Antenas e Propagação

Artur Andrade Moura

amoura@fe.up.pt

Universidade do Porto

FEUP Faculdade de Engenharia

Parâmetros Fundamentais

- Parâmetros fundamentais das antenas
  - Permitem caracterizar o desempenho, sobre vários aspectos, das antenas
  - Apresentam-se definições e utilização desses parâmetros
- Diagrama de Radiação
  - Função ou representação gráfica que descreve as propriedades espaciais de radiação de uma antena
  - Normalmente utiliza-se um sistema de coordenadas esférico com a antena posicionada na origem, pelo que o diagrama de radiação é uma função de r, θ e ϕ.

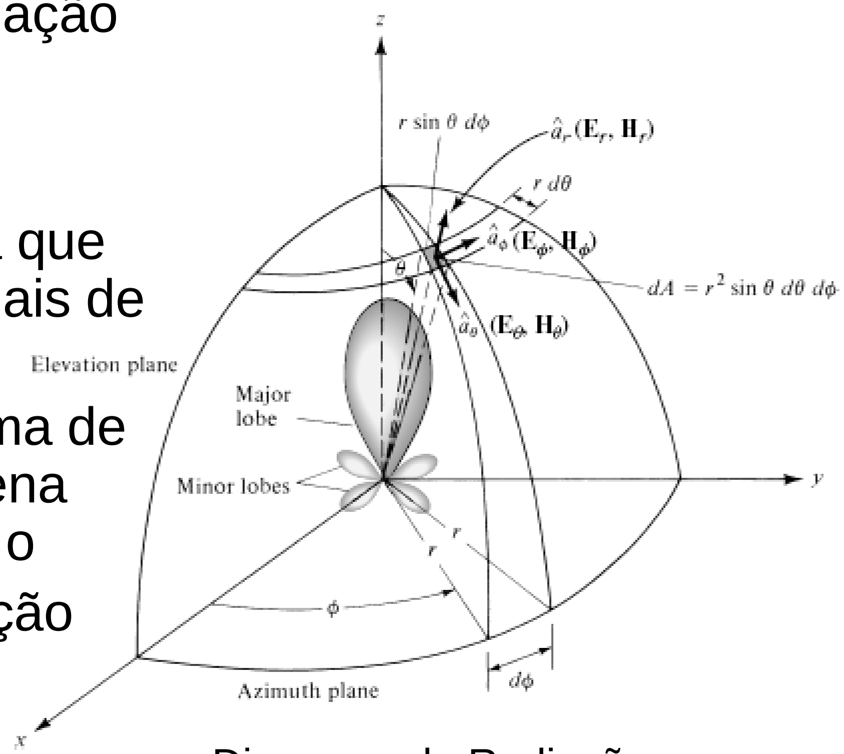
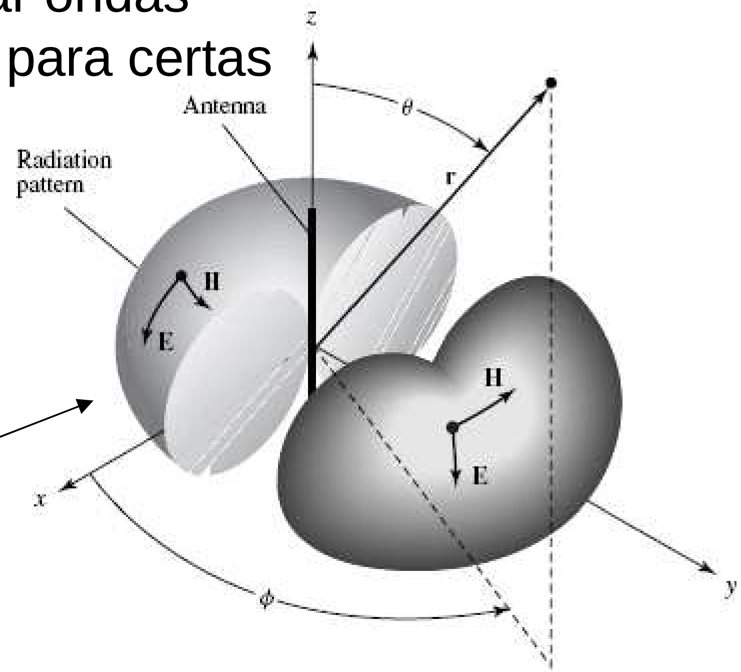


Diagrama de Radiação

Parâmetros Fundamentais

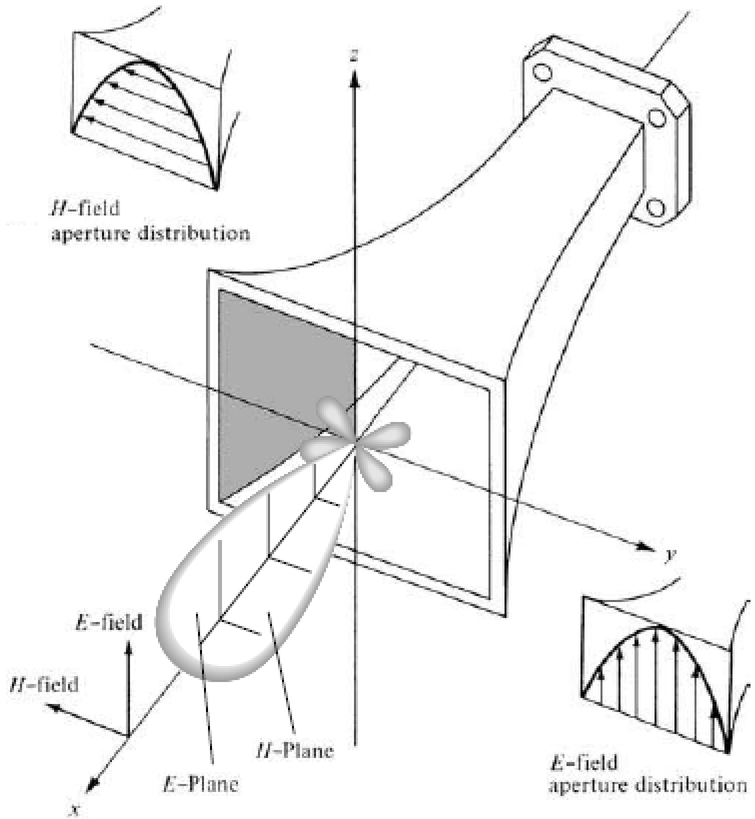
- Radiador isotrópico
  - É definido como uma antena hipotética e sem perdas que radia igualmente em todas as direcções
    - Não tem existência física mas é normalmente tomado como referência para se exprimir a directividade de antenas reais
- Radiador direccional
  - Tem a propriedade de captar ou radiar ondas electromagnéticas preferencialmente para certas direcções do espaço
- Radiador omnidireccional
  - Apresenta um diagrama de radiação não direccional num dado plano

