INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS

MATHEUS RODRIGUES DA CUNHA

TRABALHO 1: TRABALHO

FLORIANÓPOLIS
202

INTRODUÇÃO

O presente relatório apresenta o estudo e o desenvolvimento de um controlador digital aplicado a uma planta previamente definida, com o objetivo de aprimorar o desempenho dinâmico do sistema, reduzindo o tempo de acomodação e o sobressinal. O projeto utiliza o método do lugar das raízes para o ajuste dos parâmetros do controlador.

1 DESENVOLVIMENTO

Foi fornecido a planta na figura indicada abaixo:

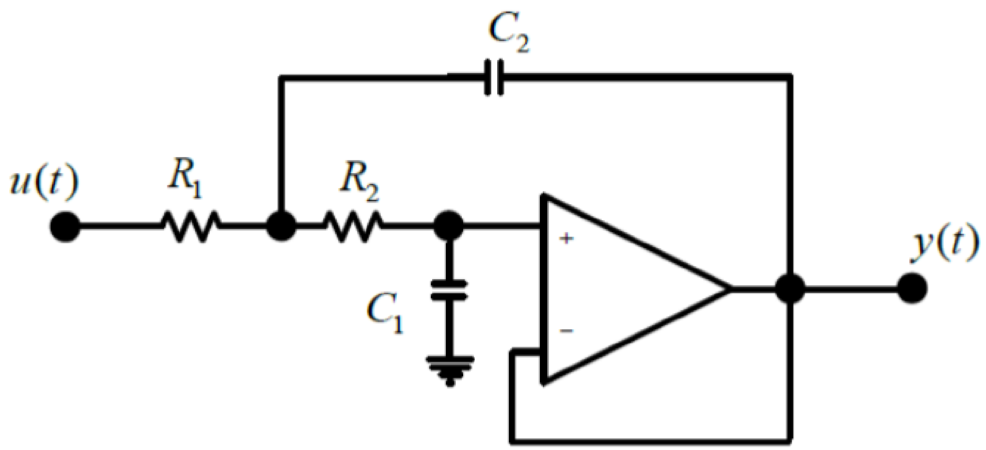


Figura 1 - Planta Analógica

2.1

A planta fornecida se trata de um filtro ativo passa baixas de segunda ordem.

Utilizando a curva fornecida pelo professor, apresentada na figura 2, e as equações 3 a 7, podemos obter a função de transferência da planta.

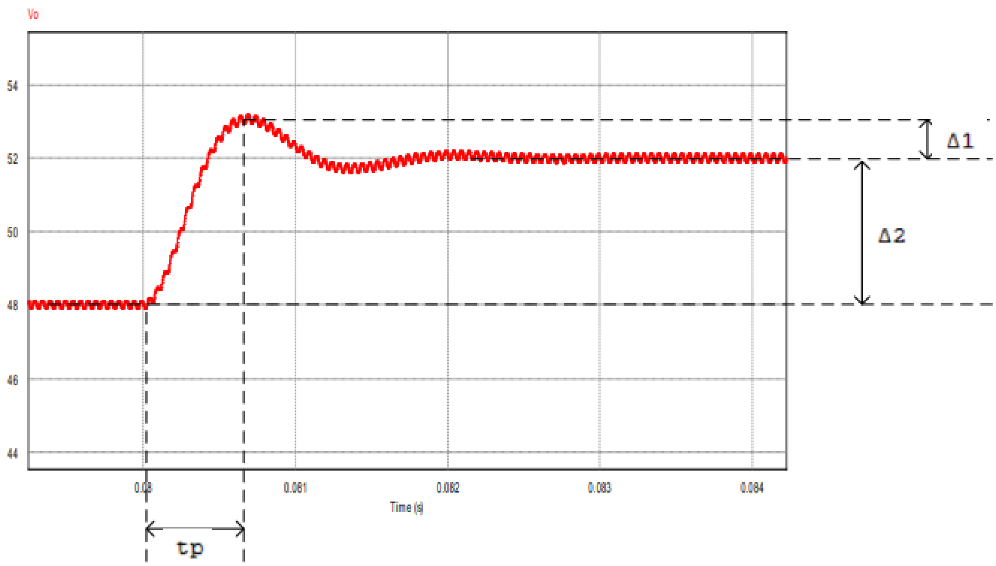


Figura 2 - Resposta da Planta

Foram utilizados os seguintes componentes do circuito:

