Lista 1

/ /

1. a) falso. Pois uma formula A satisfatível pode ser uma tautologia e sendo uma tautologia ao negá-la ela se tornará uma contradição então ¬A sendo contradição não será satisfatível.

b). verdadeira. ao negar todas as interpretações de uma tautologia obtem-se interpretações falsas em todas elas, tornando a tautologia em contradição

c) falso. Pois ser satisfatível não implica que A sempre será uma tautologia, porque uma formula possuindo tanto interpretações verdadeiras como falsas poderá ser satisfatível e não tautologia.

d) verdadeira. pois A sendo contraditória ¬A será tautologia tendo todas interpretações sendo verdadeiras o que implica que ¬A é satisfatível.

e) verdadeira. Pois B não poderá assumir interpretações falsas com A sendo uma tautologia e A ⊨ B, porque na implicação semântica onde todas interpretações que forem verdadeiras na formula antecedente na formula consequente também deverá ser verdadeira.

f) falso. Pois B sendo tautologia, qualquer formula A implicará semanticamente em B.

2) a) $P \to P$

P	$P \to P$
T	T
F	T

$I[P] = T$, $I[P] = F$

T T

Provar por absurdo que H é tautologia

$H = P \to P$

T F F

Supondo que H tem interpretações falsas a $I[P] = T$ e $I[P] = F$ ou seja P terá que assumir duas interpretações chegando em um ABSURDO.

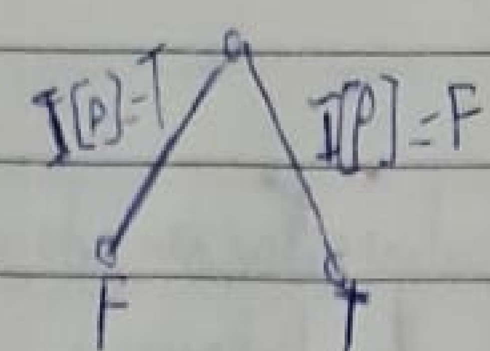
então a letra a é: tautologia e satisfatível.

Provar por absurdo que H é tautologia
Provar por absurdo que H é satisfatível

$H = P \to \neg P$ $H = P \to \neg P$
F T T   T F F

b)

P	¬P	P → ¬P
T	F	F
F	T	T



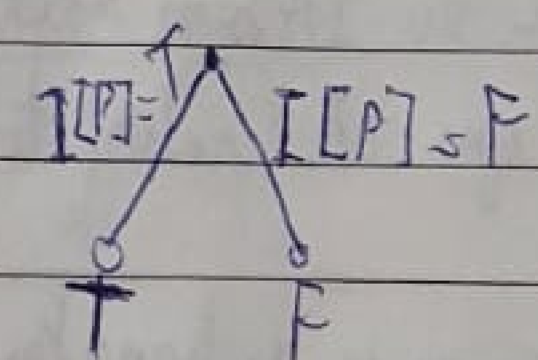
Supondo que H tem interpretações falsas I[P] = T e I[¬P] = F chegou a conclusão que H não é tautologia e Supondo que H tem interpretações verdadeira I[P] = F e I[¬P] = T conclui que H não é contradição e é satisfatível.
A letra b é apenas satisfatível.

Provar por absurdo que H é tautologia
Provar por absurdo H é satisfatível

$H = \neg P \to P$ $H = \neg P \to P$
T F F   F T T

c)

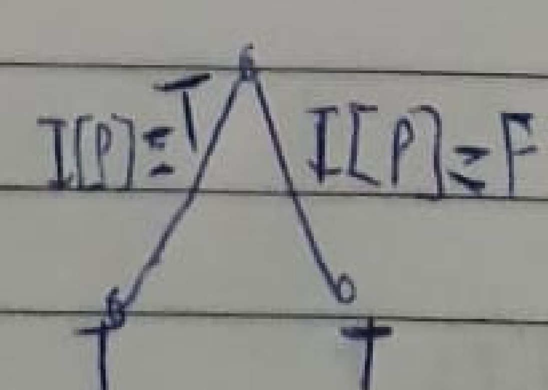
P	¬P	¬P → P
T	F	T
F	T	F



Supondo que H tem interpretações falsas I[P] = F e I[¬P] = T, chegou-se a conclusão que H não é tautologia pois a I[H] com esses valores será falso e supondo que H tem interpretações verdadeiras I[P] = T e I[¬P] = F H não será contradição e será satisfatível
A letra c dessa questão é satisfatível apenas.

d) $P \leftrightarrow P$

P	P ↔ P
T	T
F	T



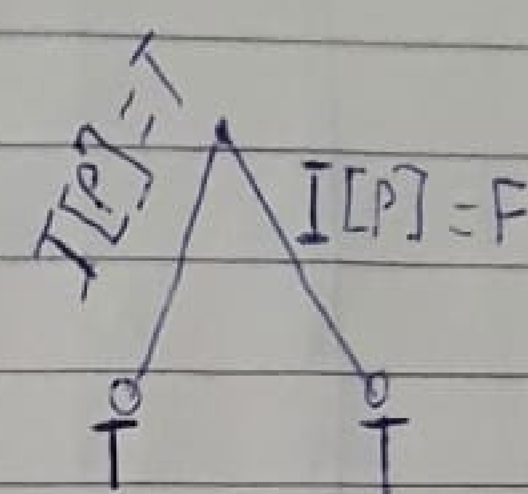
Provar que H é tautologia por absurdo
$H = P \leftrightarrow P$
T F F
F T

