



# Aprendizagem de Máquina

Alessandro L. Koerich/Alceu S. Britto

Programa de Pós-Graduação em Informática  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)

Combinação de Classificadores



## Filosofia

- O objetivo da combinação de classificadores é:

*Buscar uma classificação mais precisa pagando o preço de uma maior complexidade.*

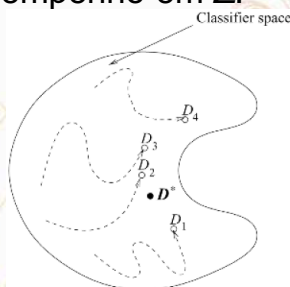
- Ao invés de buscar o melhor conjunto de características e o melhor classificador, buscamos agora **o melhor conjunto de classificadores** e então **o melhor método de combinação**.

## Filosofia

- Existem três razões pelas quais uma combinação de classificadores deve ser melhor do que um único classificador:
  - Estatístico
  - Computacional
  - Representacional

## Estatística

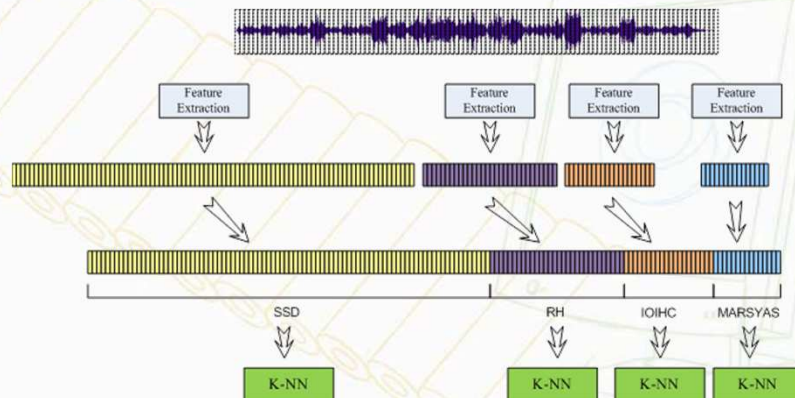
- Suponha que temos um conjunto de dados  $Z$  rotulado e diversos classificadores ( $D_1, D_2, \dots$ ) com um bom desempenho em  $Z$ .



- Podemos pegar um único classificador como solução, correndo o risco de tomar uma má decisão para o problema.

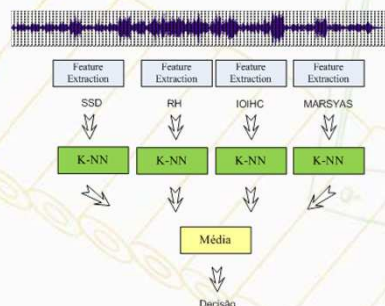
## Estatística

- Exemplo: suponha que executamos um classificador 1-NN para 4 subconjuntos diferentes de características, obtendo como consequência 4 classificadores com erro zero no conjunto de treinamento.



## Estatística

- Apesar destes classificadores terem todos o mesmo desempenho sobre o conjunto de treinamento
  - eles podem ter diferentes desempenhos na generalização!!!
- Ao invés de pegar somente um classificador, uma opção mais segura seria usá-los todos e fazer a média de suas saída.

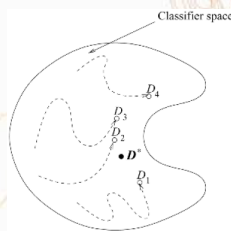


## Estatística

- Mas este conjunto de classificadores pode não ser melhor do que o melhor classificador individual!
- Mas diminuirá ou eliminará o risco de escolhermos um classificador individual inadequado!

## Computacional

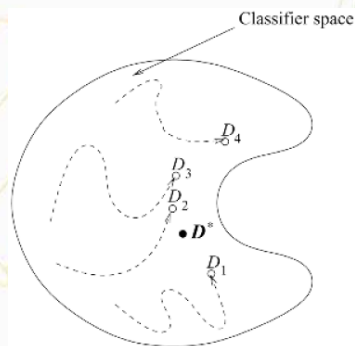
- Alguns algoritmos de treinamento executam *hill-climbing* ou alguma busca aleatória, que podem levar a diferentes ótimos locais.