- R1=40kΩ
- R2=18kΩ
- C1=100nF
- C2=680nF
- LF351

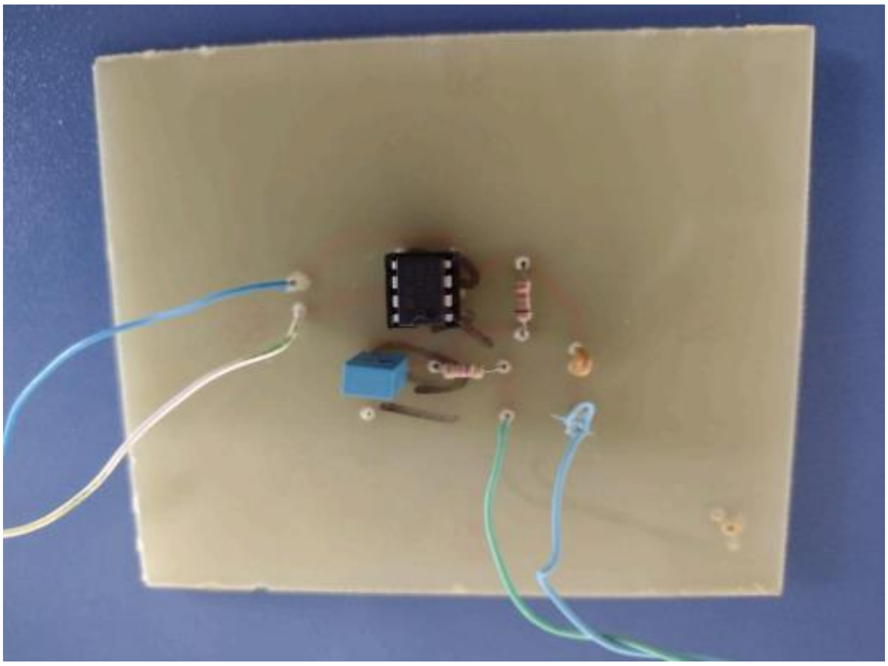


Figura 3 - Placa Desenvolvida

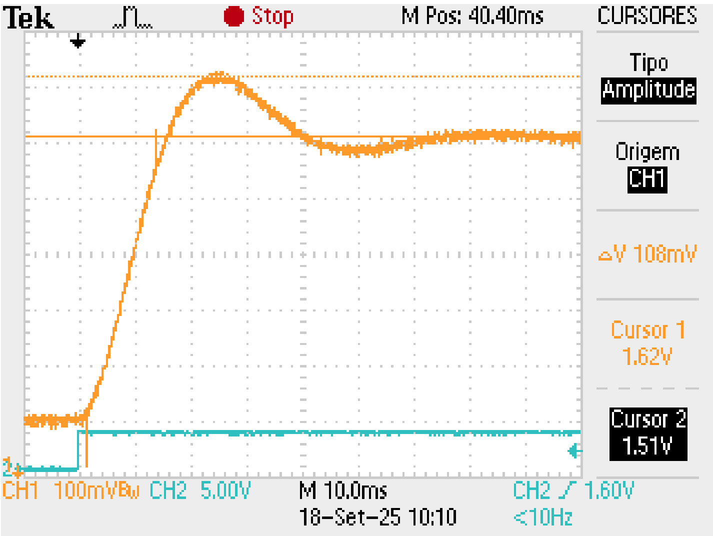


Figura 4 - Resposta da Planta - Sobresinal

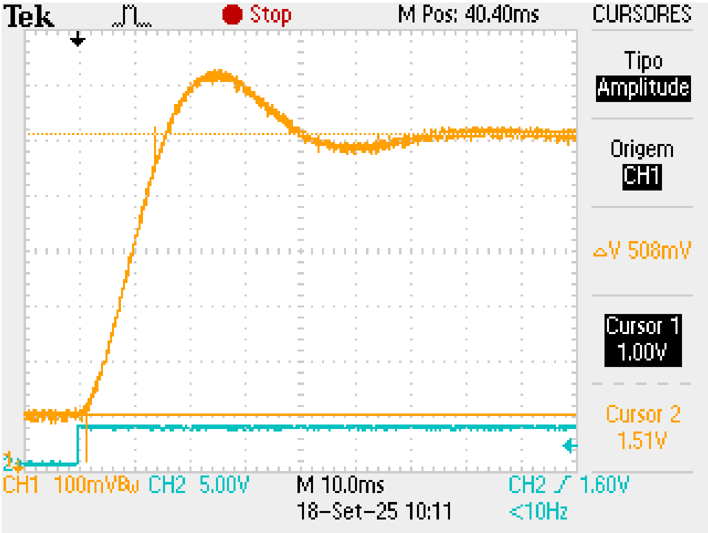


Figura 5 - Resposta da Planta - Regime Permanente

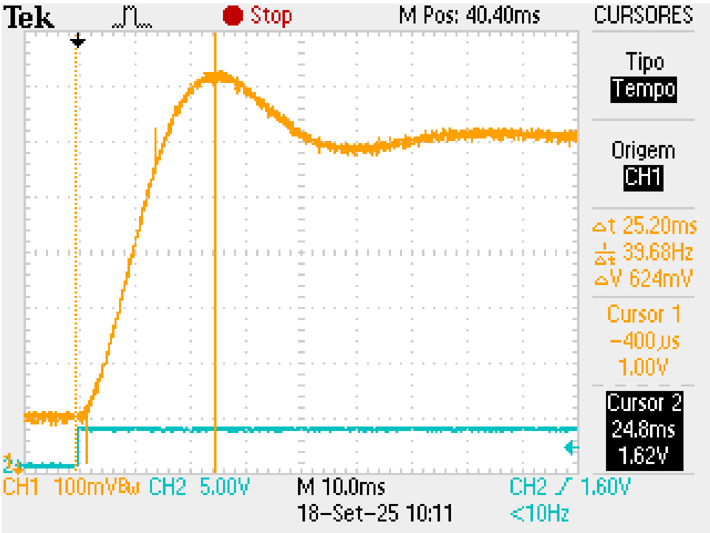


Figura 6 - Resposta da Planta - Tempo de Pico

$$R_1 := 2000 \cdot 23 = 46000$$

$$R_2 := 18000$$

$$C_1 := 100 \cdot 10^{-9}$$

$$C_2 := 680 \cdot 10^{-9}$$

$$\Delta_1 := 108 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta_2 := 508 \cdot 10^{-3}$$

$$T_p := 0.0252$$

$$T_p := 25.20 \cdot 10^{-3}$$

$$Mp := \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$

$Mp = 0.2126$ Overshoot Máximo

$$\zeta := -\frac{\ln(Mp)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(Mp)^2}}$$

$\zeta = 0.4421$ Fator de Amortecimento

Figura 7 - Cálculos

$$\omega_n := \frac{\pi}{T_p \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$\omega_n = 138.9852$$

$${\omega_n}^2 = 19316.8821$$

$$T_s := \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n}$$

$$T_s = 0.0651$$

$$y := 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n$$

$$y = 122.8849$$

$$x := 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n$$

$$x = 122.8849$$

$$G(S) := \frac{19316.8821}{S^2 + 122.8849 \cdot S + 19316.8821}$$

Figura 8 - Definição da função de transferência da planta

Resposta ao degrau da função de transferência definida:

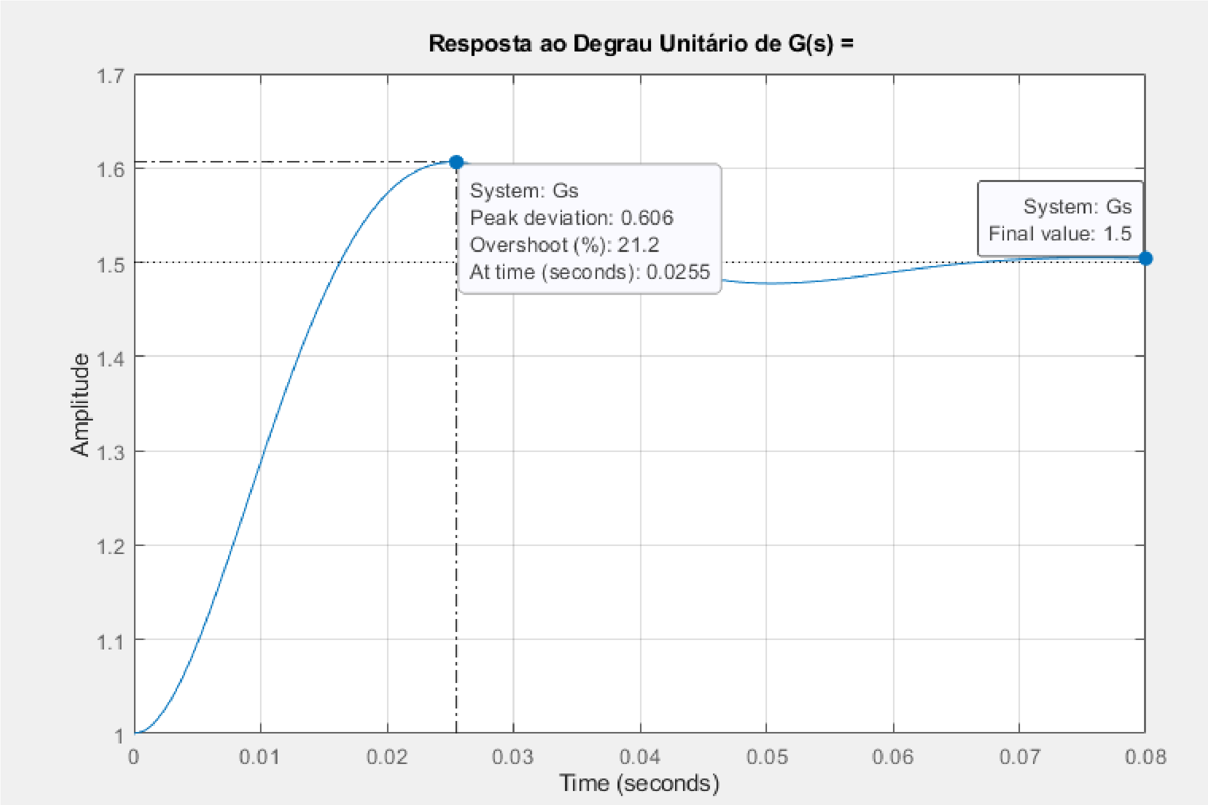


Figura 9 - Simulação da Planta G(s)

Os requisitos do projeto para a resposta ao degrau são Ts5% = 23ms, Mp = 0.14, erro nulo em regime permanente para resposta ao degrau e estabilidade. Para a obtenção de um tempo de amostragem adequado, deve-se escolher um tempo que seja de 10 a 15 vezes menor que o tempo de acomodação.

Obtenção do controlador utilizando lugar das raízes

A estrutura utilizada neste controlador é apresentada abaixo:

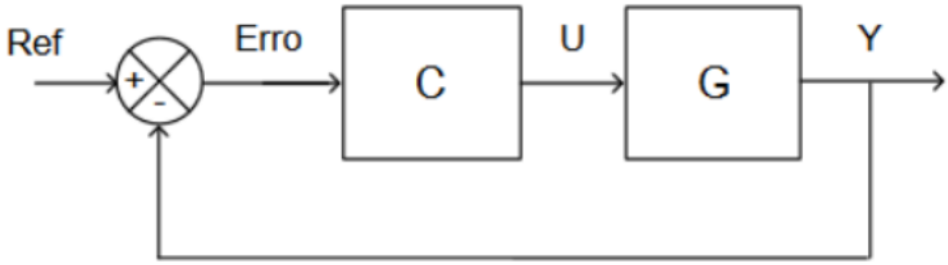


Figura 10 - Controlador e Planta

As especificações mínimas do projeto utilizando um degrau de referência de 1V a 1.5V são as seguintes:

• **Ts5%** = NT ms = 23ms;

• Erro nulo em regime permanente para a resposta ao degrau;

• **Mp** = 2* 7% = 14%;

• **Estabilidade**;

A partir dos requisitos obtemos os seguintes dados:

nome (%);

$N_{letras} := 23$

Degrau de referência de 1,0 V a 1,5 V;

$M_p := \frac{14}{100}$ Isso representa 14% de sobressinal máximo na resposta ao degrau.

$$\zeta := -\frac{\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p)^2}}$$

$\zeta = 0.5305$ fator de amortecimento

$T_{s5\%} := 0.023$ tempo de acomodação

$\omega_n := \frac{3}{\zeta \cdot T_{s5\%}} = 245.8683$ frequência natural não amortecida

$\omega_d := \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} = 208.4178$ frequência amortecida

$\omega_a := 9 \cdot \omega_d$

$\omega_a = 1875.7604$ Frequência de amostragem angular

$T := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_a} = 0.0033$ Período de Amostragem

Figura 11 - Determinação do Período de Amostragem

Como visto acima, foi obtido um tempo de amostragem de 3.3ms, também foram calculados ζ e ωn que são necessários para obter o polo desejado de malha fechada.