Supondo que H tem interpretações falsas obtive I[P] = T e I[P] = F concluindo em um absurdo nessa primeira opção na segunda obtive I[P] = F e I[P] = T concluindo em absurdo nessa segunda, então cheguei a conclusão que H é tautologia

pois cheguei em absurdo em todas as possibilidades.
A letra d é tautologia e satisfatível.

e) $P \to (Q \to P)$

P	Q	$Q \to P$	$P \to (Q \to P)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	F	T
F	F	T	T



Provar que H é tautologia. $H = \underset{T}{P} \underset{F}{\to} (\underset{T}{Q} \underset{F}{\to} \underset{F}{P})$

absurdo

Supondo que H tem interpretação falsa obtive apenas uma opção que I[P] = T no antecedente e o consequente a I[Q] = T e I[P] = F gerando um absurdo pois P está assumindo dois valores nessa fórmula. Concluindo que H é tautologia.
A letra e é tautologia e satisfatível.

f)

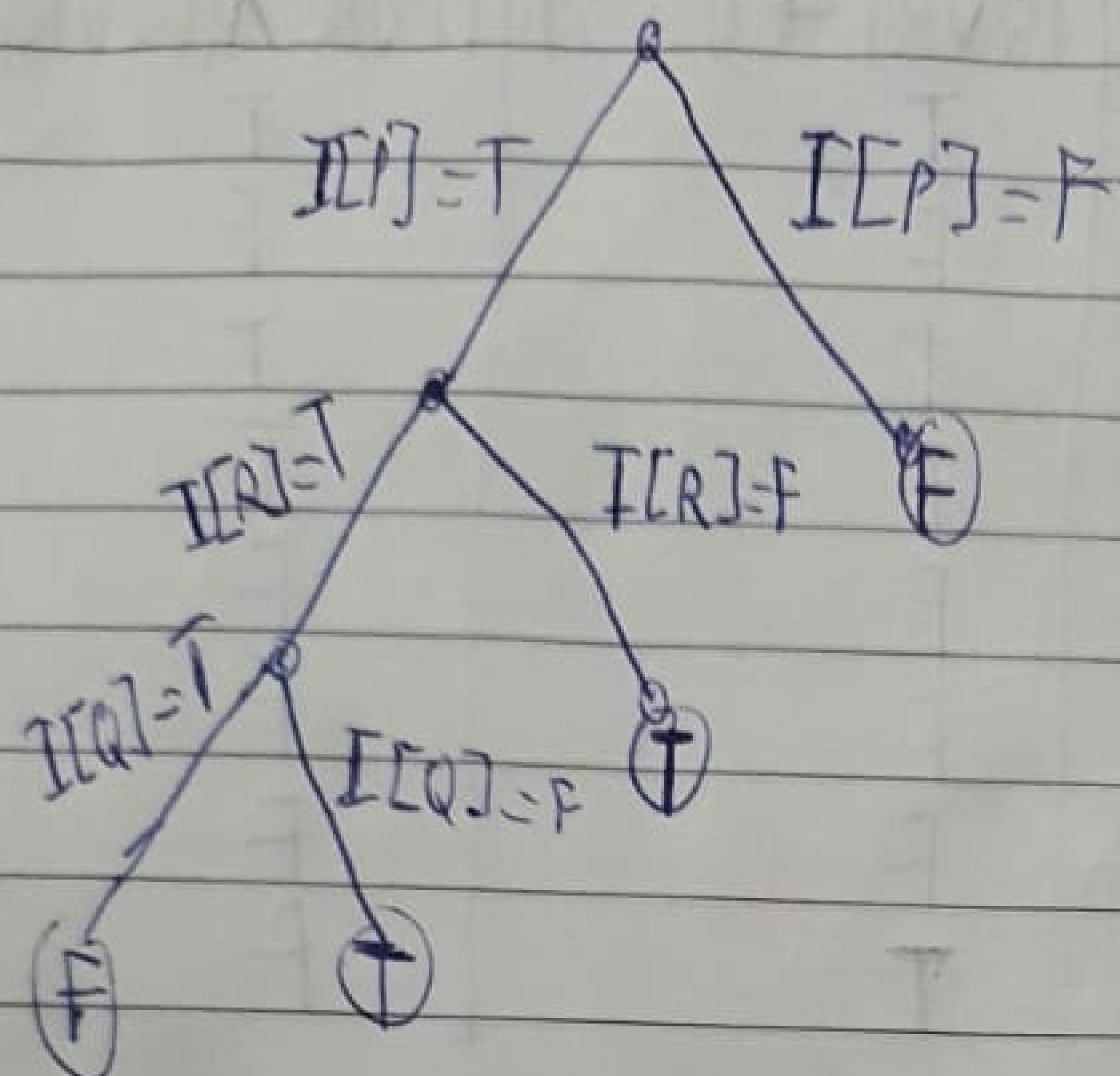
				1			2	$\to$
P	Q	R	$Q \vee R$	$P \to (Q \vee R)$	$\neg R$	$Q \to \neg R$	$P \wedge (Q \to \neg R)$	
T	T	T	T	T	F	F	F	F
T	T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	T	T	F	F

