

Lista 4 – Funções de duas ou mais variáveis

1. Calcule as derivadas parciais abaixo indicadas:

- a) $f(x, y) = 3x^2y - 4x^3y^2$, f_{xxx} e f_{yyy}
- b) $f(x, y) = 3x^4 - 2x^2y + xy - y^2$, $f_{xx}(1, -2)$
- c) $f(x, y) = \text{sen}(2x) \cdot \cos(3y)$, f_{yx}
- d) $f(x, y) = \text{sen}(2x) \cdot \cos(3y)$, f_{yx}
- e) $f(x, y) = \frac{y}{x}$, $f_{xxx}(-1, 1)$
- f) $f(x, y) = \frac{y}{x}$, $f_{xxx}(-1, 1)$

2. Determinar e classificar os pontos críticos das funções:

- a) $f(x, y) = 3xy^2 + x^3 - 3x$
- b) $f(x, y) = x \cdot e^{-x^2-y^2}$
- c) $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 6x - 6y$
- d) $f(x, y) = (2x^2 + y^2) \cdot e^{1-x^2-y^2}$

3. Mostrar que $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{y} + 5$ tem um mínimo local em $(1, 1)$:

4. Classifique os pontos críticos de $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2$:

Teste da Derivada Segunda para Funções de Duas Variáveis:

$$D(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial y} \right)^2$$

- 1. Se $D(a, b) > 0$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a, b) > 0$, então $f(x, y)$ tem um mínimo relativo em (a, b) .
- 2. Se $D(a, b) > 0$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a, b) < 0$, então $f(x, y)$ tem um máximo relativo em (a, b) .
- 3. Se $D(a, b) < 0$, então $f(x, y)$ não tem um máximo ou mínimo relativo em (a, b) , será um ponto de sela.
- 4. Se $D(a, b) = 0$, então nenhuma conclusão pode ser obtida por este teste.

Lista 4 – Respostas

1.

a) $f_{xxx} = -24y^2$, $f_{yyy} = 0$

b) $f_{xxx} = -24y^2$, $f_{yyy} = 0$

c) $f_{xyx} = 12\text{sen}(2x) \cdot \text{sen}(3y)$

d) $f_{yxy}(-1,0) = -12$

e) $f_{xxx}(-1,1) = -6$

f) $f_{xx} = \frac{6(y^2 - y - 2xy)}{(x+y)^4}$

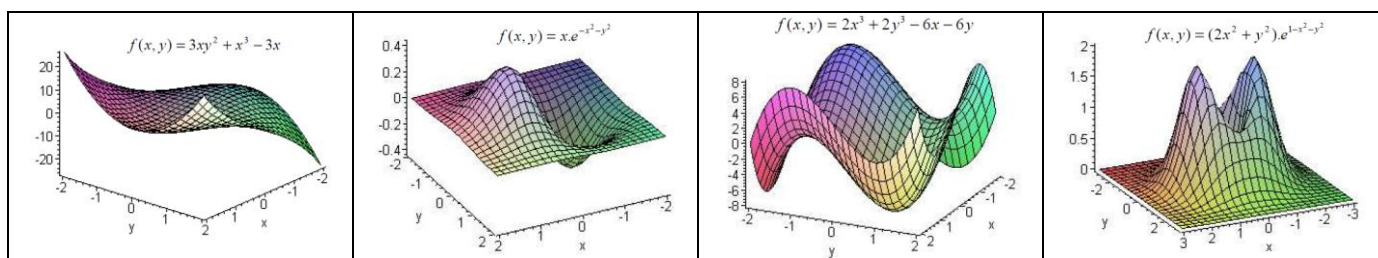
2. Determinar e classificar os pontos críticos das funções:

a) $(0,1)$: ponto de sela; $(0,-1)$: ponto de sela; $(1,0)$: mínimo local e $(-1,0)$: máximo local.

b) $(0,1)$: ponto de sela; $(0,-1)$: ponto de sela; $(1,0)$: mínimo local e $(-1,0)$: máximo local.

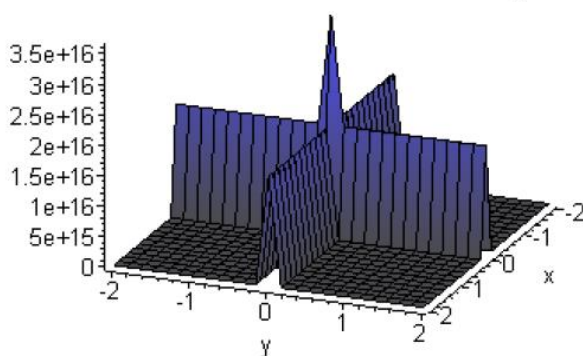
c) $(1,-1)$: ponto de sela; $(-1,1)$: ponto de sela; $(-1,-1)$: máximo local e $(1,1)$: mínimo local.

d) $(0,1)$ e $(0,-1)$: pontos de sela; $(1,0)$ e $(-1,0)$: máximos locais.



3.

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{y} + 5$$



4.

$(0,0)$: ponto máximo;

$(0,1)$, $(1,0)$, $(0,-1)$, $(-1,0)$: pontos de sela;

$(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$: pontos mínimos.

