

**Aquecimento para a Prova 1 (P1) – Grafos (INE5413)**  
**Ciências da Computação – Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Prof. Rafael de Santiago**

Nome:

Matrícula:

Observações gerais:

- A prova deverá ser concluída até as 10h00m;
- Pode ser utilizado material para consulta;
- Não será permitido compartilhamento de material de consulta.

1. (2.5pt) Considere o seguinte problema: Em um setor de investigações da polícia em uma determinada cidade, têm-se acesso às seguintes informações de ligações telefônicas que acontecem na área: dados sobre os contatos telefônicos (nome e CPF do proprietário da linha); listagem de quem ligou para quem dentro da mesma cidade; e duração de cada ligação. Recentemente, há uma demanda no setor relacionada a identificar as pessoas próximas a um indivíduo sendo investigado. No contexto de ligação telefônica, os investigadores consideram apenas ligações com mais de 30 segundos. São consideradas pessoas próximas, a distância de até duas ligações. Ou seja, se o indivíduo A ligou para B que ligou para C e as ligações duraram mais de 30 segundos cada, considera-se que A, B e C são indivíduos “próximos” para o contexto investigativo, inclusive se A e C não tiverem registros de ligações com mais de 30 segundos entre si. Com base nesse problema, responda:
  - (a) (0.5pt) Qual tipo de grafo poderia ser utilizado para o problema (dirigido ou não, ponderado ou não)? Justifique.
  - (b) (1.0pt) Como seria a montagem do grafo de entrada para o problema?
  - (c) (1.0pt) Qual dos algoritmos estudados poderia ser utilizado? O que deveria ser modificado nesse algoritmo?
2. (2.5pt) Considere o seguinte problema: Uma empresa quer participar de um edital para conectar várias localizações utilizando uma linha férrea. No levantamento, há 1000 localidades denominadas de  $l_1, l_2, \dots, l_{1000}$ , nas quais  $l_1$  é o começo e o destino da linha férrea. Uma das questões principais para participar da licitação é ser competitivo no preço da grande obra. Nesse contexto, a empresa deseja encontrar um ciclo que atenda as localidades sem a necessidade de construir pontes, atravessar morros e realizar grandes desapropriações de terra. Para isso, os técnicos da empresa se reuniram e definiram uma listagem de pares de localidades que não poderiam ser conectadas pois inviabilizariam o projeto. Deseja-se então desenvolver um programa de computador que faça o cálculo se é viável ainda conectar todos os pontos através de um ciclo. Com base no relatado acima, responda:
  - (a) (1.25pt) Como seria a montagem do grafo de entrada para o problema?

- (b) (1.25pt) Qual dos algoritmos estudados poderia ser utilizado? O que deveria ser modificado nesse algoritmo?
3. (2.5pt) Sabe-se que o algoritmo de Floyd-Warshall tem complexidade de tempo  $\Theta(|V|^3)$  para encontrar os caminhos de menor custo entre todos os vértices de um grafo  $G = (V, E, w : E \rightarrow \mathbb{R})$ . Considerando que  $G$  tenha  $|E| \approx |V|$  e não tenha arestas com pesos negativos, faça:
- (a) (1.5pt) Crie um algoritmo mais eficiente que Floyd-Warshall para encontrar os caminhos mínimos para cada par de vértices em  $G$ . Se for necessário, considere que está a disposição os algoritmos de Bellman-Ford (complexidade de tempo  $O(|V||E|)$ ) e Dijkstra (complexidade de tempo  $O(|V| + |E|) \log_2 |V|$ )
- (b) (0.5pt) Calcule a complexidade de tempo do algoritmo produzido;
- (c) (0.5pt) Caso não tenha usado um dos algoritmos dispostos (Bellman-Ford ou Dijkstra), justifique.
4. (2.5pt) Seja  $G = (V, A, w)$  um grafo dirigido e ponderado, crie um algoritmo para determinar os caminhos mínimos a partir de todo  $v \in V$  para um vértice  $t$ . Caso seja necessário, pode-se chamar os algoritmos Bellman-Ford (complexidade de tempo  $O(|V||E|)$ ) e Dijkstra (complexidade de tempo  $O(|V| + |E|) \log_2 |V|$ ) como se já estivessem implementados.

**Boa Prova!**