Trabalho prático de elementos finitos

Prof. Marcello Goulart Teixeira

October 28, 2022

1) Este trabalho tem como objetivo determinar a distribuição de temperatura em uma célula de combustível nuclear.

Considere um reator nuclear cujas células de combustível tem largura $2L$ e estão submersas em água, como apresentado na figura a seguinte.

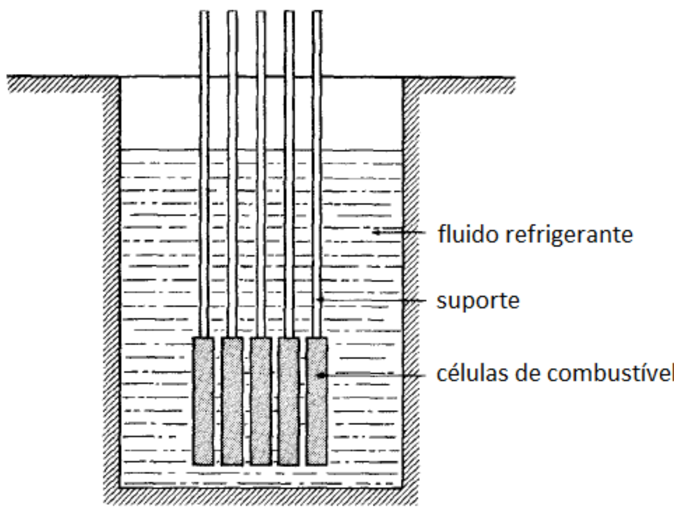

Figure 1: Reator nuclear

Inicialmente o sistema tem temperatura uniforme T_∞. Assuma que a energia interna devido a reação nuclear é dada por U, gerada uniformemente nas células de energia. O coeficiente de transferência de calor entre as células e o fluido é h. A temperatura do fluido de refrigeração se mantém constante e igual a T_∞. A espessura das células (na direção perpendivular da tela) é pequena quando comparada com as outras dimensões.

Assim, se os efeitos dos extremos superior e inferior são desconsiderados, a transferência de calor pode ser considerada unidimensional. Além disso, devido a simetria do problema, é possível modelar apenas metade da largura da célula de combustível, considerando então não haver transferência de calor ao longo da linha de simetria (derivada em relação a x igual a zero), como mostrado abaixo.

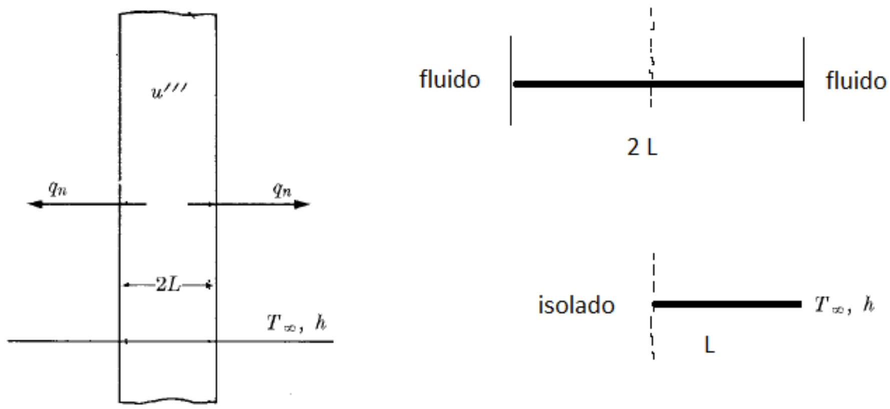

Figure 2: Geometria unimensional

Sendo $T(x,t)$ a temperatura em um ponto x do domínio espacial e no instante t, k a condutividade térmica, c a capacidade térmica e ρ a densidade de massa da célula de combustível, há duas maneiras diferentes de considerar a condição de contorno no estremo direito: temperatura prescrita ou fluxo de calor.

No caso da condição de contorno à direita ser definida pelo fluxo de calor, temos o seguinte problema de valor de contorno-inicial

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + U$$

com as condições de contorno

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial T}{\partial x}(L,t) = \frac{-\overline{h}}{k}(T(L,t) - T_\infty)$$

e condição inicial

$$T(x,0) = T_\infty$$

Considerando k constante, a equação diferencial parcial é dada por

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{U}{\rho c}$$

cuja solução é dada por

$$T(x,t) = T_\infty + \frac{UL^2}{2k}\left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2 + \frac{2}{B}\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{3a}{L^2}\frac{B}{B+3}t\right)\right]$$

onde $B = \overline{h}L/k$ e $a = k/\rho c$

Repare que podemos considerar uma condição de contorno prescrita igual a T_∞ do lado direito fazendo $\overline{h} \to \infty$ na condição de contorno, ou seja, o coeficiente de transferência de calor através da superfície é infinito (o que faz com que a temperatura na fronteira seja igual a temperatura externa). Neste caso, $B \to \infty$ e a solução é dada por

$$T(x,t) = T_\infty + \frac{UL^2}{2k}\left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{3a}{L^2}\right)t\right]$$

Observando as soluções acima, é fácil perceber que as respectivas soluções estacionárias (aquelas que representam a distribuição de equilíbrio da temperatura), ou seja, a distribu–ição de temperatura que não varia mais ao longo do tempo t, ocorrem quando $t \to \infty$ e podem ser obtidas facilmente.

Considerando $T_\infty = 293.15^oK, L = 0.025m\, k = 35W/m^oK, U = 67967200W/m^3$, $\rho = 8618.0Kg/m^3$ e o coeficiente de transferência de calor entre a célula de combustível e o fluido dado por $\overline{h} = 0.25 \times 10^5 W/^oKm^2$, $c = 460.0J/Kg^oK$, utilize seu programa de elementos finitos unidimensional para resolver os seguintes problemas:

1.1) Encontre a distribuição estacionária de temperatura na célula de combustível considerando condição de contorno prescrita e igual a T_∞ do lado direito. Compare com a solução analítica.

1.2) Encontre a distribuição estacionária de temperatura na célula de combustível considerando, agora, condição de contorno de fluxo. Repare que, neste caso, a condição de contorno do lado direito envolve a derivada e a temperatura em $x = L$, algo que não foi visto em aula. Compare com a solução analítica.

1.3) Como o problema de valor de contorno e inicial deve ser definido se considerar o domínio espacial como $[0, 2L]$?

Referências:

CONDUCTION HEAT TRANSFER, Vedat S. Arpaci, ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1966

M. G. Teixeira, ANÁLISE NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS DE TENSÕES RESIDUAIS GERADAS POR MUDANÇA DE FASE EM AÇOS TRATADOS TERMICAMENTE, 2002, Tese de Doutorado, PUC-Rio.