$$[P \to (Q \vee R)] \to (P \wedge (Q \to \neg R))$$

F
T
T
T
F
F
F
F

D S T Q Q S S

___/___/___



Provar que H é tautologia por absurdo
Provar que H é contradição por absurdo

$H = (P \rightarrow (Q \vee R)) \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow \neg R))$

F T T T F F F T F

$H = (P \rightarrow (Q \vee R)) \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow \neg R))$

T F F F F T T F T T

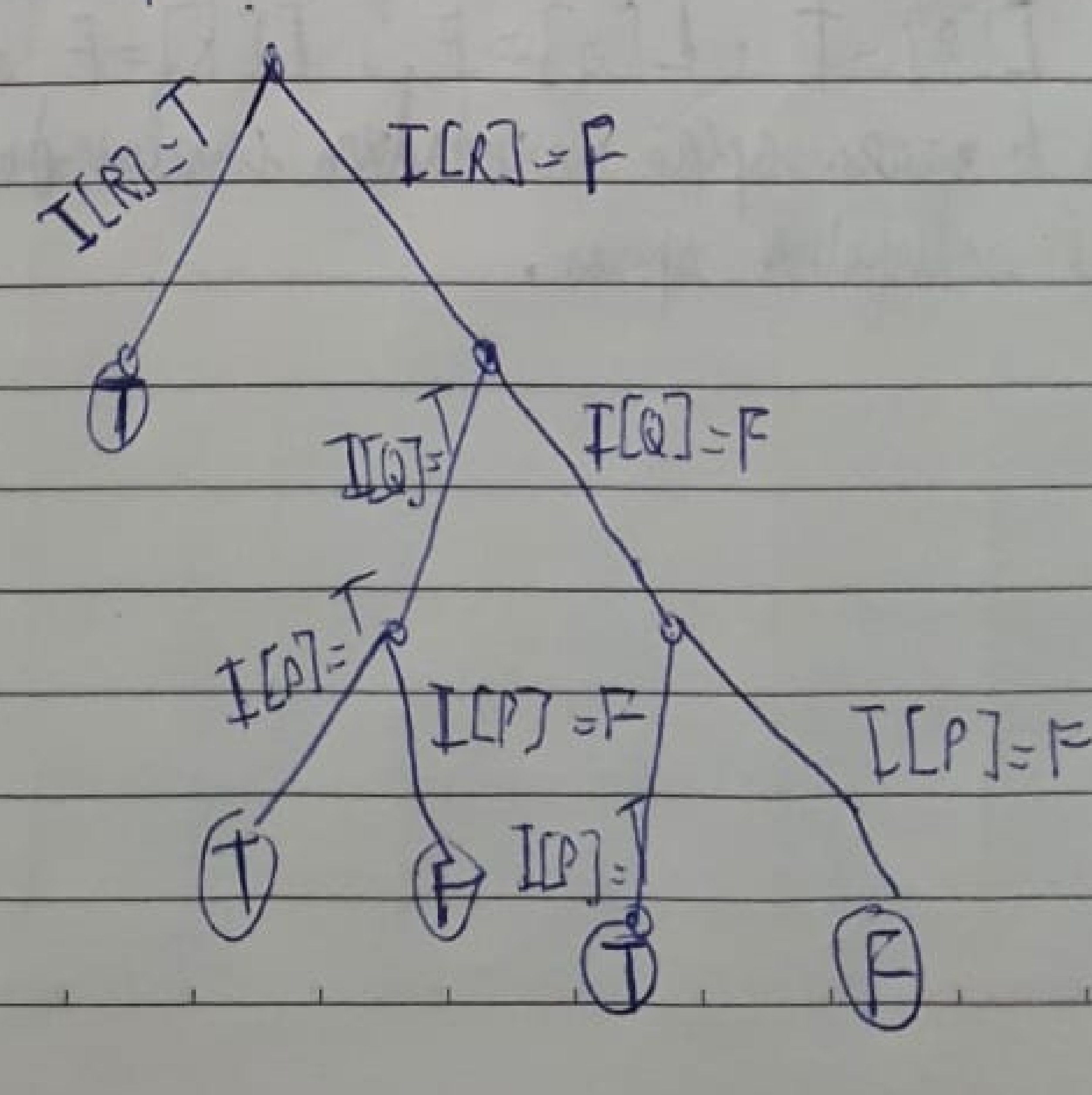
Supondo que H possui interpretações falsas em uma opção obtive $I[P] = F$ e $I[Q] = T$ e $I[R] = T$, bastou apenas que o P fosse falso para a formula H obter uma interpretação falsa concluindo que H não é tautologia. Supondo que H possui interpretações verdadeiras obtive que $I[P] = T$, $I[Q] = F$, e $I[R] = F$ e não cheguei em um absurdo e a formula H nessa opção é verdadeira concluindo-se que H não é contradição. A letra f é satisfatível apenas.

