Otimização

Trabalho Prático – Modelagem de um Programa Linear

Luiz Henrique Murback Wiedmer – GRR20221234
Matheus Sebastian Alencar de Carvalho – GRR20220065
Eduardo Giehl – GRR20221222

1. Introdução

Este trabalho consiste na implementação de um algoritmo que modela um programa linear para o problema de produção de produtos químicos em um formato aceito pelo software lp_solve.

2. Problema

O problema a ser resolvido é a maximização dos lucros de uma empresa que produz produtos químicos, levando em conta que são produzidos N produtos, os quais necessitam de quantidades diferentes de N componentes para serem produzidos, sendo que existem limites e custos para cada um desses componentes e valores de venda para cada um dos produtos.

O problema foi contextualizado como uma produção de produtos químicos, mas o algoritmo desenvolvido funcionaria da mesma maneira para outros contextos, como produções industriais num geral, que utilizam o padrão de produtos, que são vendidos por certos valores, e que necessitam de matérias-primas específicas com seus próprios custos e limites de aquisição.

3. Modelagem

3.1. Inicialização

O algoritmo de modelagem funciona de maneira simples. Primeiramente todos os valores do problema são lidos e armazenados

3.2. Lucro por Produto

Após isso a taxa de lucro de cada produto é calculada e armazenada. O cálculo do lucro é o valor por litro do produto subtraído do custo de cada composto multiplicado pela quantidade dos respectivos compostos necessária para a produção do produto. Em termos matemáticos, seja P o produto, *m* o número de compostos, *C* o custo de um composto e *M* a quantidade daquele composto necessária para a produção do produto, a função seria a seguinte:

$$Lucro(P)=Valor(P)-\sum_{i=1}^{m} C_i M_i$$

3.3. Montagem

Depois disso, é montada a saída em formato lp_solve. O processo consiste em escrever a função a ser maximizada, que é a soma do lucro de todos os produtos. Em termos matemáticos, seja n o número de produtos e X a quantidade de produto(em litros), a função seria:

$$\sum_{i=1}^{n} Lucro(P_i) X_i$$

Em seguida, são montadas as restrições. Nesse padrão de programa de linear, as restrições são apenas as dos limites dos compostos e as restrições de não negatividade. Logo, cada restrição de limite é: a quantidade de cada produto produzida multiplicada pela quantidade necessária do composto para a produção de cada produto deve ser menor do que o limite do composto. Em termos matemáticos, seja n o número de produtos, Matéria a quantidade daquele composto necessária para a produção do produto e X a quantidade de produto(em litros), a funções seriam:

$$\sum_{i=1}^{n} Matéria(P_i) X_i \leq Limite$$

E por fim, as funções de não negatividade simplesmente nos dizem que as variáveis(as quantidades de cada produto em litros), precisam ser maiores ou iguais a 0, porque não é possível produzir quantidade negativa de um produto.

4. Exemplos

O programa aceita entradas de maneira que a primeira linha possui o número de n produtos e m compostos, respectivamente, a segunda possui os valores de cada produto, nas m próximas linhas seguem o custo de cada composto e o limite do mesmo, depois disso segue uma matriz n x m com a quantidade de cada composto necessária para a produção de 1 litro do produto.

Para a entrada:

```
3 4
10 7 3
1 1000
2 2000
5 500
10 2000
0.2 0.5 1.0 0.1
1.0 0.1 0.3 0.1
0.4 0.2 0.2 0.0
```

A saída é:

```
max: 2.80x1 + 3.30x2 + 1.20x3;
0.20x1 + 1.00x2 + 0.40x3 <= 1000.00;
0.50x1 + 0.10x2 + 0.20x3 <= 2000.00;
1.00x1 + 0.30x2 + 0.20x3 <= 500.00;
0.10x1 + 0.10x2 + 0.00x3 <= 2000.00;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
x3 >= 0;
```

A qual, quando usada como entrada no lp_solve, resulta em:

```
x1          212.766
x2          957.447
x3                0
```