- Assumimos que o processo de treinamento de cada classificador individual inicia em algum lugar no espaço de classificadores possíveis e termina próximo do classificador ótimo  $D$ .

## Computacional

- Alguma forma de combinação pode levar a um classificador que é uma melhor aproximação para  $D$  do que qualquer outro  $D_i$  individual.



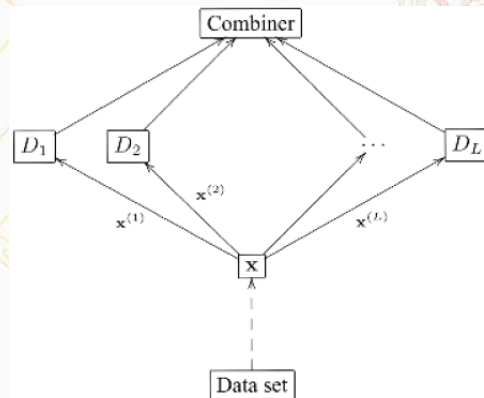
## Representacional

- É possível que o espaço do classificador considerado para o problema não contenha o classificador ótimo.
- Por exemplo, classificador ótimo para dados não-lineares será também, não-linear.
- Se restringirmos o espaço dos classificadores possíveis a somente classificadores lineares, o classificador ótimo não pertencerá a este espaço.
- Entretanto, um conjunto (*ensemble*) de classificadores lineares pode aproximar qualquer fronteira de decisão com alguma precisão.



## Terminologia e Taxonomia

- Quatro maneiras de construir combinação de classificadores



**A. Combination level:**  
Design different  
combiners.

**B. Classifier level:**  
Use different  
base classifiers.

**C. Feature level:**  
Use different  
feature subsets.

**D. Data level:**  
Use different  
data subsets.

## Fusão e Seleção

- Existem duas estratégias principais para combinar classificadores:
  - Fusão
  - Seleção
- Na fusão de classificadores, supõe-se que cada membro do *ensemble* possui conhecimento do espaço de características completo.
- Na seleção de classificadores, supõe-se que cada membro do ensemble conhece bem uma parte do espaço de características e é responsável por objetos nesta parte.



## Otimização da Decisão

- Otimização da decisão refere-se a métodos para escolher e otimizar a combinação para um conjunto fixo de classificadores de base.
- Otimização de cobertura refere-se a métodos para criação de uma diversidade de classificadores de base assumindo uma combinação fixa.



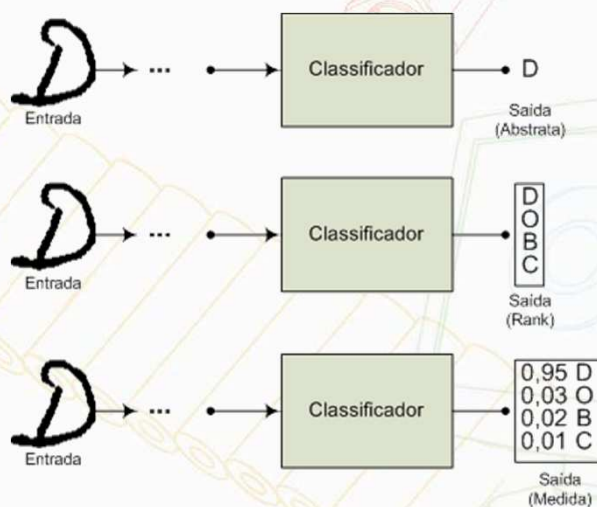
## Treinamento ou não?

- Algumas combinações não necessitam treinamento após os classificadores do ensemble serem treinados individualmente. Um exemplo é a combinação “votação da maioria”.
- Outras combinações necessitam de treinamento adicional, por exemplo, a combinação média ponderada
- Uma terceira classe de ensembles desenvolve a combinação durante o treinamento dos classificadores individuais → AdaBoost.

## Tipos de Saídas de Classificadores

- As maneiras possíveis de combinar as saídas de  $L$  classificadores em um *ensemble*, depende da informação obtida dos membros individuais.
- Podemos distinguir três (3) tipos de saídas de classificadores:
  - Tipo 1: Nível Abstrato: Cada classificador produz um rótulo
  - Tipo 2: Nível de Rank: Cada classificador produz uma lista ordenada de alternativas de acordo com a plausibilidade.
  - Tipo 3: Nível de Medidas: Cada classificador produz um vetor de  $c$  dimensões onde cada valor representa o suporte para o vetor.

