

## 8. Árvores Geradoras Mínimas

→ Árvores (s/ ciclo);

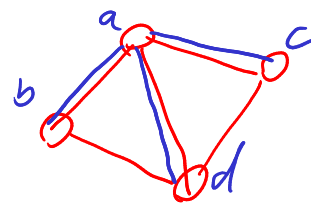
→ Conecta todos os vértices;

→ A soma do custo das arestas é mínima.

→ Entrada: um grafo  $\bar{G}$  não-direcionado e ponderado  $G = (V, E, w)$

→ Saída: uma árvore  $T \subseteq E$ , tal que  $w(T) = \sum_{\{u,v\} \in T} w(\{u,v\})$  seja o menor possível, e  $T$  conecta todos os vértices do grafo.

→ Aresta segura: uma aresta que compõe uma Árvore Geradora Mínima (AGM)



$$A = \{\{a,c\}, \{a,b\}, \{a,d\}\}$$

## 8.2 Alg. de Kruskal

→ Depende de estrutura de dados para lidar com identificação e união de conjuntos disjuntos na versão mais eficiente. **+ eficiente**

→ Projeto do algoritmo guloso: estratégia simples v/ resolver o problema / construção (a solução é construída iterativamente).

→ Começamos com  $|V|$  árvores: na qual cada vértice é a raiz de uma árvore

→ Iterativamente selecionamos uma aresta segura (AGM); evitamos ciclos (estrutura de dados disjuntos) + arestas de menor custo aresta leve.

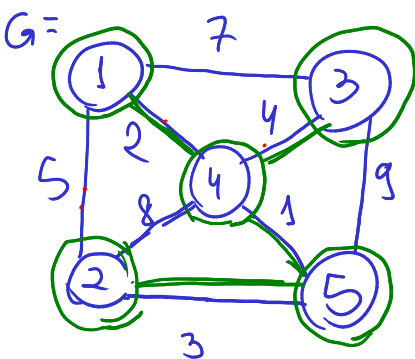
→ Na solução (AGM): a coleção de arestas que compõem a AGM.

0

0

9

# Teste de Mesa do Kruskal:



$$A = \{ \{4,5\}, \{1,4\}, \{2,5\}, \{3,4\} \}$$

$$S_1 = \{1, 4, 5, 2, 3\}$$

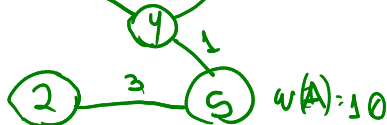
$$S_2 = \{2, 5, 4, 1, 3\}$$

$$S_3 = \{3, 4, 5, 1, 2\}$$

$$S_4 = \{4, 5, 1, 2, 3\}$$

$$S_5 = \{5, 4, 1, 2, 3\}$$

$$\Delta = \checkmark$$



$$E' = \langle \{4,5\}, \{1,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,4\}, \{3,5\} \rangle$$

## 8.3 Algoritmo de Prim

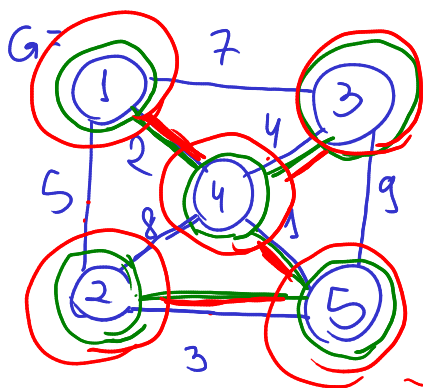
→ Projeto: guloso / construtivo

→ Projeto: Dijkstra ~ Prioridade (heap mínima)

→ Inicia cl vértice arbitrário

→ Iterativamente vai selecionando vértices a conectar na árvore, tal que a aresta seja segura.

## Teste de Mesa p/ Prim:



$$n = 5$$

$$u = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$N(1) = \{2, 3, 4, 5\}$$

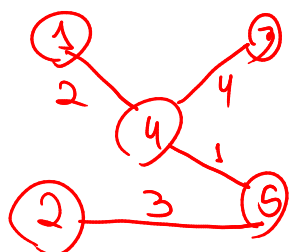
$$N(2) = \{1, 3, 4, 5\}$$

$$N(3) = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$N(4) = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$N(5) = \{1, 2, 3, 4\}$$

	Q?	K	A
1	X	X	X
2	X	X	X
3	X	0	"
4	X	X	X
5	X	X	X



Transformar A em uma coleção de arestas T  
 $w(T) = 10$