Omnidireccional no plano *xy* ou $\theta = \pi/2$



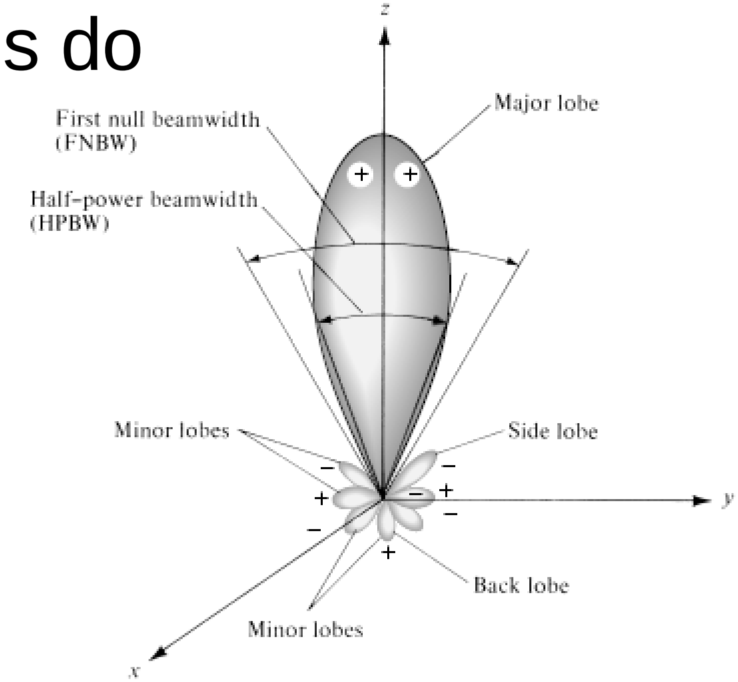
Parâmetros Fundamentais

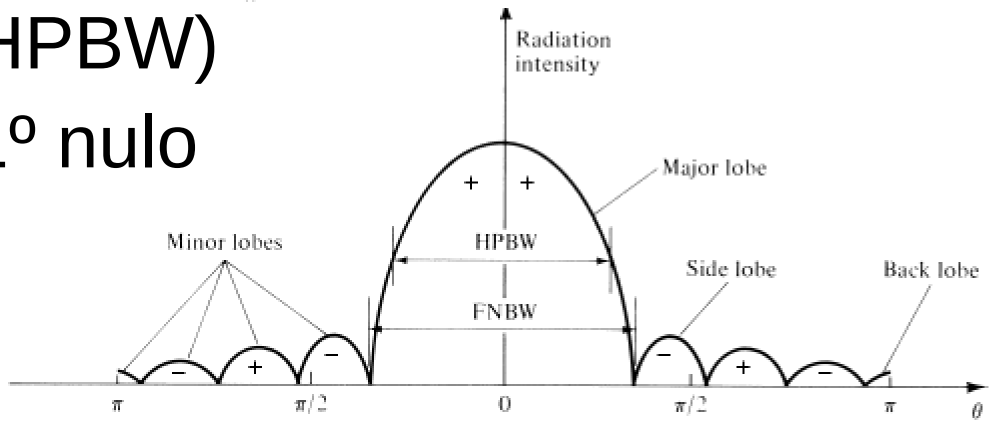
- Planos principais
  - Para antenas com polarização linear (definida mais adiante) consideram-se dois planos principais
  - **Plano *E*** – definido pelo vector *E* e pela direcção de máxima radiação
  - **Plano *H*** – definido por *H* e pela direcção de máxima radiação
    - Normalmente os eixos do sistema de coordenadas são escolhidos por forma a que pelo menos um destes planos (*E* ou *H*) coincida com um dos planos principais do sistema de coordenadas



Parâmetros Fundamentais

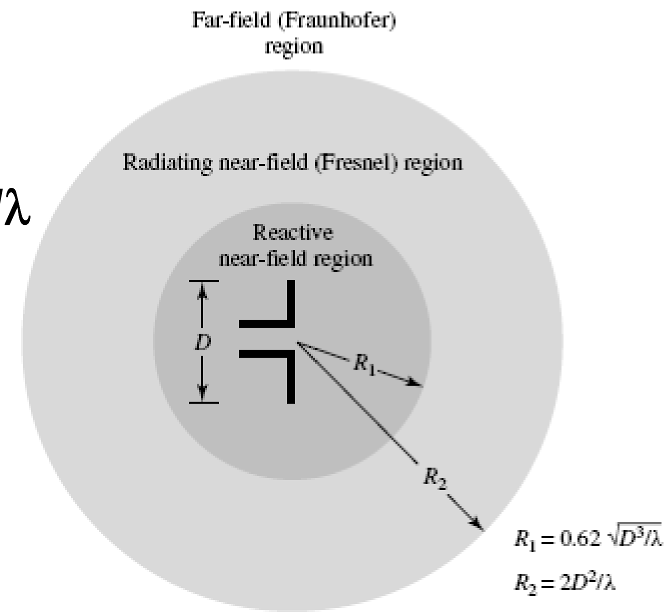
- Elementos característicos do diagrama de radiação
- Lóbulos
  - Principal
  - Laterais
  - Secundários
  - Posterior
- Largura de feixe a meia potência ou a 3 dB (HPBW)
- Largura de feixe ao 1º nulo (FNBW)





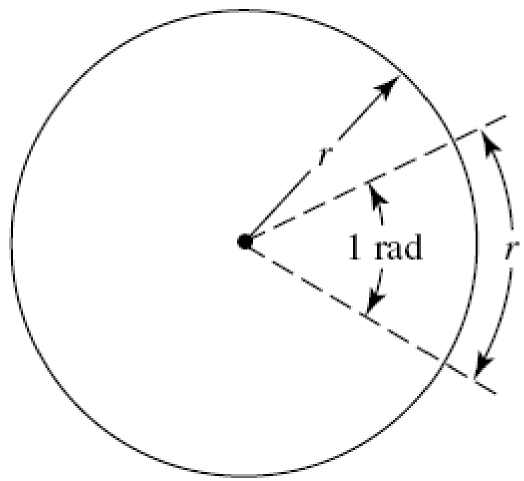
Parâmetros Fundamentais

- Regiões de campo
  - O espaço circundante da antena é subdividido em três regiões
- – Região reactiva do campo próximo
  - Predomina o campo reactivo
- – Região de radiação do campo próximo (Região de Fresnel)
  - Região de transição onde predomina o campo radiado mas a sua orientação espacial depende da distância à antena; esta região pode não existir se a maior dimensão da antena (*D*) não for muito maior que o comprimento de onda de trabalho
- – Região do campo distante (Região de Fraunhofer)
  - **Ocorre para distâncias maiores que $2D^2/\lambda$ e nesta região a orientação espacial do campo não depende da distância à antena.**
    É a região de maior interesse do ponto de vista da radiação.