## Tipos de Saídas de Classificadores







## Voto da Maioria (Majority Vote)

Unanimity  
(all agree)



Simple majority  
(50%+1)

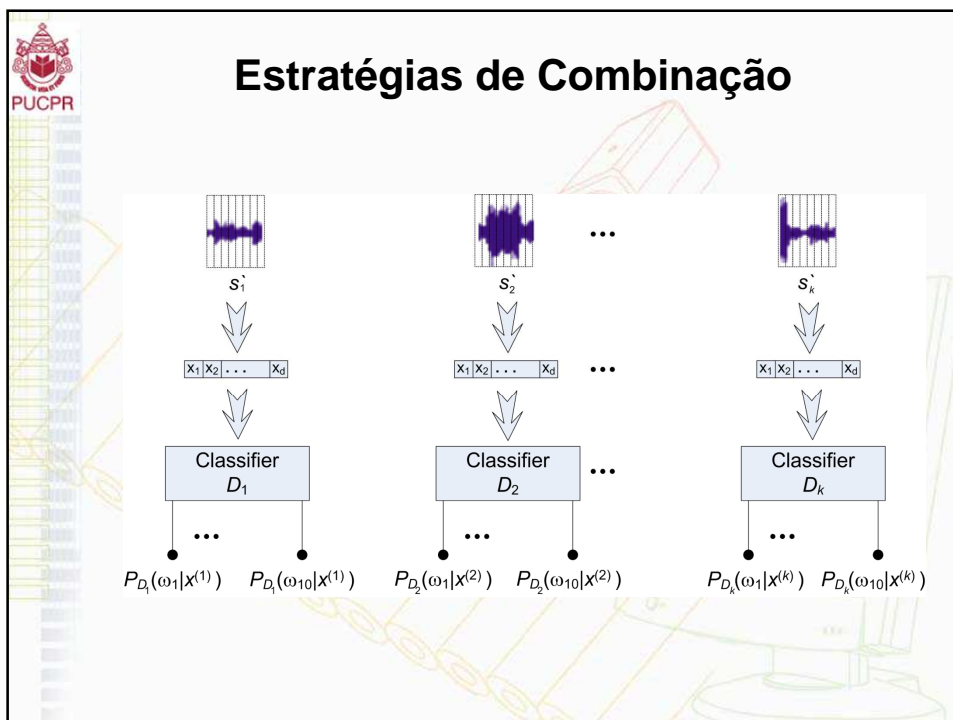
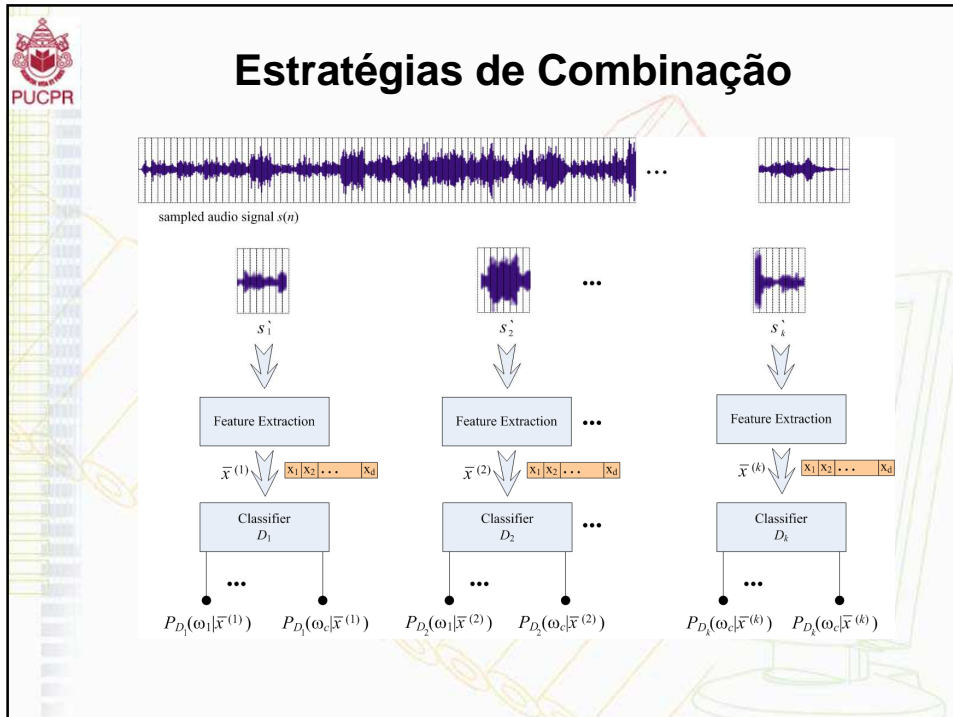


