Lista 6 – Integrais duplas e triplas

Problemas envolvendo integrais duplas e triplas:

1) Uma lâmina tem a forma de um retângulo cujos vértices são $(0,0), (4,0), (0,2)$ e $(4,2)$. Determine a massa da lâmina, medida em gramas, sabendo que a densidade de massa por área num ponto P é $\delta(x, y) = 3xy$. $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{48}\ \boldsymbol{gramas}$

2) Uma carga elétrica é distribuída sobre uma região D delimitada pelo retângulo de vértices $(3,2), (0,2), (3,0)$ e $(0,0)$ de modo que a densidade de carga num ponto (x, y) seja $\delta(x, y) = x^2y$, medida em Coulomb por metro quadrado (C/m^2). Determine sua carga total. $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{18}\ \boldsymbol{coulombs}$

3) Determine a massa de uma lâmina triangular com vértices $(0,0), (1,0)$ e $(0,2)$, sabendo que a função densidade é $\delta(x, y) = 1 + 3x + y$. $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{8/3}\ \boldsymbol{gramas}$

4) Calcule, por integral dupla, a área da região D do plano xy delimitada pelas curvas indicadas: $y = x^3$; $x + y = 2; y = 0$ (Figura 1). $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{3/4}$

5) Encontrar o volume da região R limitada pelo cilindro ao lado e o plano xy, que é limitado pelos planos $x = 1; x = 0; y = -1\ e\ y = 1$ (Figura 2). $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{2/3}$

6) Utilizando integrais duplas, determinar a área da região delimitada pelas funções dadas na figura 3: $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{125/6}$

7) Determinar o volume da região delimitada pelas curvas representadas na figura 4: $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{256/15}$

8) Determinar o volume da região delimitada pelas curvas representadas na figura 5: $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{8/3}$

9) Calcule, por integral dupla, a área da região D do plano xy delimitada pelas curvas indicadas na figura 6 a seguir: $x - y = 1, y = x^2; x = -1\ e\ x = 1$. $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{8/3}$

10) Determine o volume do sólido delimitado pelos planos $z = 0, y = 0, x = 0\ e\ 2x + 4y + z = 8$, ilustrado na figura 7. $\boldsymbol{R.}$: $\mathbf{32/3}$

Figura 1.

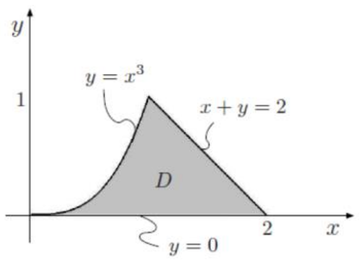


Figura 2.

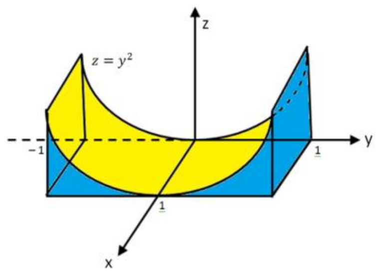


Figura 3.

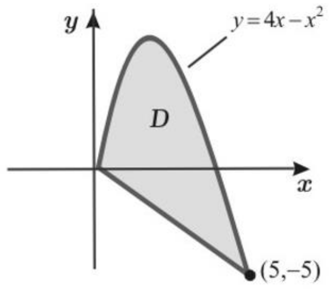


Figura 4.

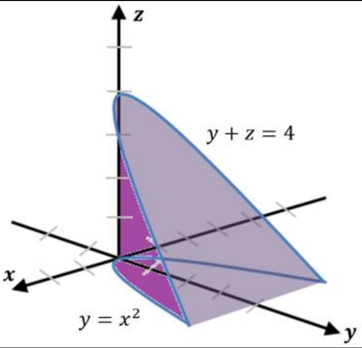


Figura 5.

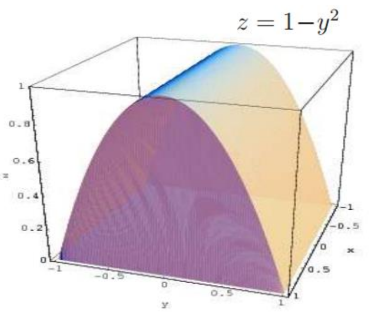


Figura 6.

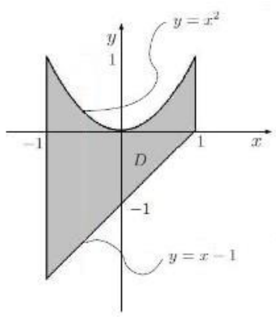
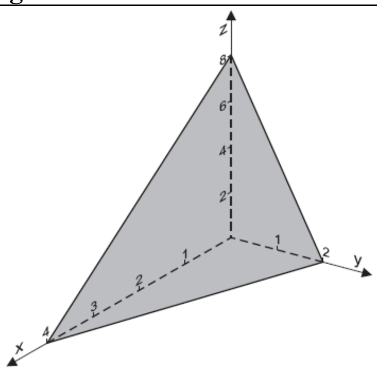


Figura 7.



Calcule as integrais duplas e/ou triplas a seguir:

1) $\int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2)\, dx\, dy\, dz$ $\boldsymbol{R.: 28}$

2) $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{x^2}{y^2+1}\, dx\, dy$ $\boldsymbol{R.: 1,0472}$

3) $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 x^2 y^2 z^2\, dx\, dy\, dz$ $\boldsymbol{R.: 8/27}$

4) $\int_0^4 \int_0^{\pi} \int_0^{1-x} x^2 sen\, y\, dz\, dx\, dy$ $\boldsymbol{R.: -23,1789}$

5) $\int_{-1}^1 \int_x^{3x} e^{x+y}\, dy\, dx$ $\boldsymbol{R.: 10,0181}$

"Se aproximarmos um sólido por colunas retangulares e aumentarmos o número de colunas, o limite da soma dos volumes das colunas será o volume do sólido" (STEWART, 2007, p. 978,2007)