D S T Q Q S S

___/___/___

g) P	R	Q	$(P \vee R)$	$Q \vee R$	$P \wedge Q$	$((Q \vee R) \to (P \wedge Q))$	$(P \vee R) \wedge ((Q \vee R) \to (P \wedge Q))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F	F	F
F	F	F	F	F	F	T	F

$(P \vee R) \wedge (Q \vee R) \to (P \wedge Q) \vee R$
T
T
T
T
T
T
F
F



D S T Q Q S S ___/___/___

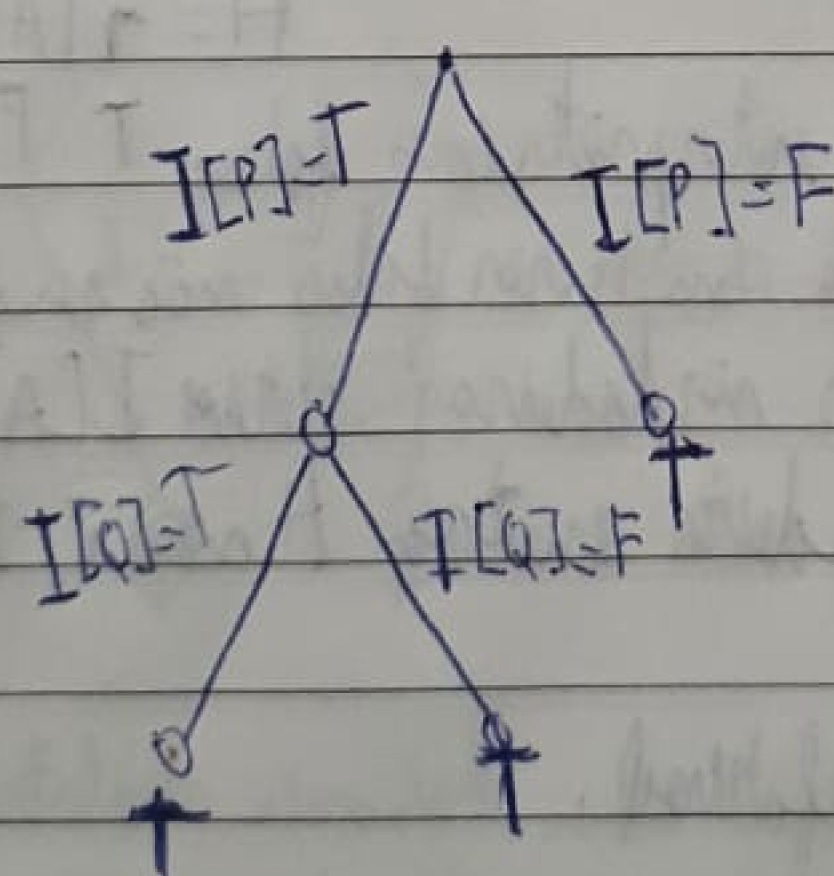
Provar por absurdo que H é tautologia
Provar por absurdo que H é contradição

$H = (P \vee R) \wedge (Q \vee R) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$
F F F T F F T F F

$H = (P \vee R) \wedge (Q \vee R) \rightarrow (P \wedge Q) \vee R$
T T T T

Suponho que H possui interpretações falsas para provar por absurdo que H é tautologia encontrei duas interpretações falsas com $I[P] = F$ e $I[R] = F$, então H não é tautologia.
E suponho que H possui interpretações verdadeiras se $I[R] = T$ toda formula se torna verdadeira, então H não é contradição, pois possui interpretação verdadeira
A letra g é apenas satisfatível.

b) P	Q	$P \wedge Q$	$Q \rightarrow (P \wedge Q)$	$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	F	F	T
F	F	F	T	T