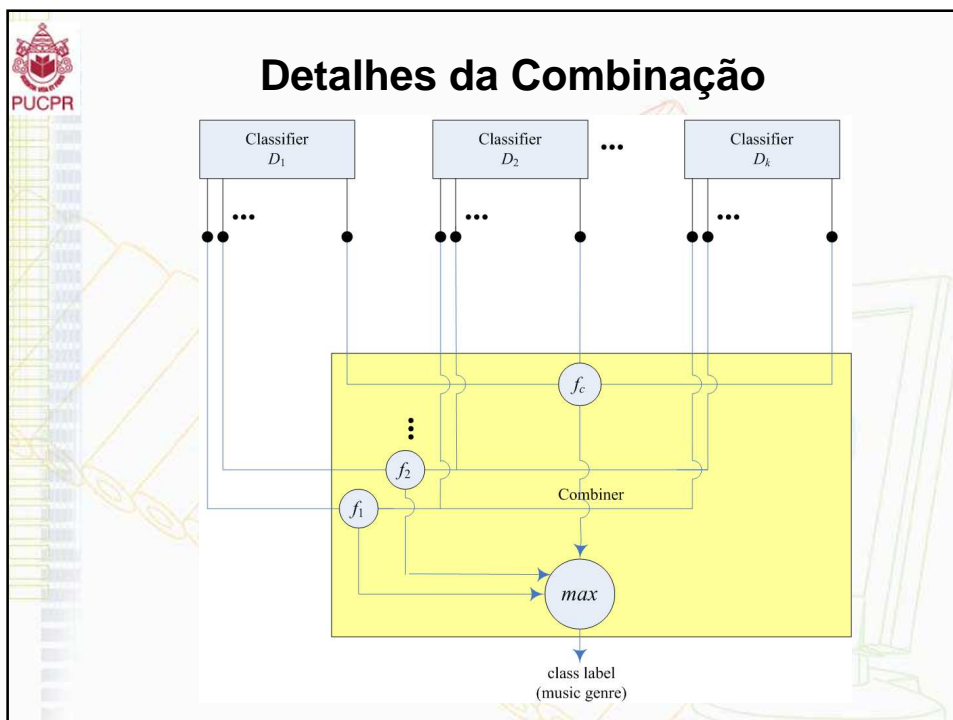
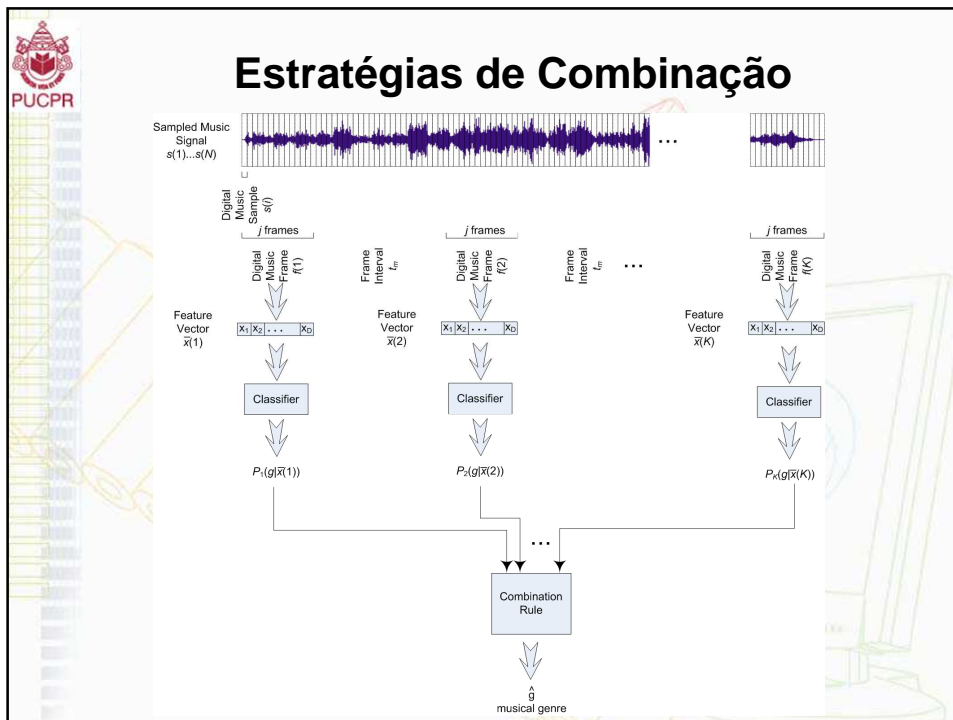
Plurality  
(most votes)



