# Quiz 04 - Somatórios

- Entrega 19 fev em 9:20
- Pontos 100
- Perguntas 3
- Disponível 19 fev em 8:50 - 19 fev em 9:20 30 minutos
- Limite de tempo Nenhum

# Instruções

Este quiz aborda a teoria de somatórios. Ele tem 3 questões sendo que a primeira é de resposta única e cada uma das outras duas têm alguns verdadeiros e falso. Para responder a segunda questão você deve resolver um somatório e para a terceira, uma indução matemática.

Este teste foi travado 19 fev em 9:20.

## Histórico de tentativas

| | Tentativa | Tempo | Pontuação |
|---|---|---|---|
| **MAIS RECENTE** | Tentativa 1 | 13 minutos | 74,22 de 100 |

Pontuação deste teste: 74,22 de 100

Enviado 19 fev em 9:19

Esta tentativa levou 13 minutos.

Pergunta 1

20 / 20 pts

Dado o seguinte trecho de código em C:

```
for (int x = 2; x < r; x++) {
    for (int i = 1; i < x; i++) {
        a = a * 2;
    }
}
```

Considerando apenas as operações de multiplicação como relevantes, qual das seguintes opções representa corretamente o somatório do número total de operações de multiplicação realizadas pelo código?

- $\sum_{x=2}^{r}(x+1)$
- $\sum_{x=0}^{r} 7x$
- $\sum_{x=2}^{r}(x-1)$

Correto!

- $\sum_{x=2}^{r-1}(x-1)$

Pergunta 2

32 / 40 pts

Compreender e analisar estruturas de dados complexas é crucial na Computação para resolver problemas e aprimorar algoritmos. A arte de dominar a teoria dos somatórios se destaca como um pilar fundamental, pois permite que os projetistas de algoritmos mensurem e aprimorem a eficiência das soluções computacionais. Diversas áreas da Computação se beneficiam dessa teoria, incluindo a análise de algoritmos de ordenação, o cálculo de complexidades e o desenvolvimento de estruturas de dados. Os conceitos da teoria dos somatórios aplicam-se desde a otimização de consultas em bases de dados até operações em gráficos computacionais, fornecendo *insights* valiosos para a eficiência e eficácia algorítmica. Dominar a habilidade de desmontar e reorganizar expressões matemáticas complexas é crucial, pois habilita os especialistas a identificar padrões e resolver problemas de maneira eficiente. Dada a importância de somatórios, encontre a fórmula fechada para o somatório $\sum_{i=1}^{n}[(i+1)^2 \times 6]$ e, em seguida, avalie as afirmações abaixo.

I. No somatório acima, pode-se aplicar a propriedade associativa [ Selecionar ] .

II. No somatório acima, pode-se aplicar a propriedade distributiva [ Selecionar ] .

III. No somatório acima, pode-se aplicar a propriedade explorativa [ Selecionar ]

.

IV. No somatório acima, pode-se aplicar a propriedade tempestiva [ Selecionar ]

.

V. O coeficiente do termo de grau três é par [ Selecionar ] .

VI. O coeficiente do termo de grau três é maior que o de grau dois [ Selecionar ]

.

VII. O coeficiente do termo de grau dois é par [ Selecionar ] .

VIII. O coeficiente do termo de grau dois é maior que o de grau um [ Selecionar ] .

IX. O coeficiente do termo de grau um é par Falso .

X. O coeficiente do termo de grau um é maior que o de grau um [ Selecionar ] .

**COLA**:

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{i=0}^{n} a_{i+1}$

**Responder 1:**

Falso

Correto!

Verdadeiro

**Responder 2:**

Falso

Correto!

Verdadeiro

**Responder 3:**

Correto!

Falso

Verdadeiro

**Responder 4:**

Verdadeiro

Correto!

Falso

**Responder 5:**

Falso

Correto!

Verdadeiro

**Responder 6:**

Você respondeu

Verdadeiro

Resposta correta

Falso

**Responder 7:**

Correto!

Falso

Verdadeiro

**Responder 8:**

Resposta correta

Falso

Você respondeu

Verdadeiro

**Responder 9:**

Verdadeiro

Correto!

Falso

**Responder 10:**

Correto!

Verdadeiro

Falso

# Justificativa das Afirmações

I. **Verdadeiro** - A propriedade associativa pode ser aplicada na reorganização dos termos dentro do somatório.

II. **Verdadeiro** - A propriedade distributiva é aplicável ao expandir o quadrado $(i+1)^2$ e multiplicar o resultado por 6.

III. **Falso** - "Propriedade explorativa" não é uma propriedade matemática reconhecida.

IV. **Falso** - "Propriedade tempestiva" não é uma propriedade matemática reconhecida.

V. **Verdadeiro** - O coeficiente do termo de grau três é 2 que é par.

VI. **Falso** - O coeficiente do termo de grau três (2) é menor que o do grau dois (9).

VII. **Falso** - O coeficiente do termo de grau dois é 9 que é ímpar.

VIII. **Falso -** O coeficiente do termo de grau dois (9) é menor que o do grau um (13).

IX. **Falso -** O coeficiente do termo de grau um é 13, que é ímpar.

X. **Verdadeiro -** O coeficiente do termo de grau um (13) é maior que o do grau três (2).

# Dedução da Fórmula Fechada

1. **Expansão do Quadrado:** Sendo $(i+1)^2 = i^2 + 2i + 1$.