Parâmetros Fundamentais

- Ângulo plano (radiano)
  - Um radiano é definido como o ângulo plano com vértice no centro de um círculo com raio *r* e que define nesse círculo um arco de comprimento r
  - Como o comprimento total do círculo é $2\pi r$ então no círculo todo existem $2\pi r / r = 2\pi$ radianos



Parâmetros Fundamentais

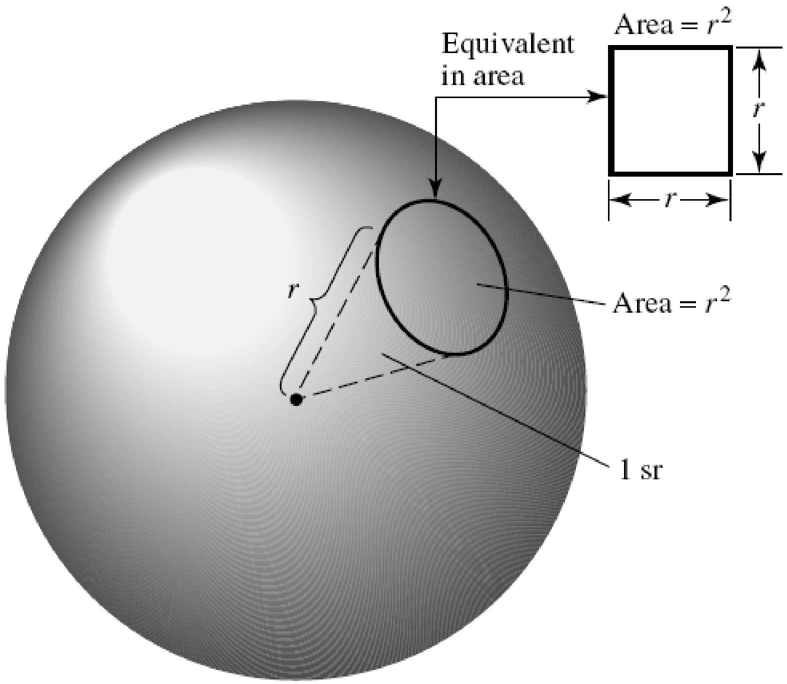
- Ângulo sólido (esterradiano)
  - Um esterradiano é definido como o ângulo sólido com vértice no centro de uma esfera de raio *r* que define na superfície da mesma uma área igual a r^2
  - Como a área total de uma esfera é $4\pi r^2$ então na esfera toda existem $4\pi r^2/r^2 = 4\pi$ esterradianos
  - O elemento de superfície em coordenadas esféricas é:

$$dA = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (\mathrm{m}^2)$$

logo o ângulo sólido elementar é:

$$\boxed{d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (\mathrm{sr})}$$

Não depende de *r*



Parâmetros Fundamentais

- Densidade de potência radiada
  - Vector de Poynting instantâneo $\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H}$ (W/m^2)
  - Potência instantânea que atravessa a superfície fechada *S*

$$\boxed{\mathcal{P} = \oiint_S \mathcal{W} \cdot d\mathbf{s} = \oiint_S \mathcal{W} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, da} \quad \text{(W)}$$

Vector unitário normal à superfície e para fora

  - Normalmente estamos interessados em conhecer densidades médias de potência radiada no caso dos campos terem variações temporais sinusoidais, vindo então:

Devido a se tomarem nos campos valores máximos em vez de valores eficazes

$$\mathbf{W}_{\text{av}}(x, y, z) = [\mathcal{W}(x, y, z; t)]_{\text{av}} = \frac{1}{2}\text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$$

  - É usual denominar esta densidade apenas por densidade de radiação $\mathbf{W}_{rad}$ pois, como se verá, corresponde à densidade de potência radiada na região do campo distante

Parâmetros Fundamentais

- Potência radiada
  - A potência média radiada que atravessa uma superfície fechada *S* é então dada por

$$\boxed{\begin{aligned} P_{\mathrm{rad}} = P_{\mathrm{av}} &= \oiint_S \mathbf{W}_{\mathrm{rad}} \cdot d\mathbf{s} = \oiint_S \mathbf{W}_{\mathrm{av}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, da \\ &= \frac{1}{2} \oiint_S \mathrm{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} \end{aligned}}$$

  - Normalmente esta potência é designada apenas por potência radiada

Parâmetros Fundamentais

- Exemplo
  - Calcular a potência radiada por uma antena cuja densidade de radiação vale:

$$\mathbf{W}_{\text{rad}} = \hat{\mathbf{a}}_r W_r = \hat{\mathbf{a}}_r A_0 \frac{\sin\theta}{r^2} \quad (\text{W/m}^2)$$

  - Considerando uma superfície esférica de raio *r* no centro da qual está a antena, vem:

$$P_{\text{rad}} = \oiint_S \mathbf{W}_{\text{rad}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, da$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\hat{\mathbf{a}}_r A_0 \frac{\sin\theta}{r^2} \right) \cdot (\hat{\mathbf{a}}_r r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi) = \pi^2 A_0 \quad (\text{W})$$

Parâmetros Fundamentais

- Potência radiada por um radiador isotrópico
  - Por definição de radiador isotrópico a sua densidade de potência é constante para todas as direcções espaciais, logo

$$\boxed{P_{\text{rad}} = \oiint_S \mathbf{W}_0 \cdot d\mathbf{s} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} [\hat{\mathbf{a}}_r W_0(r)] \cdot [\hat{\mathbf{a}}_r r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi] = 4\pi r^2 \underset{\uparrow \text{ Constante}}{W_0}}$$

  - Temos então uma densidade de potência constante que podemos exprimir em função da potência radiada por

$$\boxed{\mathbf{W}_0 = \hat{\mathbf{a}}_r W_0 = \hat{\mathbf{a}}_r \left(\frac{P_{\text{rad}}}{4\pi r^2} \right) \quad (\text{W/m}^2)}$$

Parâmetros Fundamentais

- Intensidade de radiação
  - É um parâmetro relativo ao campo distante e representa a potência radiada por unidade de ângulo sólido (unidade W/sr)

$$\boxed{U = r^2 W_{\text{rad}}}$$

Não depende da distância r

  - Para o campo distante tem-se (confirmaremos mais à frente)

$$\mathbf{E}(r,\theta,\phi) = \mathbf{E}^{\circ}(\theta,\phi)\frac{e^{-jkr}}{r}$$

Operador de propagação, módulo do campo varia com $1/r$, e $k = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação

$$U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2\eta}|\mathbf{E}(r,\theta,\phi)|^2 \simeq \frac{r^2}{2\eta}\left[|E_\theta(r,\theta,\phi)|^2 + |E_\phi(r,\theta,\phi)|^2\right]$$

$$\simeq \frac{1}{2\eta}\left[|E_\theta^{\circ}(\theta,\phi)|^2 + |E_\phi^{\circ}(\theta,\phi)|^2\right]$$