## Estratégias de Combinação

- Assumimos um vetor  $d$ -dimensional de características,  $x$ .
- Assumimos que existem  $c$  classes possíveis rotuladas  $w_1$  a  $w_c$  organizado como um conjunto de rótulos.
- Assumimos um conjunto de  $k$  classificadores  $D_1 \dots D_k$  onde cada classificador  $D_i$  produz na saída  $[P_{D_i}(w_1|x), P_{D_i}(w_2|x), \dots, P_{D_i}(w_j|x)]$ , onde  $P_{D_i}(w_j|x)$  representa o suporte para que hipótese de que o vetor  $x$  seja da classe  $w_j$ .







## Votação da Maioria

- Regra de decisão simples, onde somente os rótulos atribuídos pelo classificador são levados em conta e aquele que tiver mais votos é o vencedor.

$$\hat{\omega} = \max_{i \in [1, k]} \text{count} \left[ \arg \max_{\omega \in \Omega} P_{D_i}(\omega | x) \right]$$

- onde  $i$  indica o índice do classificador e  $P_{D_i}$  indica o nível de confiança fornecido na saída do classificador  $D_i$



## Máx

- Regra de decisão simples, onde a classe com o nível de confiança mais elevado é a vencedora, pouco importando o classificador.

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\substack{i \in [1, k] \\ \omega \in \Omega}} P_{D_i}(\omega | x)$$



## Soma

- A regra da soma é baseada no somatório dos níveis de confiança fornecidos pelos classificadores.
- Os níveis de confiança são somados para cada classe e a classe cuja soma resultante for a mais elevada, é declarada vencedora.

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^k P_{D_i}(\omega | x)$$



## Soma Ponderada

- Ao invés de utilizar somente a regra da soma, é possível adicionar pesos às saídas dos classificadores, dando mais pesos aos classificadores mais competentes.
- Neste caso, o nível de confiança de cada classificador é multiplicado por  $k$  pesos  $w_i$ , e os pesos são específicos para cada classificador.

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^k w_i P_{D_i}(\omega | x)$$





## Produto

- A regra do produto é baseada na multiplicação dos níveis de confiança fornecidos pelos classificadores.
- Os níveis de confiança são multiplicados, para cada classe, e a classe cujo produto resultante for o mais elevado, é declarada vencedora.

