma função que constrói r replicações do passeio aleatório de n passos em \mathbb{Z}^2 . A função deve retornar um histograma com a distância de S_n em relação à origem. Utilize $d(x, y) = |x| + |y|$, conhecida como a *métrica de Manhattan*.
6. Implemente uma função que constrói o passeio aleatório no grafo estrela, em função de r vizinhos, tal que, ao visitar um vizinho repetido, o processo para. A função deve retornar o número de vizinhos visitados.
 - (a) Realize 1.000 replicações do processo, e retorne um histograma com o número de vizinhos visitados, para $r=3, 5, 10, 20, 100$.
7. Implemente uma função que constrói o passeio aleatório no grafo estrela, em função de r vizinhos, tal que, ao visitar todos os vizinhos, o processo para. A função deve retornar o número passos realizados.
 - (a) Realize 1.000 replicações do processo, e retorne um histograma com o número de passos realizados, para $r=3, 5, 10, 20, 100$.
8. Implemente uma função que constrói o passeio aleatório circular, em função de r vizinhos, n passos e p , onde p é a probabilidade da partícula avançar uma unidade no sentido horário. A função deve retornar o número de vizinhos visitados.
9. Implemente uma função para o problema da ruína do jogador. Os parâmetros da função devem ser: o montante inicial i do jogador; o valor r que o jogar, ao receber, para de jogar; e a probabilidade p do jogador ganhar. A função deve retornar o gráfico da evolução temporal da fortuna do jogador, e o estado final.

10. Realize 1.000 replicações do problema da ruína do jogador, para $i = 3$, $r = 6$ e 3 valores de $p : 0.3, 0.5$ e 0.7 . construa uma tabela que mostre, para cada valor de p , a proporção de processos que terminaram em 0 ou 6.
11. Implemente uma função que constrói o *frog model*, em n passos, e probabilidade p de avançar uma casa.