Não depende de r

Impedância intrínseca do meio

Parâmetros Fundamentais

- Intensidade de radiação e potência radiada
  - A potência radiada pode ser obtida da intensidade integrando-a nos 4π esterradianos da esfera

$$\boxed{P_{\text{rad}} = \oint\!\!\oint_{\Omega} U \, d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi}$$

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

Ângulo sólido elementar

- Exemplo (caso visto atrás)

$$\mathbf{W}_{\text{rad}} = \hat{\mathbf{a}}_r W_r = \hat{\mathbf{a}}_r A_0 \frac{\sin\theta}{r^2}$$

$$U = r^2 W_{\text{rad}} = A_0 \sin\theta$$

$$P_{\text{rad}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi = A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\theta \, d\theta \, d\phi = \pi^2 A_0$$

- Radiador Isotrópico

Constante

$$P_{\text{rad}} = \oint\!\!\oint_{\Omega} U_0 \, d\Omega = U_0 \oint\!\!\oint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0 \longrightarrow \boxed{U_0 = \frac{P_{\text{rad}}}{4\pi}}$$

Parâmetros Fundamentais

- Directividade de uma antena
  - É a razão entre a intensidade de radiação numa dada direcção e a intensidade de radiação média em todas as direcções.

    A intensidade média em todas é a que a antena produziria se fosse um radiador isotrópico, isto é, $U_0 = P_{rad}/4\pi$.

    Vem então,

$$\boxed{D = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{\text{rad}}}}$$ (adimensional)

  - Quando a direcção não é especificada assume-se para obter D a direcção do máximo da intensidade de radiação, vindo

$$\boxed{D_{\text{max}} = D_0 = \frac{U|_{\text{max}}}{U_0} = \frac{U_{\text{max}}}{U_0} = \frac{4\pi U_{\text{max}}}{P_{\text{rad}}}}$$

Parâmetros Fundamentais

– Nota

- Para antenas com componentes de polarização ortogonais podem-se definir directividades parciais para cada polarização, considerando a potência total radiada
- Supondo o sistema de coordenadas esféricas a directividade máxima total é dada pela soma das directividades máximas parciais em θ e ϕ

$$D_0 = D_\theta + D_\phi$$

$$D_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{(P_{\text{rad}})_\theta + (P_{\text{rad}})_\phi}$$

$$D_\phi = \frac{4\pi U_\phi}{(P_{\text{rad}})_\theta + (P_{\text{rad}})_\phi}$$

Parâmetros Fundamentais

- Exemplo
  - Obter a directividade de uma antena com intensidade de radiação $A_0 sin(\theta)$

$$U = r^2 W_{\text{rad}} = A_0 \sin\theta \quad U_{\max} = A_0$$

- Já se tinha obtido

$$P_{\text{rad}} = \pi^2 A_0$$

- Então

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{4}{\pi} = 1.27$$

$$D = D_0 \sin\theta = 1.27 \sin\theta$$

Parâmetros Fundamentais

- Exemplo
  - Como se verá um dipolo linear infinitesimal produz uma densidade de potência dada por

$$\mathbf{W}_{av} = \hat{\mathbf{a}}_r W_r = \hat{\mathbf{a}}_r A_0 \frac{\sin^2\theta}{r^2} \quad (\mathrm{W/m^2})$$

  - A directividade desta antena pode obter-se da seguinte forma

$$U = r^2 W_r = A_0 \sin^2\theta \quad U_{max} = A_0$$

Notar que $sin^3(\theta) = \frac{1}{4}(3 sin\theta - sin 3\theta)$

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U\, d\Omega = A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\theta \sin\theta\, d\theta\, d\phi = A_0 \left(\frac{8\pi}{3}\right)$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi A_0}{\frac{8\pi}{3}(A_0)} = \frac{3}{2} \quad D = D_0 \sin^2\theta = 1.5 \sin^2\theta$$

1,8 $dBi \rightarrow dB$ acima do radiador isotrópico

Parâmetros Fundamentais

- No caso geral para obter a directividade vem

$$U = B_0 F(\theta,\phi) \simeq \frac{1}{2\eta}\left[|E_\theta^0(\theta,\phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta,\phi)|^2\right]$$

B_0 é uma constante

$$U_{\max} = B_0 F(\theta,\phi)|_{\max} = B_0 F_{\max}(\theta,\phi)$$

$$P_{\text{rad}} = \oiint_\Omega U(\theta,\phi)\, d\Omega = B_0 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

- Aplicando a definição obtém-se

$$\boxed{D(\theta,\phi) = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta\, d\theta\, d\phi}}$$

$$\boxed{D_0 = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)|_{\max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta\, d\theta\, d\phi}}$$

Embora a definição seja simples, o integral que aparece no denominador pode ser difícil de resolver tendo que se recorrer a métodos numéricos ou programas de simulação electromagnética

Parâmetros Fundamentais

- Ângulo sólido de feixe
  - Tomando a directividade máxima podemos escrever

$$D_0 = \frac{4\pi}{\left[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta\,d\theta\,d\phi\right] \Big/ F(\theta,\phi)|_{\max}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

  - Definindo-se o ângulo sólido de feixe

$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta,\phi)|_{\max}} \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta\,d\theta\,d\phi$$

É o ângulo sólido no qual toda a potência da antena seria transmitida se a sua intensidade de radiação fosse constante e igual à intensidade máxima em todas as direcções nesse ângulo

Parâmetros Fundamentais

- Eficiência de radiação
  - Nem toda a potência entregue à antena (P_{in}) é radiada (P_{rad}), parte é gasta em perdas no condutor e no dieléctrico
  - Define-se a eficiência de radiação e_{cd} pela relação entre as potências

$$\boxed{P_{\text{rad}} = e_{cd} P_{in}}$$

- Eficiência total
  - Considerando as perdas por desadaptação define-se a eficiência total

$$\boxed{e_0 = e_r e_{cd} = e_{cd}(1 - |\Gamma|^2)}$$

$$\Gamma = (Z_{in} - Z_0)/(Z_{in} + Z_0)$$

Coeficiente de reflexão entre a antena com impedância de entrada Z_{in} e a linha de alimentação com impedância característica Z_0

Parâmetros Fundamentais

- Ganho de uma antena
  - Ganho absoluto de uma antena
    - É a relação entre a intensidade de radiação numa dada direcção e a que teríamos se a potência entregue à antena fosse radiada de forma isotrópica

$$\boxed{\mathrm{G}(\theta,\phi) = 4\pi\frac{U(\theta,\phi)}{P_{in}}}$$

  - Ganho relativo
    - É a razão entre a intensidade de radiação da antena numa dada direcção e a que teríamos nessa direcção devida a uma antena de referência, quando ambas antenas são alimentadas com a mesma potência de entrada
    - Um exemplo muito comum para a antena de referência é o dipolo de meio comprimento de onda que estudaremos adiante