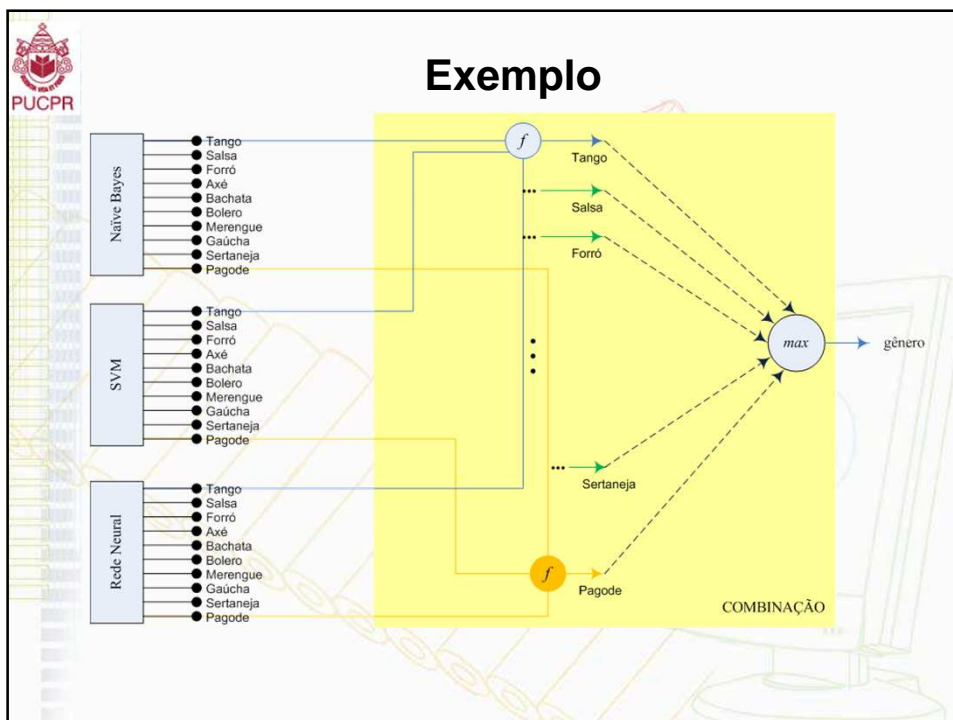
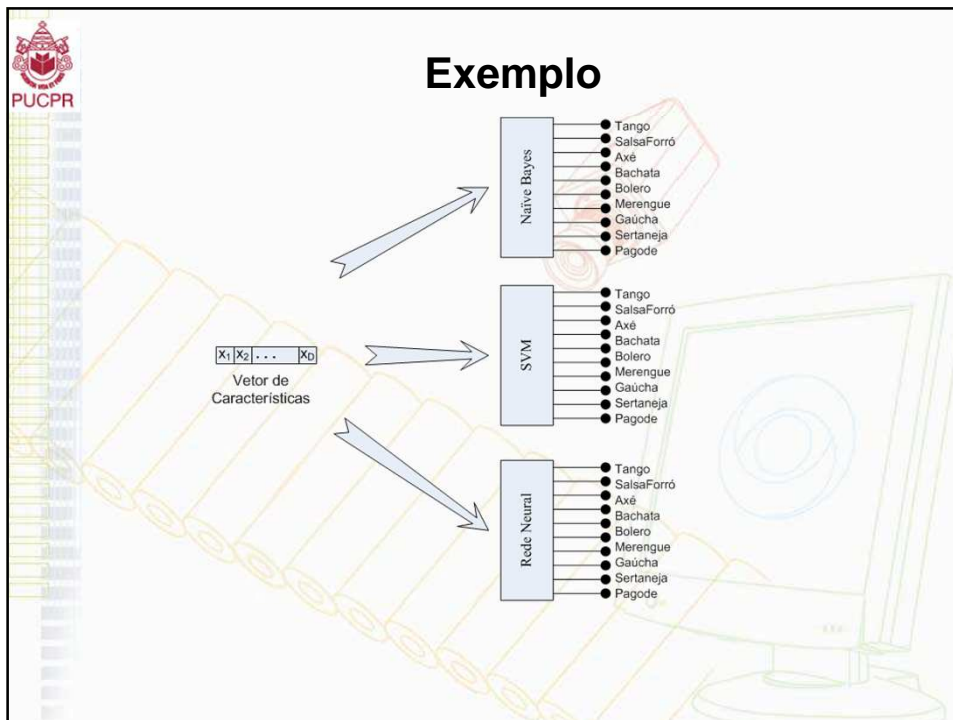
$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega} \prod_{i=1}^k P_{D_i}(\omega | x)$$



## Produto Ponderado

- Segue a mesma ideia da soma ponderada.
- Neste caso, o nível de confiança de cada classificador é elevado à  $w_i$  pesos  $w_i$ , e os pesos são específicos para cada classificador.

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega \in \Omega} \prod_{i=1}^k [P_{D_i}(\omega | x)]^{w_i}$$



## Exemplo

