

1. Gramáticas Regulares

(a) $L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ e } \#a \text{ é par e } \#b \text{ é par} \}$

$$\begin{aligned} (pp) \quad S &\rightarrow \varepsilon \mid aA \mid bB \mid cD \mid c \\ (ip) \quad A &\rightarrow aD \mid a \mid bC \mid cA \\ (pi) \quad B &\rightarrow aC \mid b \mid bD \mid cB \\ (ii) \quad C &\rightarrow aB \mid bA \mid cC \\ (pp') \quad D &\rightarrow cD \mid c \mid aA \mid bB \end{aligned}$$

(b) $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ e } w \text{ em binário seja ímpar e múltiplo de 3}\}$

$$\begin{aligned} (mod0p) \quad S &\rightarrow 0S \mid 1A \\ (mod1) \quad A &\rightarrow 0B \mid 1C \mid 1 \\ (mod2) \quad B &\rightarrow 0A \mid 1B \\ (mod0i) \quad C &\rightarrow 0S \mid 1A \end{aligned}$$

(c) $L = \{w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ e } w \text{ não contém a subcadeia } bb\}$

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow aS \mid bA \mid a \mid b \mid \varepsilon \\ S &\rightarrow aS \mid bA \mid a \mid b \\ A &\rightarrow aB \mid a \\ B &\rightarrow aB \mid a \mid bC \mid b \\ C &\rightarrow aS \mid a \end{aligned}$$

(d) $L = \{w \mid w \in \{1, 2, 3\}^* \text{ e a soma dos elementos seja um múltiplo de 4}\}$

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow 1A \mid 2B \mid 3C \mid \varepsilon \\ S &\rightarrow 1A \mid 2B \mid 3C \\ A &\rightarrow 1B \mid 2C \mid 3S \mid 3 \\ B &\rightarrow 1C \mid 2S \mid 3A \mid 2 \\ C &\rightarrow 1S \mid 2A \mid 3B \mid 1 \end{aligned}$$

2. Gramáticas Livres de Contexto

(a) $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0 \text{ e } n + k \text{ seja múltiplo de 3 e } m \text{ seja par} \}$

$$\begin{array}{ll}
(0n + k0m) & S \rightarrow \varepsilon \mid aA \mid bB \mid cC \\
(1n + k0m) & A \rightarrow aD \mid bI \mid cG \\
(2n + k0m) & D \rightarrow a \mid aE \mid bK \mid cC \mid c \\
(1n + k0m) & E \rightarrow aD \mid bB \mid cC \\
(0n + k1m) & B \rightarrow bF \mid b \\
(0n + m0m) & F \rightarrow bB \mid cC \\
(1c) & C \rightarrow cG \\
(2c) & G \rightarrow c \mid cH \\
(3c) & H \rightarrow cC \\
(1n + k1m) & I \rightarrow bJ \\
(1n + k0m) & J \rightarrow bI \mid cG \\
(2n + k1m) & K \rightarrow bL \\
(2n + k0m) & L \rightarrow bK \mid cC \mid c
\end{array}$$

(b) $L = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \geq 0\}$

$$\begin{array}{ll}
S & \rightarrow \varepsilon \mid aAd \mid bBc \mid ad \mid bc \\
A & \rightarrow aAd \mid bBc \mid ad \mid bc \\
B & \rightarrow bBc \mid bc
\end{array}$$

Para garantir a ordem gera-se aAd , depois bBc .

(c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } k = i + j\}$

$$\begin{array}{ll}
S & \rightarrow \varepsilon \mid aAc \mid bBc \mid ac \mid bc \\
A & \rightarrow aAc \mid bBc \mid ac \mid bc \\
B & \rightarrow bBc \mid bc
\end{array}$$

para cada a e para cada b deve ser produzido um c . Para garantir a ordem depois de gerar aAc , gera-se bBc .

(d) $L = \{w\#w^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \#$$

como ε não faz parte da linguagem, o loop pode acontecer em S

3. Sensíveis ao Contexto

(a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i \leq j \leq k\}$

$$\begin{array}{ll}
S & \rightarrow aSBC \mid D \\
D & \rightarrow bDC \mid E \\
E & \rightarrow CC \mid C \\
CB & \rightarrow BC \\
bB & \rightarrow bb \\
bC & \rightarrow bc \\
cC & \rightarrow cc
\end{array}$$

Gera a , b e c em igual número, depois gera mais b e c e em seguida mais c , gerando $a^i b^n C^n C^m (BC)^i$. Aplica troca, gerando o formato $a^i b^n B^i C^n C^m C^i$, depois efetua transformação para terminais.

- (b) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i \neq j \neq k\}$ legenda: $X = i < j < k, Y = i < k < j, K = j < k < i, L = k < j < i, M = k < i < j$

S	\rightarrow	$aSBC \mid X \mid Y \mid K \mid L \mid M \mid A \mid E \mid D$	%base número igual de a's, b's e c's
X	\rightarrow	$bXC \mid D \mid E$	% D = +c's E = +b's
D	\rightarrow	$cD \mid c$	
E	\rightarrow	$bE \mid b$	
Y	\rightarrow	$aYC \mid D$	
K	\rightarrow	$aKC \mid A$	
L	\rightarrow	$aLb \mid A$	
M	\rightarrow	$aMb \mid E$	
A	\rightarrow	$aA \mid a$	
CB	\rightarrow	BC	
cB	\rightarrow	Bc	
aB	\rightarrow	ab	
bB	\rightarrow	bb	
bC	\rightarrow	bc	
cC	\rightarrow	cc	