Nota: se a direcção não está definida toma-se a direcção de máxima intensidade de radiação para o cálculo do ganho

Parâmetros Fundamentais

- Relação entre ganho e directividade

$$\mathrm{G}(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in}} \quad \text{e} \quad P_{\mathrm{rad}} = e_{cd} P_{in}$$

  - Obtém-se

$$G(\theta, \phi) = e_{cd} \left[4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\mathrm{rad}}} \right]$$

$$\boxed{G(\theta, \phi) = e_{cd} D(\theta, \phi)}$$

  - E para os valores máximo

$$\boxed{G_0 = G(\theta, \phi)|_{\max} = e_{cd} D(\theta, \phi)|_{\max} = e_{cd} D_0}$$

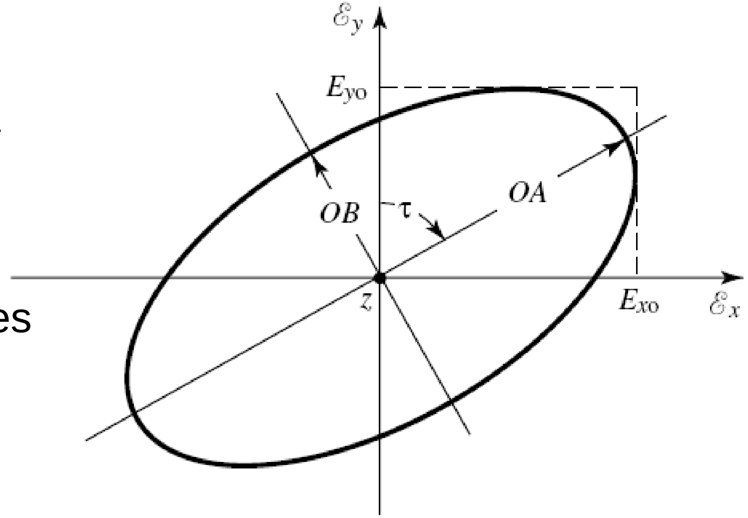
Parâmetros Fundamentais

– Nota:
  - Tal como no caso da directividade, para antenas com componentes de polarização ortogonais podemos agora definir ganhos parciais para cada componente, considerando a potência total entregue à antena
  - Supondo o sistema de coordenadas esféricas o ganho máximo total é dado pela soma dos ganhos máximos parciais em θ e ϕ

$$\boxed{\begin{aligned} G_\theta &= \frac{4\pi U_\theta}{P_{in}} \\ G_\phi &= \frac{4\pi U_\phi}{P_{in}} \end{aligned}} \longrightarrow \boxed{G_0 = G_\theta + G_\phi}$$

Parâmetros Fundamentais

- Polarização
    - Corresponde à figura descrita ao longo do tempo pela extremidade do vector campo eléctrico num dado ponto do espaço e o sentido em que essa figura é traçada, quando se observa segundo a direcção de propagação da onda electromagnética
  - – Polarização elíptica
    - No caso geral a polarização é elíptica mas há dois casos particulares
  - – Polarização linear
    - Se esfasamento entre as componentes é múltiplo de π
  - – Polarização circular
    - Se as duas componentes têm módulos Iguais e um esfasamento que é múltiplo ímpar de $\pi/2$

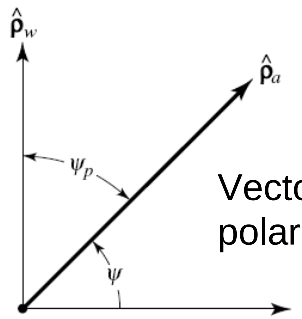


Elipse de polarização

Parâmetros Fundamentais

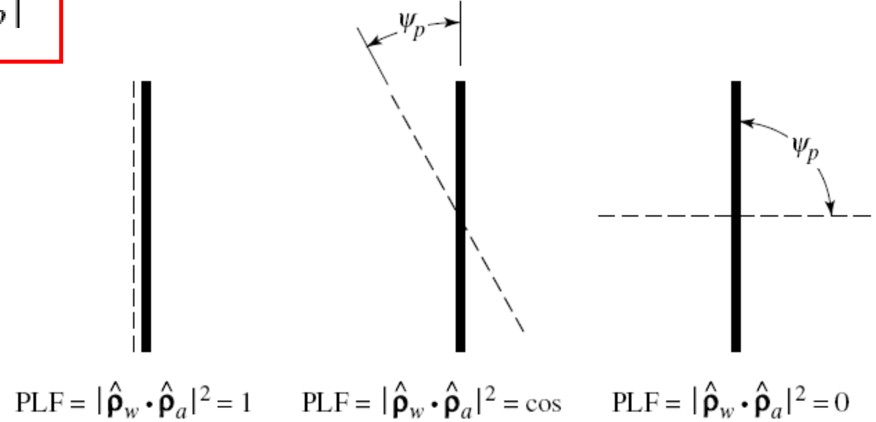
- Perdas de polarização
    - Em muitas situações a polarização de uma antena receptora não é igual à da onda incidente proveniente da antena emissora, havendo perdas de polarização
  - Campo eléctrico da onda incidente $\mathbf{E}_i = \hat{\boldsymbol{\rho}}_w E_i$
  - Polarização do campo eléctrico da antena receptora $\mathbf{E}_a = \hat{\boldsymbol{\rho}}_a E_a$
  - Factor de perdas de polarização

$$\boxed{\mathrm{PLF} = |\hat{\boldsymbol{\rho}}_w \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}_a|^2 = |\cos\psi_p|^2}$$



Vectores de polarização

Polarização de Antenas Filiformes



Alinhadas Rodadas Ortogonais

Parâmetros Fundamentais

- Largura de banda de uma antena
  - É a gama de frequências, em torno de uma frequência central, para a qual as características da antena se mantêm com uma variação aceitável relativamente aos valores obtidos para a frequência central
    - Nesta definição podemos dar mais relevâncias aos parâmetros associados ao diagrama de radiação (ex. variação da largura de feixe com a frequência) ou à variação dos parâmetros associados à impedância de entrada da antena (ex. variação do coeficiente de ondas estacionárias VSWR com a frequência)

$$\mathrm{VSWR} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

    - Para antenas de banda estreita indica-se a largura de banda como percentagem da frequência central da banda (ex. 5%) e para antenas de banda larga indica-se como a relação entre as frequências superior e inferior da banda (ex. 10:1)

