

```

    }
    }
    }
    else if (op == 7)
    {
        if (raiz == NULL)
            cout << "\nÁrvore vazia!!";
        else
        {
            raiz=desalocar(raiz);
            cout << "\nÁrvore
            ↪esvaziada!!";
        }
    }
    getch();
    }while (op != 8);
    raiz = desalocar(raiz);
}

```

🔍 Análise da complexidade

A relação existente entre a altura da árvore (h) e o número de nós (n) de uma árvore binária é uma informação muito importante em muitas aplicações. É comum a pergunta pela altura máxima e mínima de árvores binárias. Possuem altura máxima aquelas em que cada nó possui apenas um único filho. A altura de tais árvores é igual a n . Já uma árvore completa possui altura mínima.

Segundo Markenzon (1994), uma árvore binária completa com $n > 0$ nós possui altura mínima $h = 1 + \lceil \log n \rceil$.

A operação de busca em uma árvore binária é igual ao número de nós existentes no caminho desde a raiz da árvore até o nó procurado. Em uma árvore binária genérica, no pior caso, esse nó se encontra a uma distância $O(n)$ da raiz da árvore, logo, a complexidade da busca é $O(n)$. Conclui-se então que a complexidade de busca corresponde à altura da árvore. No melhor caso, em que uma árvore pode possuir altura mínima, que é o caso de uma árvore binária completa, o tempo de busca é $O(\log n)$.

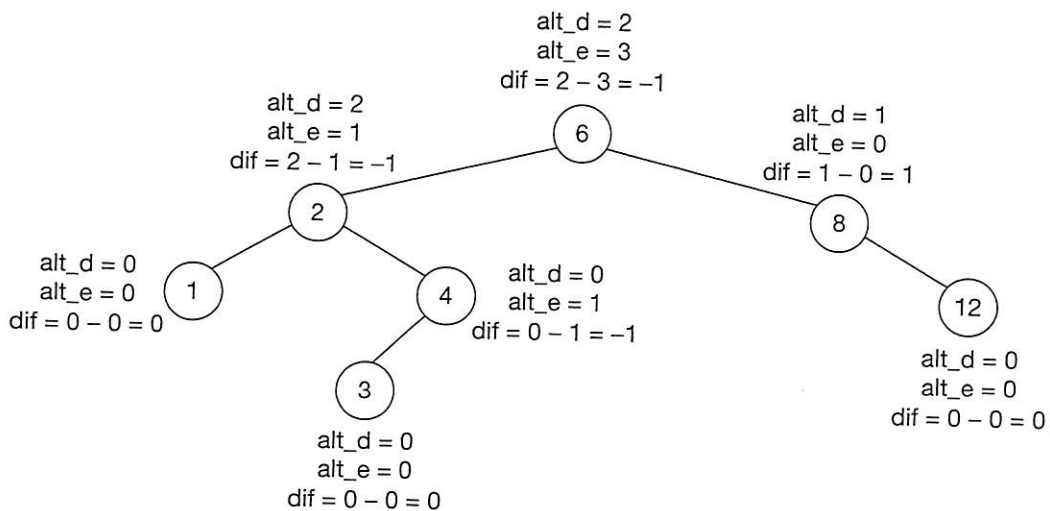
Considerando ainda uma árvore de altura mínima, na operação de inserção, o nó sempre é inserido em uma folha, tendo que percorrer todos os nós desde a raiz, até chegar em uma folha e acrescentar um filho a ela, gastando com isso a altura da árvore, ou seja, $O(\log n)$.

Na operação de remoção, o pior caso acontece quando o nó a ser removido encontra-se em uma folha no nível mais baixo. Gasta-se a altura da árvore para encontrá-lo, no caso de uma árvore de altura mínima, e algumas operações constantes de atualização de ponteiros, gerando uma complexidade $O(\log n)$.

Árvore AVL

A árvore AVL, criada em 1962 por Adelson-Velsky e Landis, é uma árvore binária balanceada, ou seja, é uma árvore que obedece a todas as propriedades da árvore binária e em que cada nó apresenta diferença de altura entre as sub-árvores direita e esquerda de 1, 0 ou -1, como ilustra a Figura 7.16.

