

Resolução Lema do Bombeamento

Linguagens Formais e Compiladores
Prof^a. Jerusa Marchi

1. Lema do Bombeamento

- (a) Aplique o Lema do Bombeamento e demonstre que a seguinte linguagem não é Regular.

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } j = i + k\}$$

Seja p o comprimento do bombeamento, então $a^p b^{2p} c^p$ pertence a L . Agora, suponha que L seja regular, então o lema do bombeamento deve valer para L . Ou seja, existe p tal que, para todo w em L , $|w| \geq p$, podemos escrever $w = xyz$ com:

- i. $|xy| \leq p$
- ii. $|y| > 0$
- iii. para todo $i \geq 0$, $xy^i z$ pertence a L

Considerando os itens i e ii , xy contém somente a 's e y contém pelo menos um a . Ao bombear y^i tem-se $a^{p-1} a^i b^{2p} c^p$ para $i \geq 2$, o que fará com que o número de a 's + c 's seja diferente do número de b 's. Portanto, L não é Regular.

- (b) Aplique o Lema do Bombeamento e demonstre que a seguinte linguagem não é Regular.

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } k = i + j\}$$

Seja p o comprimento do Bombeamento e seja $w = a^p b^p c^{2p}$ pertencente a L . Suponha L regular, então o lema do bombeamento vale para w e portanto $w = xyz$. Considere $y = a$. Ao bombear y^i tem-se $a^{p-1} a^i b^p c^{2p}$, para $i \geq 2$ tem-se que o número de c 's é menor que o número de a 's mais o número de b 's e $w \notin L$. Contradição.

- (c) Aplique o Lema do Bombeamento e demonstre que a seguinte linguagem não é Regular.

$$L = \{a^n b^m c^p d^q \mid n, m, p, q \geq 0 \text{ e } n \neq q \text{ e } m = p\}$$

Seja h o comprimento do Bombeamento tal que $h = n + m$ e seja $w = a^n b^m c^p d^q$ tal que $n \neq q$ e $m = p$ pertencente a L . Suponha L regular, então o lema do bombeamento vale para w e portanto $w = xyz$. Considere $y = b^m$. Ao bombear y^i tem-se $a^n (b^m)^i c^p d^q$, para $i \geq 2$ tem-se que o número de b 's difere do número de c 's e portanto $w \notin L$. Contradição.

- (d) Aplique o Lema do Bombeamento e demonstre que a seguinte linguagem não é Regular.

$$L = \{a^n b^m c^p d^q \mid n, m, p, q \geq 0 \text{ e } n + m = p + q\}$$

Seja h o comprimento do Bombeamento e seja $w = a^h b^m c^p d^q$ tal que $h + m = p + q$ pertencente a L . Suponha L regular, então $w = xyz$. Considere $y = a$. Ao bombear y^i tem-se $a^{h-1} a^i b^m c^p d^q$, para $i \geq 2$ tem-se que o número de a 's $+m \geq p + q$. Logo $w \notin L$. Contradição.

- (e) Aplique o Lema do Bombeamento e demonstre que a seguinte linguagem não é Regular.

$$L = \{w c w^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

Seja p o comprimento do Bombeamento tal que $p = |w|$ e seja $s = w c w^r$ pertencente a L . Suponha L regular, então o lema do bombeamento vale para s e portanto $w = xyz$. Considere $y = w$. Ao bombear y^i tem-se $\underbrace{w w w \dots w}_i c w^r$ ou seja $s \notin L$.

Contradição.