Parâmetros Fundamentais

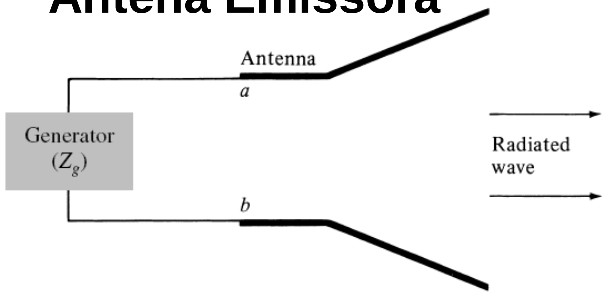
- Impedância de entrada da antena

$$Z_A = R_A + jX_A \qquad R_A = R_r + R_L$$

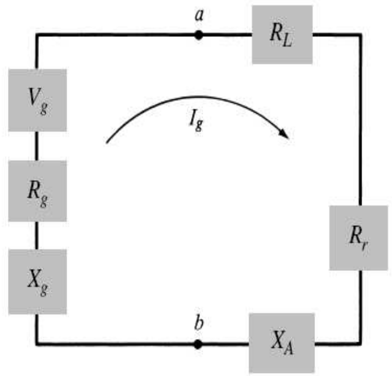
R_r → Resistência de radiação

R_L → Resistência de perdas

Antena Emissora



$$|I_g| = \frac{|V_g|}{[(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2]^{1/2}}$$



Pot. radiada $$P_r = \frac{1}{2}|I_g|^2 R_r = \frac{|V_g|^2}{2}\left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2}\right]$$

Pot. perdas $$P_L = \frac{1}{2}|I_g|^2 R_L = \frac{|V_g|^2}{2}\left[\frac{R_L}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2}\right]$$

Pot. dissipada internamente no gerador $$P_g = \frac{|V_g|^2}{2}\left[\frac{R_g}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2}\right]$$

Parâmetros Fundamentais

- Impedância de entrada da antena
  - No caso de haver adaptação $R_r + R_L = R_g \quad X_A = -X_g$

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{2}\left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2}\right] = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2}\right]$$

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2}\right]$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2}\right] = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right] = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$

$$P_g = P_r + P_L$$

$$P_s = \frac{1}{2}V_g I_g^* = \frac{1}{2}V_g\left[\frac{V_g^*}{2(R_r + R_L)}\right] = \frac{|V_g|^2}{4}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right]$$

Potência total fornecida pelo gerador

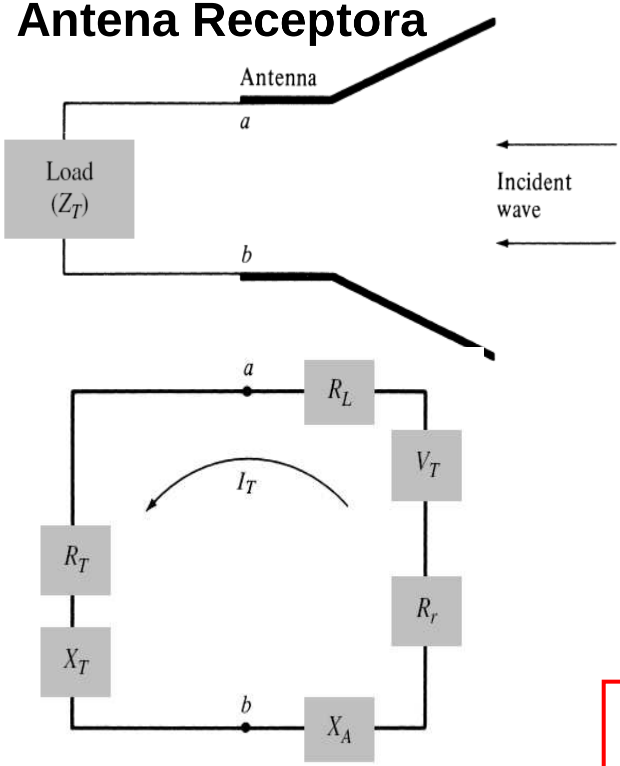
No melhor caso possível, antena adaptada, 50% da potência total fornecida pelo gerador é dissipada internamente e 50% é entregue à antena e estes seriam totalmente radiados apenas se as perdas na antena fossem nulas

Parâmetros Fundamentais

– Pode concluir-se de forma análoga quando a antena opera como receptora e está fechada sobre uma carga adaptada

$$R_r + R_L = R_T \qquad X_A = -X_T$$

Antena Receptora



$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_T}{(R_r+R_L)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8}\left(\frac{1}{R_r+R_L}\right) = \frac{|V_T|^2}{8R_T}$$

$$P_r = \frac{|V_T|^2}{2}\left[\frac{R_r}{4(R_r+R_L)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_r}{(R_r+R_L)^2}\right]$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_L}{(R_r+R_L)^2}\right]$$

$$P_c = \frac{1}{2}V_T I_T^* = \frac{1}{2}V_T\left[\frac{V_T^*}{2(R_r+R_L)}\right] = \frac{|V_T|^2}{4}\left(\frac{1}{R_r+R_L}\right)$$

Potência total captada pela antena

No máximo apenas 50% da potência total captada pela antena pode ser entregue na carga R_T

Parâmetros Fundamentais

- Impedância de entrada
  - No caso geral a impedância de entrada varia de forma complexa com a frequência, sendo por isso difícil obter expressões analíticas para a maior parte dos casos práticos, utilizando-se métodos de medida ou programas de simulação (como o que usaremos nas aulas de laboratório)
- Eficiência de radiação
  - As relações de potência anteriores permitem uma segunda definição para a eficiência de radiação, assim tem-se

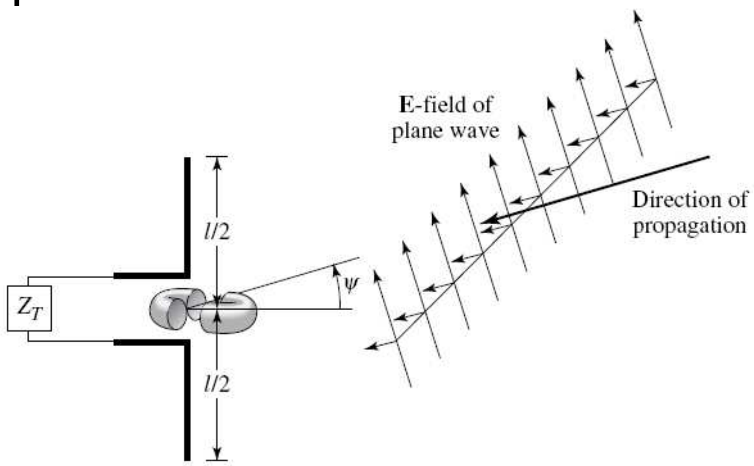
$$\boxed{e_{cd} = \frac{P_r}{P_r + P_L} = \frac{R_r}{R_r + R_L}}$$

