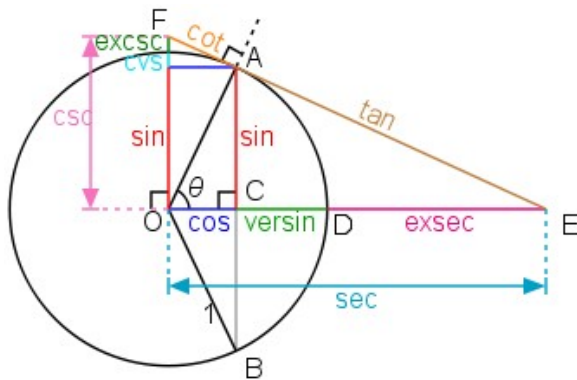


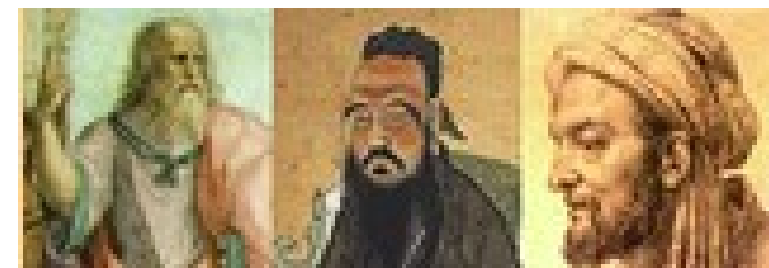
Disciplina : Matemática I

Aula 08 – Equivalências Lógicas

Antonio Carlos Sobieranski



“Se a comida é boa, então o serviço é excelente”
($A \rightarrow B$)



Equivalências da álgebra de Boole (Tautologias)

REGRA	CONJUNTIVA	DISJUNTIVA
1. Comutativa	$x \wedge y = y \wedge x$	$x \vee y = y \vee x$
2. Associativa	$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$	$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
3. Idempotência	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
4. Propriedade V	$x \wedge 1 = x$	$x \vee 1 = 1 \quad / \quad x \vee x' = 1$
5. Propriedade F	$x \wedge 0 = 0 \quad / \quad x \wedge x' = 0$	$x \vee 0 = x$
6. Absorção	$x \wedge (x \vee y) = x$	$x \vee (x \wedge y) = x$
7. Distributiva I	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
8. Distributiva II	$x \rightarrow (y \wedge z) = (x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow z)$	$x \rightarrow (y \vee z) = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$
9. Lei de Morgan	$(x \wedge y)' = (x' \vee y')$	$(x \vee y)' = (x' \wedge y')$
10. Def. Implicação	$x \rightarrow y = x' \vee y = (x \wedge y')'$	$x \rightarrow y = x' \vee y$
11. Negação	$x = (x')'$	-
12. Contraposição	$x \rightarrow y = y' \rightarrow x'$	-
13. Def. Bi-Implicação	$x \leftrightarrow y = (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$	-

Equivalências Tautológicas – analogia circuitos lógicos



$$x \cdot 1 = x$$



$$x \cdot 0 = 0$$



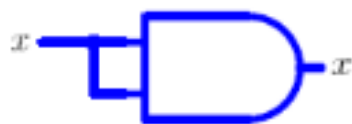
$$x + 0 = x$$



$$x + 1 = 1$$



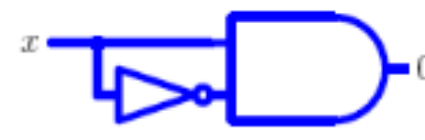
$$x + x = x$$



$$x \cdot x = x$$



$$x + x' = 1$$



$$x \cdot x' = 0$$



$$x' \cdot x' = x$$



$$(x + y)' =$$



$$x' \cdot y'$$



$$(x \cdot y)' =$$



$$x' + y'$$

Exercícios

5) Quais as saídas para as seguintes expressões booleanas ?

5.1) $P = A' \wedge B \wedge C \wedge (A \vee D)'$

a) $A=0, B=1, C=1, D=1$

b) $A=1, B=1, C=0, D=0$

c) $A=0, B=0, C=1, D=0$

d) $A=0, B=1, C=1, D=0$

5.2) $[D \vee ((A \vee B) \wedge C)'] \wedge E$

a) $A=0, B=0, C=1, D=1, E=1$

b) $A=1, B=0, C=1, D=1, E=0$

c) $A=1, B=1, C=0, D=1, E=0$

d) $A=1, B=0, C=0, D=1, E=1$

Provar por simplificação (ou tabela verdade – opcionalmente)

1) selecione a expressão booleana que não é equivalente à $(x \cdot x) + (x \cdot x')$

- a) $x \cdot (x + x')$ b) $(x + x') \cdot x$ c) x' d) x

2) selecione a expressão booleana que é equivalente à $(x \cdot y) \vee (x \cdot y \cdot z)$

- a) $x \cdot y$ b) $x \cdot z$ c) $y \cdot z$ d) $x \cdot y \cdot z$

3) selecione a expressão booleana que é equivalente à $(x + y) \cdot (x + y')$

- a) y b) y' c) x d) x'

4) selecione a expressão booleana que não é equivalente à $x \cdot (x' + y) + y$

- a) $x \cdot x' + y \cdot (1 + x)$ b) $0 + x \cdot y + y$ c) $x \cdot y$ d) y

Exercícios

6) Simplifique as expressões booleanas abaixo utilizando as equivalências descritas anteriormente (demonstre a equivalência utilizada).

a) $(x + y) \cdot (x + y')$

b) $(x' \cdot y')' + (x' + z)$

c) $(x \cdot y') + z$

d) $(x' \cdot y \cdot z) \cdot (x + m)'$

e) $(A+B+C) \cdot (D+E)' + (A+B+C) \cdot (D+E)$

f) $(A + B)' \cdot (C + D + E)' + (A + B)'$

g) $A' + 1$

h) $x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x \cdot y' \cdot z' + x' \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z'$

Exercícios

7) Simplifique as expressões booleanas abaixo utilizando as equivalências descritas anteriormente (demonstre a equivalência utilizada).

a) $(A \rightarrow B) \rightarrow B$

b) $(B' \rightarrow A') \rightarrow B$

c) $(A \leftrightarrow B)$

d) $(A + B) \leftrightarrow (B + A)$

e) $(A \rightarrow B) \rightarrow (B' \rightarrow A')$

f) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A' + B)$

g) $(P \cdot P') \rightarrow Q$

h) $(A \cdot B) \rightarrow (A \rightarrow B')'$