Figura 7.16 Árvore AVL



Se a diferença de altura entre as sub-árvores de um nó é maior que 1 ou menor que -1, a árvore está desbalanceada e haverá uma rotação. As possíveis rotações estão descritas e ilustradas no Quadro 7.1 e nas figuras 7.17 a 7.22.

Quadro 7.1 Descrição de rotações

Diferença de altura de um nó	Diferença de altura do nó filho do nó desbalanceado	Tipo de rotação	Figura
2	1	Simple à esquerda	7.17
	0	Simple à esquerda	7.18
	-1	Dupla com filho para a direita e pai para a esquerda	7.19
-2	1	Dupla com filho para a esquerda e pai para a direita	7.20
	0	Simple à direita	7.21
	-1	Simple à direita	7.22

Figura 7.17 Rotação simples para a esquerda

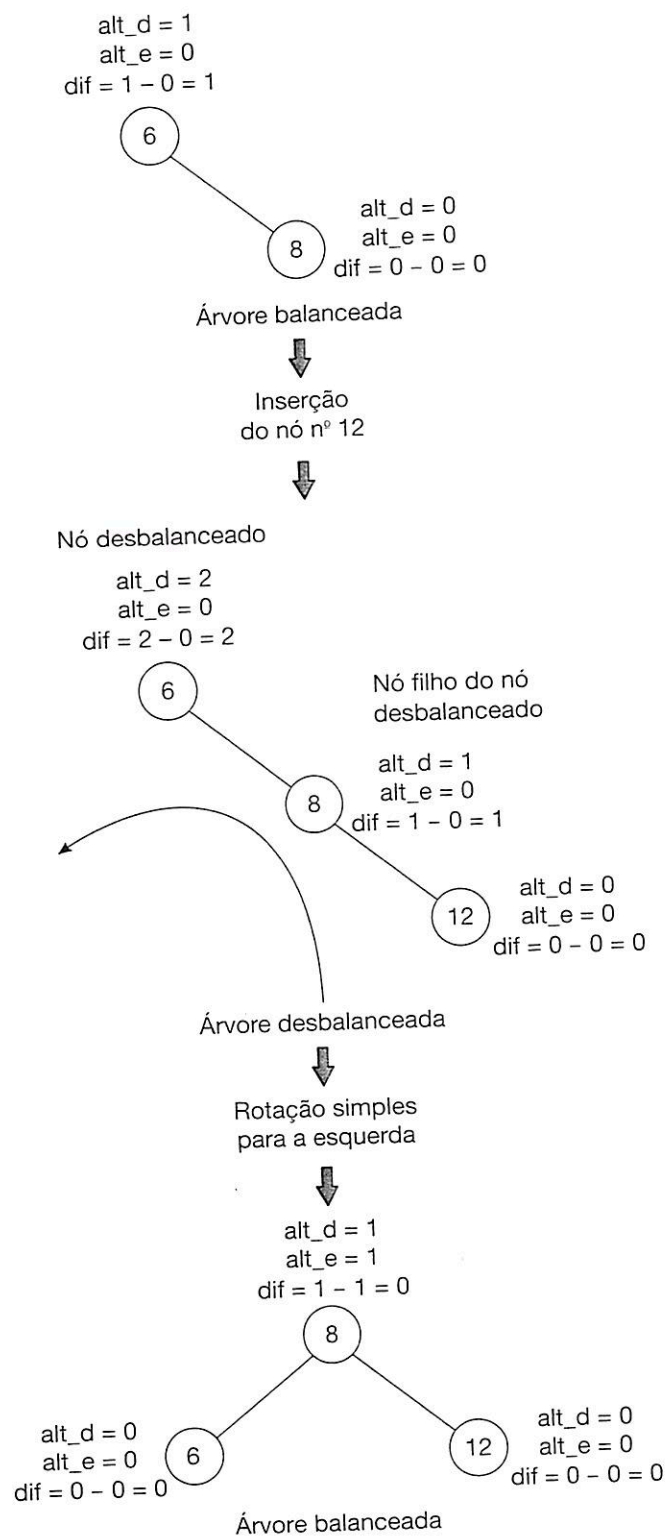


Figura 7.18 Rotação simples para a esquerda

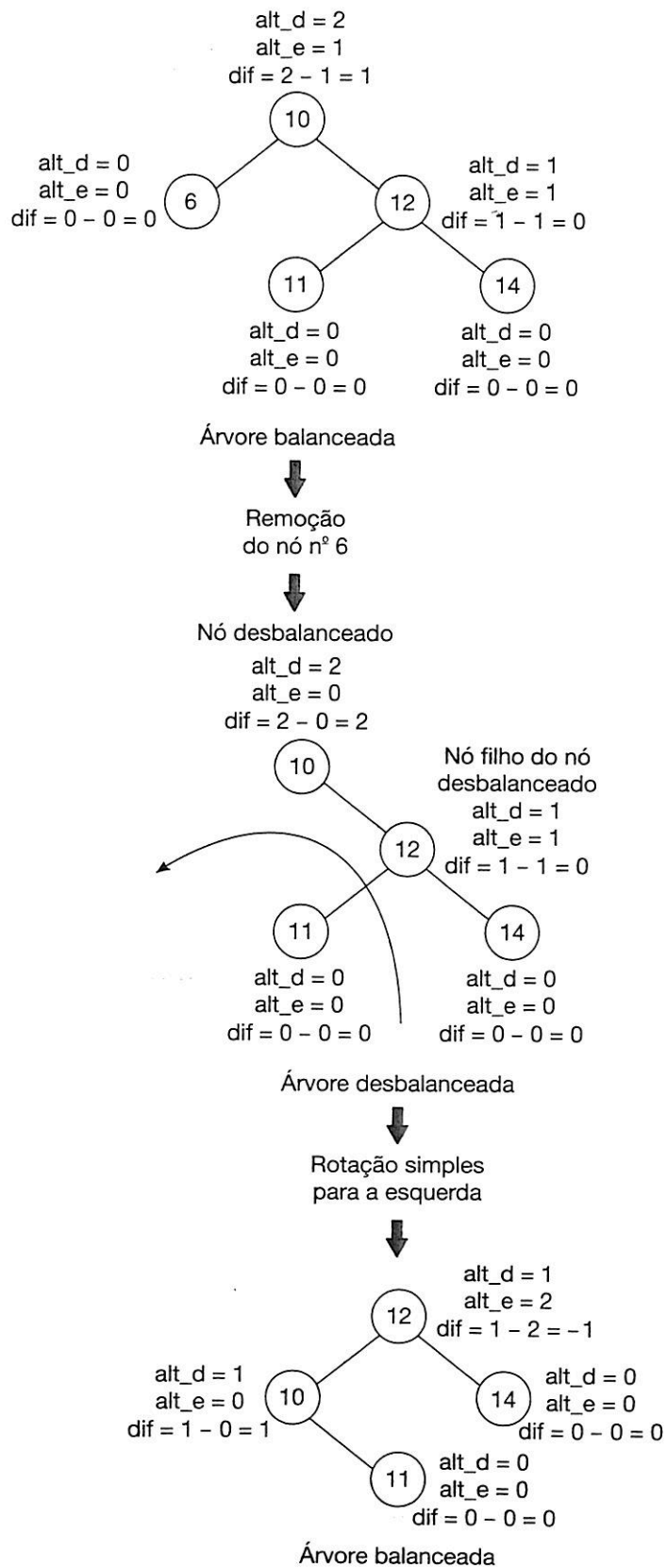


Figura 7.19 Rotação dupla com filho para a direita e pai para a esquerda

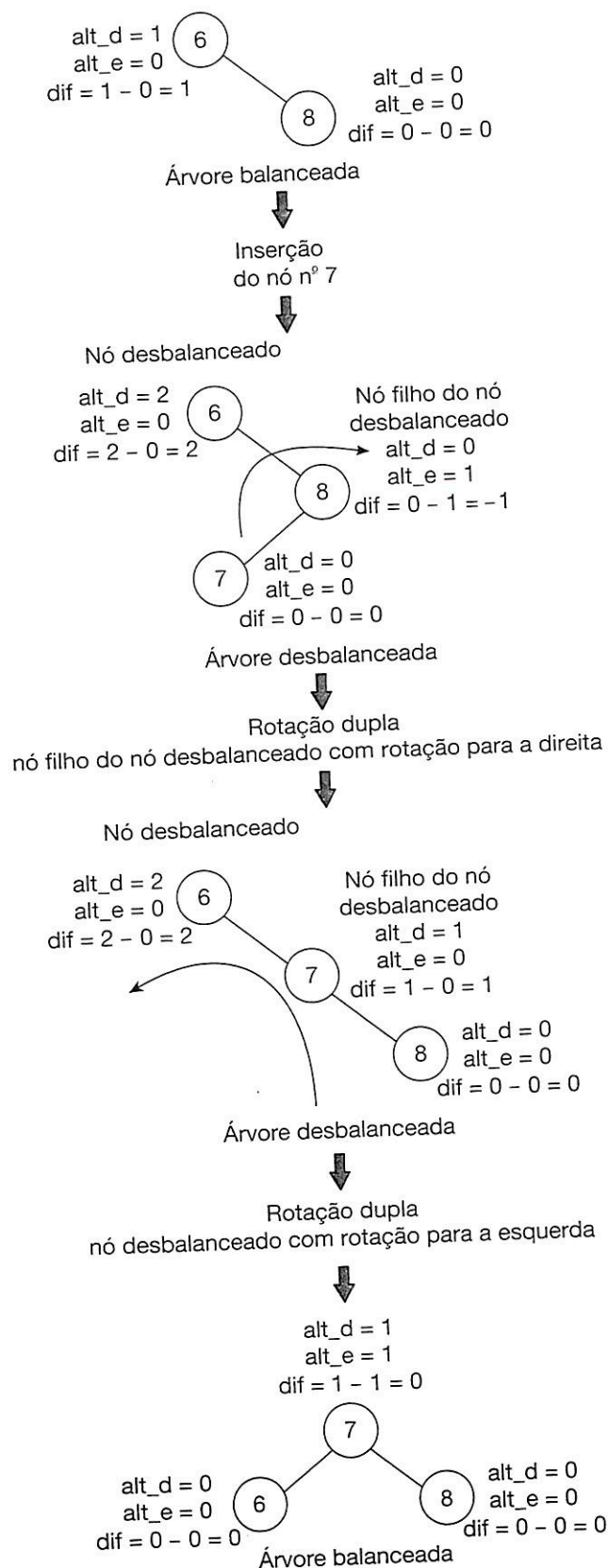


Figura 7.20 Rotação dupla com filho para a esquerda e pai para a direita

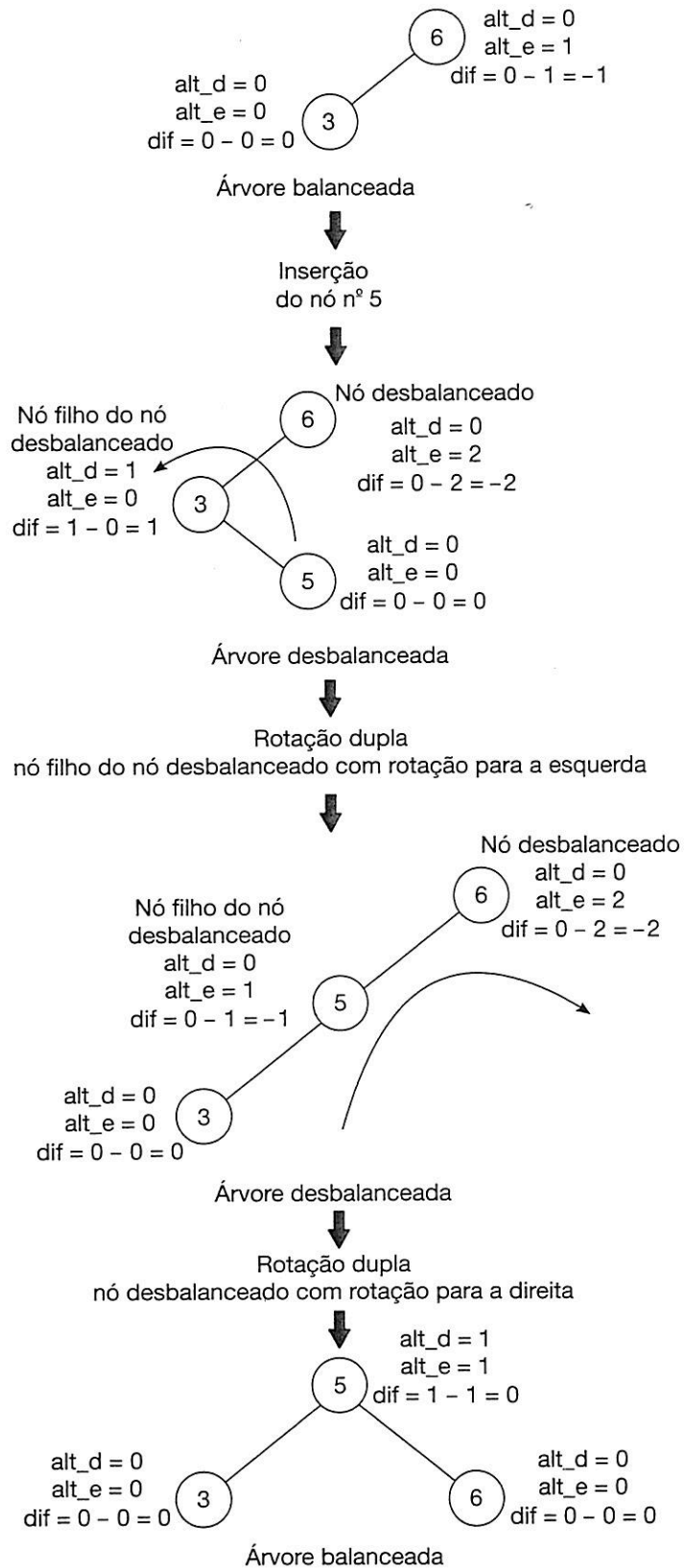