Parâmetros Fundamentais

- Comprimento vectorial efectivo ou altura efectiva
  - Para uma antena com polarização linear corresponde ao comprimento de uma antena filiforme, orientada perpendicularmente à direcção de interesse e segundo a polarização da antena real, que quando percorrida por uma corrente uniforme e igual à corrente de entrada da antena real produz o mesmo campo distante que a antena real

O conhecimento da altura efectiva de uma antena permite calcular a tensão de circuito aberto produzida nessa antena, quando sobre ela incide uma onda electromagnética plana com polarização linear

$$\boxed{V_{oc} = \mathbf{E}^i \cdot \boldsymbol{\ell}_e}$$



Antena filiforme operando como receptor

Parâmetros Fundamentais

- Áreas equivalentes de uma antena
  - Vamos supor uma antena receptora sobre a qual incide uma densidade de potência W_i e vamos determinar as várias potências associadas à antena (entregue à carga, de perdas e re-radiada) através da definição de áreas equivalentes
- Área (ou abertura) efectiva de uma antena
  - Para uma dada direcção, corresponde à razão entre a potência disponível nos terminais da antena receptora (entregue à carga R_T) e a densidade de potência da onda plana incidente nessa direcção, supondo-se a polarização adaptada:

$$\boxed{A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 R_T/2}{W_i} \quad (\mathrm{m}^2)}$$

Nota: se a direcção não é especificada assume-se a direcção da intensidade máxima de radiação

  - Também podemos dizer que é a área que multiplicada pela densidade de potência incidente dá a potência entregue à carga

Parâmetros Fundamentais

- Área (ou abertura) efectiva de uma antena
  - Usando a definição e as expressões de transferência de potência podemos escrever

$$A_e = \frac{|V_T|^2}{2W_i}\left[\frac{R_T}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}\right]$$

  - No caso de adaptação teremos a área efectiva máxima

$$R_r + R_L = R_g \qquad X_A = -X_g$$

$$A_{em} = \frac{|V_T|^2}{8W_i}\left[\frac{R_T}{(R_L + R_r)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8W_i}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right]$$

Parâmetros Fundamentais

- Áreas equivalentes de uma antena
  - De forma análoga podemos definir áreas de re-radiação (scatter) A_s e de perdas A_L, obtendo-se para o caso de adaptação

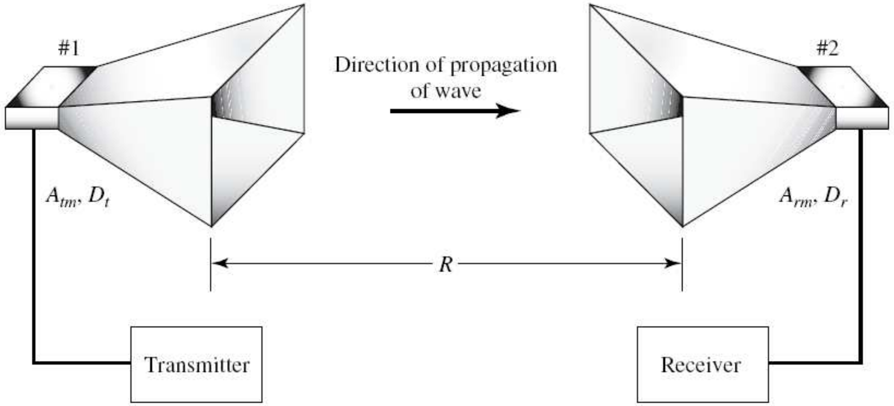
$$A_s = \frac{|V_T|^2}{8W_i}\left[\frac{R_r}{(R_L + R_r)^2}\right] \quad A_L = \frac{|V_T|^2}{8W_i}\left[\frac{R_L}{(R_L + R_r)^2}\right]$$

  - Podemos definir agora a área de captura A_C, associada à potência total captada na antena, que obviamente será a soma das áreas efectiva, de perdas e de re-radiação
  - Para antenas de abertura, podemos ainda definir a eficiência de abertura pela relação entre a área efectiva máxima e a área física A_p da abertura da antena

$$\boxed{\epsilon_{ap} = \frac{A_{em}}{A_p}}$$

Parâmetros Fundamentais

- Relação entre directividade máxima e área efectiva máxima



Antenas alinhadas, sem perdas, adaptadas e com polarização adaptada

  - Se antena 1 fosse isotrópica teríamos uma densidade de potência na antena 2 $W_0 = \dfrac{P_t}{4\pi R^2}$
  - Como antena 1 é directiva vem $W_t = W_0 D_t = \dfrac{P_t D_t}{4\pi R^2}$
  - A potência entregue à carga pela antena 2 é $P_r = W_t A_r = \dfrac{P_t D_t A_r}{4\pi R^2}$

Parâmetros Fundamentais

– A equação anterior pode ser escrita da seguinte forma

$$D_t A_r = \frac{P_r}{P_t}(4\pi R^2)$$

– Como as antenas são elementos recíprocos podemos supor a antena 2 a emitir e a 1 a receber, escrevendo então

$$D_r A_t = \frac{P_r}{P_t}(4\pi R^2)$$

– Das duas equações anteriores conclui-se

$$\boxed{\frac{D_t}{A_t} = \frac{D_r}{A_r} \qquad \frac{D_{0t}}{A_{tm}} = \frac{D_{0r}}{A_{rm}}}$$

Para os valores máximos

Para qualquer antena a directividade e a área efectiva são grandezas proporcionais

Parâmetros Fundamentais

– Se supusermos que a antena 1 é isotrópica então por definição a sua directividade vale 1, logo

$$A_{tm} = \frac{A_{rm}}{D_{0r}}$$

– A sua área efectiva máxima é igual à relação entre área efectiva máxima e directividade máxima de qualquer antena

– Para a antena filiforme infinitesimal ($l << \lambda$) veremos que se tem

$$\frac{A_{rm}}{D_{0r}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

– Das duas equações anteriores conclui-se

$$A_{rm} = D_{0r} A_{tm} = D_{0r} \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \right)$$

– Logo para qualquer antena temos a relação constante seguinte

$$\boxed{A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0}$$

Parâmetros Fundamentais

– Se considerarmos a existência de perdas na antena vem

$$A_{em} = e_{cd}\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)D_0$$

– Entrando também com perdas de reflexão por desadaptação entre a antena e a carga fica