Provar por absurdo que a formula H é tautologia

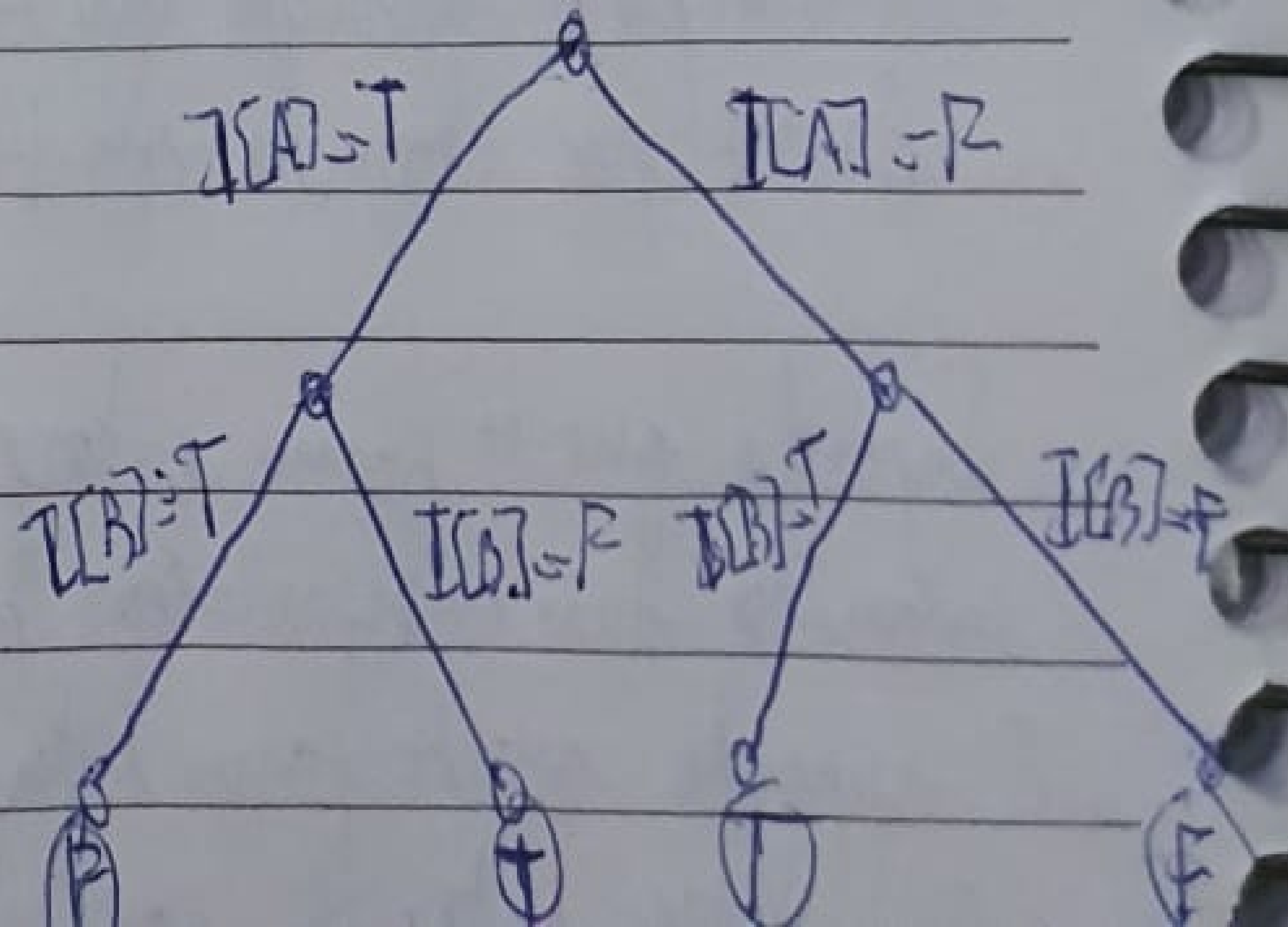
$H = P \rightarrow Q \rightarrow (P \wedge Q)$
T F T F T F F

Suponho que a formula H tem uma interpretação falsa obter ~~[illegible]~~ absurdo $I[P] = T$ e $I[Q] = T$ e a $I[Q] = F$ o que é um absurdo pois que não pode assumir dois valores.

D S T Q Q S S

$(\neg(A \leftrightarrow B))$

A	B	$A \to B$	$\neg(A \to B)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	T	F