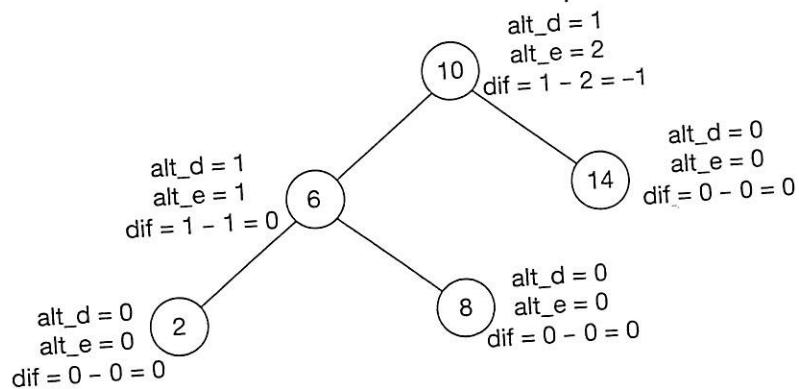
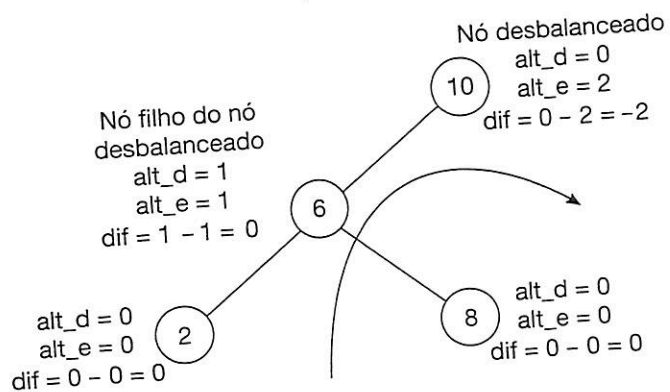


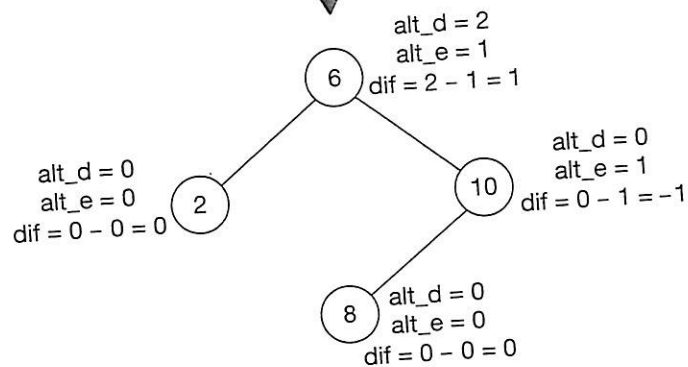
Figura 7.21 Rotação simples para a direita



Árvore balanceada

Remoção
do nó nº 14

Árvore desbalanceada

Rotação simples
para a direita

Árvore balanceada

Figura 7.22 • Rotação simples para a direita

