

Tarefa Aplicada 1 - Introdução aos Passeios Aleatórios

1. Para gerar no R um lançamento de moeda, um método elementar é gerar aleatoriamente um número entre 0 e 1, com o comando `runif(1)`. Se o número gerado for menor que 0.5, consideramos cara, senão, o resultado foi coroa.

Construa uma função que simule um passeio aleatório de tamanho n , onde n é um argumento da função. A função deve retornar o gráfico do passeio aleatório simulado e o valor de S_n .

2. Construa uma função que simule r passeios aleatórios de tamanho n , onde n e r devem ser argumentos da função. A função deve retornar a média dos S_n e um histograma do estado onde terminou o processo.
3. (a) Faça uma função que receba dois números inteiros, $n > 0$ e r e retorne o número total de caminhos que vão da origem até o ponto (n, r) , ou seja, $N_{n,r}$. Não se esqueça de verificar se n e r têm a mesma paridade, caso contrário a função deve retornar uma mensagem de erro.
(b) Usando a função anterior, faça uma função que retorne a probabilidade de num instante $n > 0$ o caminho estar na altura r , ou seja, $p_{n,r}$.
4. Utilizando o exercício 2, construa 1000 replicações de um passeio aleatório de 100 passos. Calcule a proporção de passeios tais que $S_{100} = 10$. Compare com o resultado obtido no exercício 3.
5. (a) Faça uma função que receba um número inteiro positivo n e retorne a probabilidade de ocorrer uma volta a origem no instante n (u_n). Lembre-se de verificar se n é um número par, caso contrário a função deve retornar uma mensagem de erro.
(b) Melhore a função anterior de forma que ela retorne também essa probabilidade aproximada pela fórmula de Stirling, se o usuário preferir.
(c) Construa uma tabela que apresenta os erros absolutos e relativos quando utilizamos a aproximação de Stirling, para diversos valores de n ($n=2,4,6, 8, 10, 50, 100, 500, 1000$).
6. Utilizando o exercício 2, construa 1000 replicações de um passeio aleatório de 100 passos. Calcule a proporção de passeios tais que $S_{100} = 0$. Compare com o resultado obtido no exercício 5).
7. Faça uma função que receba um número inteiro $n > 0$ e retorne a probabilidade de que no instante n ocorra o primeiro retorno a origem (f_n). Use as funções criadas anteriormente.
8. Implemente o teorema da lei do arco seno para últimas visitas.
9. Construa 1000 replicações de um passeio aleatório de 100 passos, e guarda o instante da última visita ao estado zero. Construa um histograma dos instantes de última visita ao zero. Faça uma tabela, comparando os resultados obtidos empiricamente com os resultados teóricos do exercício 8.