Provar por absurdo que H é tautologia
Provar por absurdo que H é contradição

$H = \neg(A \leftrightarrow B)$
$\quad F \;\; T \;\; F \;\; T$

$H = \neg(A \leftrightarrow B)$
$\quad T \;\; F \;\; F \;\; T$

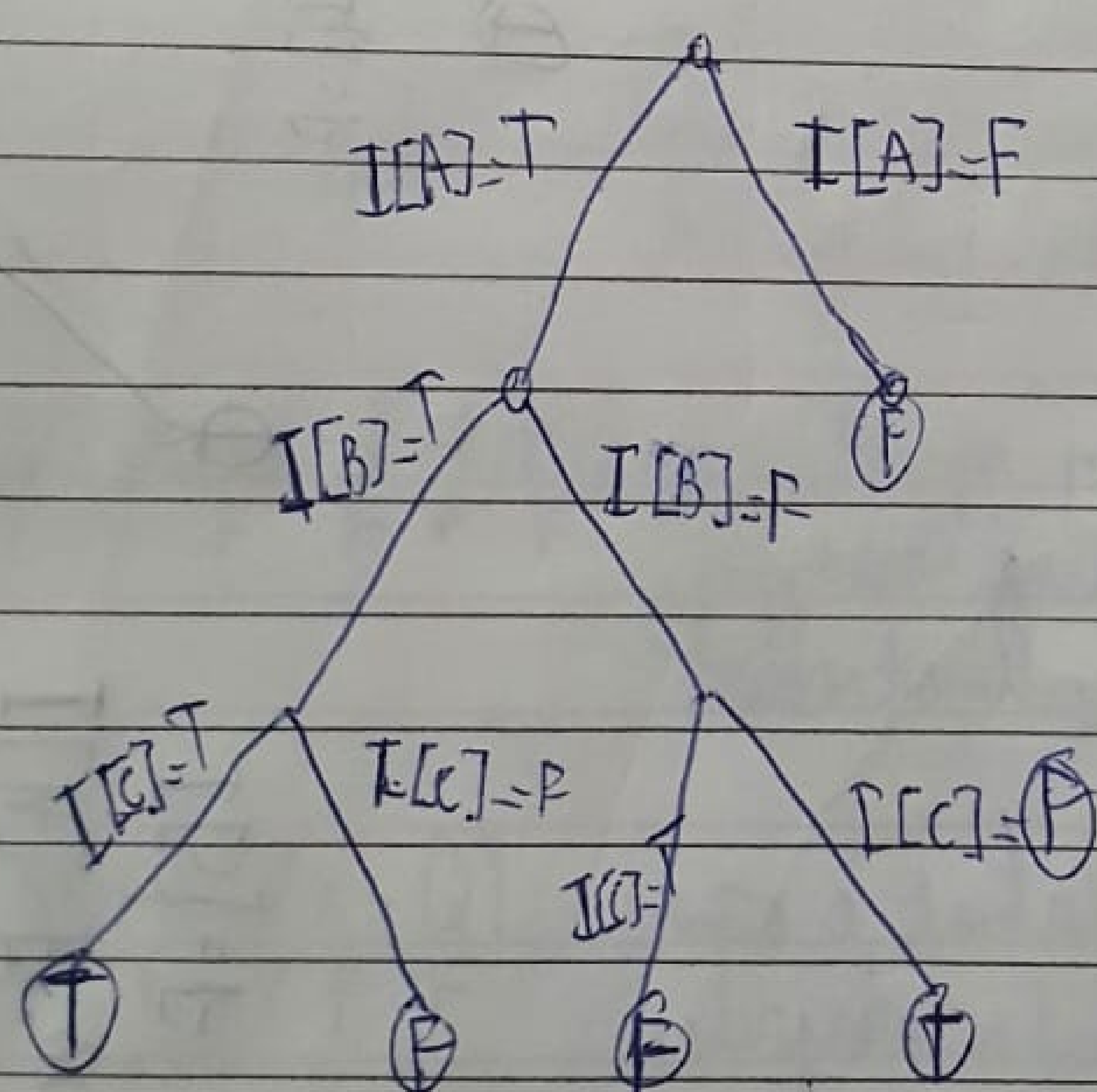
Supondo que H possui interpretações falsas obtive $I[A] = T$ e $I[B] = T$ resultando em H ser falsa não sendo H uma tautologia,
Supondo que H possui interpretações verdadeiras obtive $I[A] = F$ e $I[B] = T$ resultando H ser verdadeira então H não é contradição.

$(\neg(A \leftrightarrow B))$ é apenas satisfatível.

D S T Q Q S S

$(A \wedge (B \leftrightarrow C))$

A	B	C	$B \leftrightarrow C$	$A \wedge (B \leftrightarrow C)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	T	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	T	F