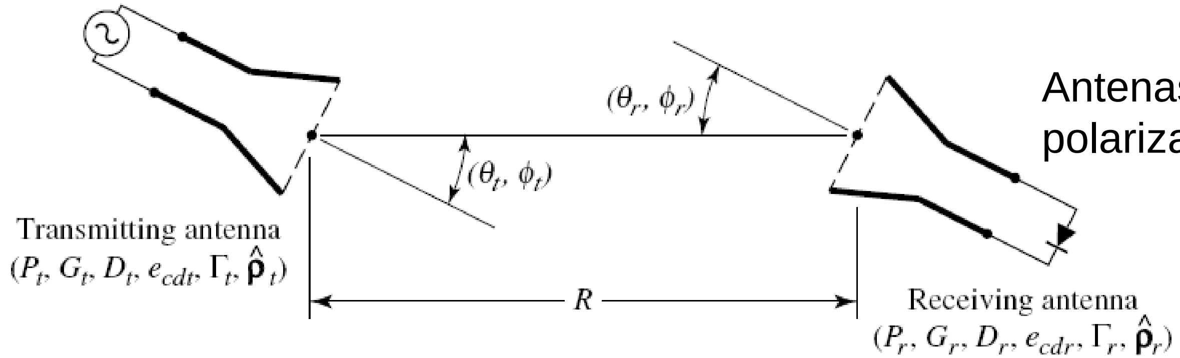
$$A_{em} = e_{cd}(1-|\Gamma|^2)\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)D_0$$

– Finalmente, considerando perdas devida à desadaptação da polarização obtém-se

$$\boxed{A_{em} = e_{cd}(1-|\Gamma|^2)\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)D_0|\hat{\boldsymbol{\rho}}_w \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}_a|^2}$$

Parâmetros Fundamentais

- Equação de transmissão de Friis



Antenas adaptadas e com polarização adaptada

Orientação espacial das antenas emissora e receptora

- Densidade de potência que atinge a antena receptora

$$W_t = e_t \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R^2}$$

- Área efectiva da antena receptora

$$A_r = e_r D_r(\theta_r, \phi_r) \left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)$$

Parâmetros Fundamentais

- Equação de transmissão de Friis
  - Potência entregue à carga

$$P_r = \underbrace{e_r D_r(\theta_r, \phi_r) \frac{\lambda^2}{4\pi}}_{A_r} W_t = e_t e_r \frac{\lambda^2 D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r) P_t}{(4\pi R)^2}$$

  - Incluindo agora as perdas por desadaptação no emissor e no receptor e as perdas por polarização desadaptada, obtém-se a relação de potências seguinte

$$\boxed{\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r) |\hat{\rho}_t \cdot \hat{\rho}_r|^2}$$

Parâmetros Fundamentais

- Equação de transmissão de Friis
  - No caso particular de ambas as antenas estarem adaptadas, da polarização estar adaptada e das antenas estarem alinhadas segundo a direcção de ganho máximo, fica a relação seguinte

$$\boxed{\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 G_{0t} G_{0r}}$$

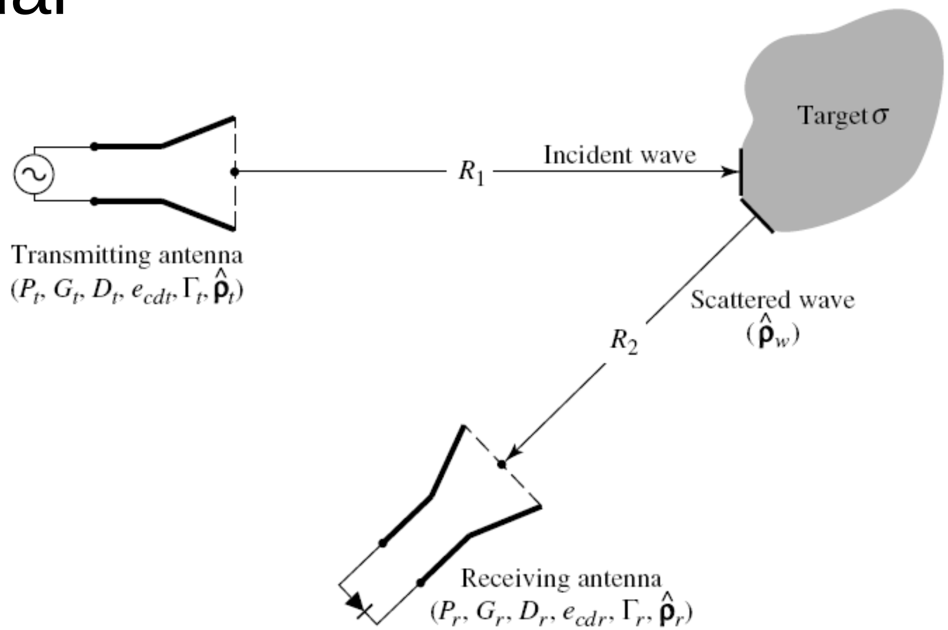
$$\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \leftarrow$$

Este termo denomina-se de **atenuação no espaço livre** e representa as perdas devido ao espalhamento esférico espacial da potência radiada pela antena

Parâmetros Fundamentais

- Área de eco de um objecto (Radar Cross Section – RCS)
  - Define-se como a área (σ) que intercepta uma quantidade de potência que quando re-radiada de forma isotrópica produz no receptor uma densidade de potência incidente igual à densidade de potência efectivamente re-radiada pelo objecto em causa
- Equação de radar

Orientação espacial das antenas emissora e receptora e do objecto do qual se pretende obter a área de eco



Parâmetros Fundamentais

- Equação de radar
  - A potência captada pelo objecto é

$$P_c = \sigma W_t = \sigma \frac{P_t G_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R_1^2} = e_t \sigma \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi R_1^2}$$

  - Esta potência é re-radiada de forma isotrópica produzindo no recepetor uma densidade

$$W_s = \frac{P_c}{4\pi R_2^2} = e_{cdt} \sigma \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t)}{(4\pi R_1 R_2)^2}$$

  - A potência entregue na carga da antena receptora será

$$P_r = A_r W_s = e_{cdt} e_{cdr} \sigma \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2$$

Parâmetros Fundamentais

- Equação de radar
  - A relação de potências vem dada por

$$\boxed{\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt} e_{cdr} \sigma \frac{D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2}$$

  - A medida desta relação permite calcular σ

  - Se incluirmos desadaptações e perdas de polarização vem

$$\boxed{\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) \sigma \frac{D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \times \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2 |\hat{\boldsymbol{\rho}}_w \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}_r|^2}$$

Parâmetros Fundamentais

- Equação de radar
  - Para o caso de estarmos nas directividades máximas e se admitirmos as antenas adaptadas e as polarizações adaptadas vem

$$\boxed{\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_{0t} G_{0r}}{4\pi} \left[\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right]^2}$$

	Typical RCSs	
Object	**RCS** (m^2)	**RCS** (dBsm)
Pickup truck	200	23
Automobile	100	20
Jumbo jet airliner	100	20
Large bomber *or* commercial jet	40	16
Cabin cruiser boat	10	10
Large fighter aircraft	6	7.78
Small fighter aircraft *or* four-passenger jet	2	3
Adult male	1	0
Conventional winged missile	0.5	−3
Bird	0.01	−20
Insect	0.00001	−50
Advanced tactical fighter	0.000001	−60