Temos: $S_n = \sum_{i=1}^{n} [6(i^2 + 2i + 1)]$.

2. **Aplicação da Propriedade Associativa:** Temos $S_n = 6\sum_{i=1}^{n} i^2 + 6\sum_{i=1}^{n} 2i + 6\sum_{i=1}^{n} 1$.

3. **Aplicação da Propriedade Distributiva:** Temos $S_n = 6\sum_{i=1}^{n} i^2 + 12\sum_{i=1}^{n} i + 6n$.

4. **Aplicação das Fórmulas de Somatório:** Usando $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ e $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$, temos:

$$S_n = 6 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 12 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 6n$$

5. **Simplificação:**

$$S_n = n(n+1)(2n+1) + 6n(n+1) + 6n$$

$$S_n = 2n^3 + 9n^2 + 13n$$

Pergunta 3
22,22 / 40 pts

A indução matemática é crucial na Computação, especialmente para verificar a corretude de algoritmos e analisar sua eficiência. Ela permite provar a validade de afirmações sobre o desempenho de algoritmos, garantindo sua eficácia independentemente do tamanho da entrada. Essa técnica se mostra fundamental ao analisar algoritmos recursivos nas quais a solução de um problema maior depende das soluções de versões menores do mesmo problema. A indução matemática também é essencial na prova de somatórios. Ao usar a indução para demonstrar a corretude de fórmulas de somatórios, os projetistas de algoritmos podem determinar com precisão a complexidade de tempo e espaço dos algoritmos. Isso torna a indução matemática uma ferramenta indispensável na criação e na validação de algoritmos eficientes e confiáveis. Sabendo que o somatório $\sum_{i=1}^{n} (6i+1)^2 = 12n^3 + 24n^2 + 13n$, utilize a indução matemática para provar a fórmula fechada apresentada e, em seguida, avalie as afirmações abaixo.

I. No primeiro passo da prova por indução matemática, o valor inicial de $i$ é maior que um [ Selecionar ] .

II. No primeiro passo da prova por indução matemática, o valor do termo $a_{inicial}$ é par [ Selecionar ] .

III. O termo $a_n$ do segundo passo da indução matemática é uma equação contendo a variável $i$ Verdadeiro .

IV. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau três é par [ Selecionar ] .

V. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau três é maior que o de grau dois ~~[ Selecionar ]~~ .

VI. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau dois é par ~~[ Selecionar ]~~ .

VII. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau dois é maior que o de grau um Verdadeiro .

VIII. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau um é par [ Selecionar ] .

IX. No termo $S_{n-1}$ do segundo passo da indução matemática, o coeficiente do termo de grau um é maior que o de grau três Verdadeiro .

**Responder 1:**

Correto!

Falso

Verdadeiro

**Responder 2:**

Verdadeiro

Correto!

Falso

**Responder 3:**

Você respondeu

Verdadeiro

Resposta correta

Falso

**Responder 4:**

Falso

Correto!

Verdadeiro

**Responder 5:**

Resposta correta

Verdadeiro

Você respondeu

Falso

**Responder 6:**

Correto!

Verdadeiro

Falso

**Responder 7:**

Você respondeu

Verdadeiro

Resposta correta

Falso

**Responder 8:**

Verdadeiro

Correto!

Falso

**Responder 9:**

Você respondeu

Verdadeiro

Resposta correta

Falso

# Avaliação das Afirmações

I. **Falso**. No primeiro passo da prova por indução matemática, o valor inicial de i é 1, logo, não maior que um.

II. **Falso**. Para n=1, a_{inicial} = (6(1) + 1)^2 = 49 que é ímpar.

III. **Falso**. O termo a_{n} = (6n + 1)^2 não contém a variável i.

IV. **Verdadeiro**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau três (12) é par.

V. **Verdadeiro**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau três (12) é maior que o de grau dois (-12).

VI. **Verdadeiro**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau dois (-12) é par.

VII. **Falso**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau dois (-12) é menor que o de grau um (1).

VIII. **Falso**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau um (1) é ímpar.

IX. **Falso**. Em S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1, o coeficiente do termo de grau um (1) é menor que o de grau três (12).

# Prova por Indução

Passo Base (n=1): Verificamos que \sum_{i=1}^{1}(6i + 1)^2 = 49 = 12(1)^3 + 24(1)^2 + 13(1), confirmando a base da indução.

Indução Propriamente Dita: S_{n} = S_{n-1} + a_{n}, onde a_{n} = (6n + 1)^2 = 36n^2 + 12n + 1

Sendo S_{n-1} = 12(n-1)^3 + 24(n-1)^2 + 13(n-1)

S_{n-1} = 12(n^3 - 3n^2 + 3n - 1) + 24(n^2 - 2n + 1) + 13(n-1)

S_{n-1} = (12n^3 - 36n^2 + 36n - 12) + (24n^2 - 48n + 24) + (13n - 13)

S_{n-1} = 12n^3 - 12n^2 + n - 1

Voltando para S_{n} = S_{n-1} + a_{n} = [12n^3 - 12n^2 + n - 1] + [36n^2 + 12n + 1] = 12n^3 + 24n^2 + 13n

Pontuação do teste: 74,22 de 100