Provar absurdo = tautologia a formula H

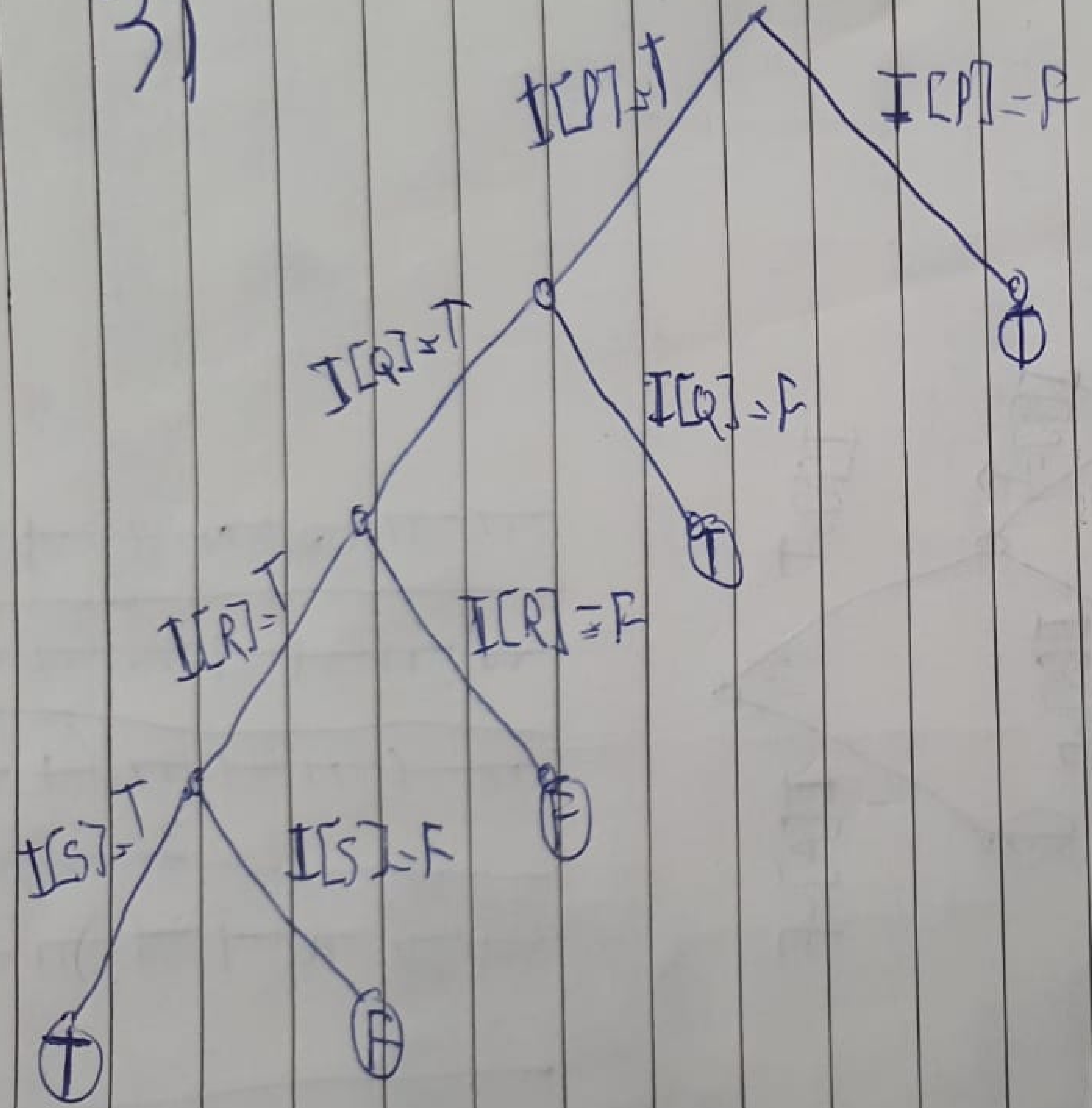
Provar absurdo que H é contraditória

$(A \wedge (B \leftrightarrow C))$ é apenas satisfatível

$H = A \wedge (B \leftrightarrow C)$
F F

$H = A \wedge (B \leftrightarrow C)$
T V F V F

3)



H = Satisfatível

I[H] = F se I[P] = T e I[Q] = T e I[R] = F e/ou
I[S] = F

D S T Q Q S S   ___/___/___

4) a) a) $(P \land Q) \to (\neg P \lor Q)$ é tautologia pois Q deveria assumir dois valores para a interpretação ser falsa o que é um absurdo
V V V F F V V

b) $(P \land Q) \to (\neg Q \to P)$ é tautologia pois $\neg Q$ deveria assumir verdadeiro porem Q já é ~~falso~~ verdadeiro chegando em um absurdo.
V V V F F V

c) $(P \land Q) \to (P \lor Q)$ é tautologia pois para obter uma interpretação falsa é necessario o Q ou P assumirem dois valores sendo um absurdo.
T T T F T F T

d) $(P \land Q) \to (P \to Q)$ é tautologia pois seria necessario o Q ser uma proposição que assume duas interpretações ao mesmo tempo, ou seja isso seria um absurdo.
T T T F T F T

e) $(P \land Q) \to (\neg P \to \neg Q)$ é tautologia pois seria necessario que o P fosse uma proposição que assume dois valores ou que $\neg P$ fosse dois valores tambem.
T T T F F F F

f) $(P \land Q) \to (P \land \neg Q)$ não é tautologia porque a formula assume uma interpretação falsa com $I[P] = T$ e $I[Q] = T$.
T T T F T F F

b) a) $(P \to Q) \to (\neg P \lor Q)$ é uma tautologia porque ~~[illegible]~~ para a formula assumir uma interpretação falsa P deveria ser falso porem $\neg P$ já é falso.
T F F F F F F

b) $(P \to Q) \to (\neg Q \to P)$ não é uma tautologia pois apresenta uma interpretação falsa onde $I[P] = F$ e $I[Q] = F$
F T F F T F F

___/___/___ D S T Q Q S S

c) $(P \to Q) \to (P \leftrightarrow Q)$
F T T F F T
T F

Não é uma tautologia pois obtem uma interpretação possível que seja falsa onde $I[P] = F$ e $I[Q] = T$

d) $(P \to Q) \to (P \to Q)$
T F T F T F F

é tautologia pois seria necessário P ou Q assumirem duas interpretações ao mesmo tempo sendo um absurdo.

e) $(P \to Q) \to (\neg P \leftrightarrow \neg Q)$
F T T T F F

não é uma tautologia pois essa formula assume uma interpretação falsa quando $I[P] = F$ e a $I[Q] = T$

f) $(P \to Q) \to (P \land \neg Q)$
F T T F F F F
T F
F T

não é uma tautologia pois essa formula assume uma interpretação falsa quando $I[P] = F$ e $I[Q] = T$

C) a) $(P \lor Q) \to (\neg P \lor Q)$
T T F F F F F

se $(P \lor Q) \vDash G$ então $(P \lor Q) \to G$ é tautologia

[redacted]

não implica semanticamente pois por notação da negação essa formula não é tautologia

b) $(P \lor Q) \to (\neg Q \to P)$
F F F F T F F

implicaria semanticamente pois geraria absurdo na única opção que a formula poderia assumir ela como falsa esse P poderia assumir duas interpretações ao mesmo tempo.

SÃO DOMINGOS

D S T Q Q S S

___/___/___

c) $(P \vee Q) \to (P \leftrightarrow Q)$
T T F F T F
F T

Não implicará semânticamente pois a implicação sintática das duas formulas não é tautologia

d) $(P \vee Q) \to (P \to Q)$
T T F F T F F

não implicará semânticamente pois a implicação sintática dessas duas formulas ao lado não é tautologia.

e) $(P \vee Q) \to (\neg P \to \neg Q)$
F T T F T F F

não implicará semânticamente porque a implicação sintática das duas formulas ao lado não é tautologia

f) $(P \vee Q) \to (P \wedge \neg Q)$
F T T F F F F
T F
F T

não implicará semânticamente porque a implicação sintática das duas formulas ao lado não é tautologia

4. d) a) $(P \leftrightarrow Q) \to (\neg P \vee Q)$
T T F F F F F

implicará semânticamente pois a única opção que a implicação sintática é falsa resultou em um absurdo.

b) $(P \leftrightarrow Q) \to (\neg Q \to P)$
F T F F T F F

não implicará semânticamente pois a implicação sintática da duas formulas não é uma tautologia

c) $(P \leftrightarrow Q) \to (P \leftrightarrow Q)$
F T F T F F
T T F T

implicará semânticamente pois a implicação sintática dessas duas formulas é uma tautologia

d) $(P \leftrightarrow Q) \to (P \to Q)$
T F F F T F F

Implicava semanticamente, pois a implicação sintática das duas fórmulas é uma tautologia que foi provada por absurdo ao lado.

e) $(P \leftrightarrow Q) \to (\neg P \to \neg Q)$
F F T F T F F

Implicava semanticamente, pois a implicação sintática das duas formulas é uma tautologia que foi provada por absurdo ao lado, pois $I[\neg P] = T$ não será possível $I[P] = T$ ao mesmo tempo.

f) $(P \leftrightarrow Q) \to (P \land Q)$
F T F F F F F
F T
T F

Não implicava semanticamente pois sua implicação sintática possui interpretação falsa logo não sendo uma tautologia.

5. a) Não é o caso que a comida é boa ~~entao~~ se o serviço é excelente
b) a comida não é boa e o serviço não é excelente
c) a comida não é boa ou o serviço não é excelente então e não é caro.
d) Não é caro se é caro, então a comida é boa ou o serviço é excelente.

6. a) $J[Q] = T$ ou $J[Q] = F$
b) $J[Q] = F$ e $J[R] = F$ ou $J[Q] = T$ e $J[R] = F$ ou $J[Q] = T$ e $J[R] = T$
c) $J[Q] = T$
d) $J[Q] = F$
e) $J[Q] = F$ e $J[R] = F$ ou $J[Q] = F$ e $J[R] = T$ ou $J[Q] = T$ e $J[R] = T$
f) $J[Q] = F$ ou $J[Q] = T$

D S T Q Q S S ___/___/___

7. a) $(P \land (\neg(\neg P \lor Q))) \lor (P \land Q)$ lei de morgan e dupla negativa

$(P \land (P \land \neg Q)) \lor (P \land Q)$

b) $((\neg(P \land \neg Q)) \land (\neg(Q \land \neg P)))$ lei de morgan

$((\neg P \lor \neg\neg Q) \land (\neg Q \lor \neg\neg P))$ dupla negativa

$((\neg P \lor Q) \land (\neg Q \lor P))$

8.) a) $(R \to P) \land (R \to Q)$ e $(\neg P \lor \neg Q) \to \neg R$ lei de morgan

$\neg(P \land Q) \to \neg R$ contraposição

$R \to (P \land Q)$ propriedade distributiva

$(R \to P) \land (R \to Q)$

b) $(\neg(P \to Q) \lor S) \land \neg P$ e $(P \lor S) \land ((Q \to S) \land \neg P)$

$(\neg(\neg P \lor Q) \lor S) \land \neg P$

propriedade da substituição

$((\neg\neg P \land \neg Q) \lor S) \land \neg P$

lei de morgan

$((P \land \neg Q) \lor S) \land \neg P$

dupla negativa

$((S \lor P) \land (S \lor \neg Q)) \land \neg P$

propriedade distributiva

$((P \lor S) \land (\neg Q \lor S)) \land \neg P$

propriedade comutativa

$((P \lor S) \land (Q \to S)) \land \neg P$

propriedade de substituição

$(P \lor S) \land ((Q \to S) \land \neg P)$

propriedade associativa