Projeto do controlador via lugar das raizes

$T := 3.3 \cdot 10^{-3}$

$s_1 := -\zeta \cdot \omega_n + i \cdot \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} = -130.4348 + 208.4178 \cdot i$

$z_1 := e^{s_1 \cdot T} = 0.5024 + 0.4128 \cdot i$

Figura 12 - Determinação do Polo

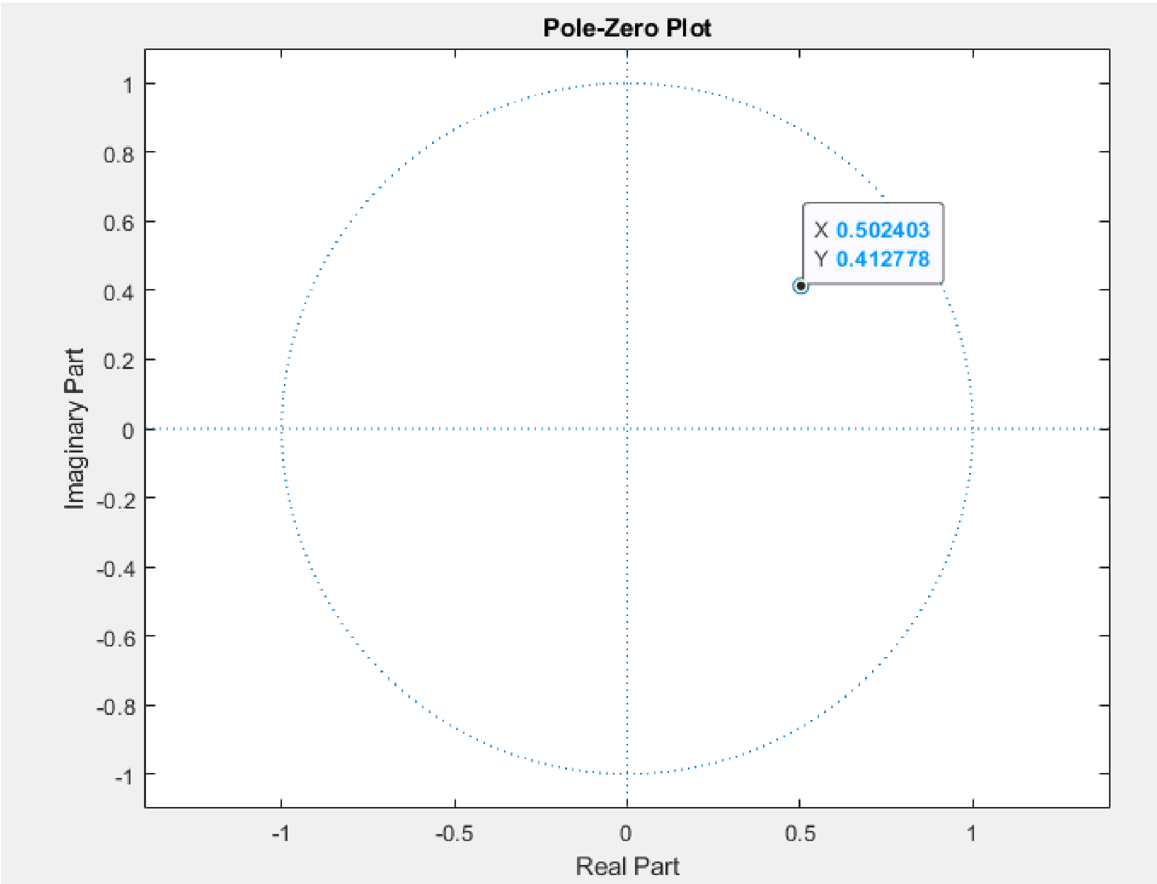


Figura 13 - Polo e Zero

Através das equações acima, com o Matlab para o cálculo, foi obtido um polo em 0.5024+0.4128i.

Calculando a transformada z da função de transferência G(s) conseguimos obter a função de transferência da planta:

```
>> Gz

Gz =

    0.09073 z + 0.0792
  ----------------------
  z^2 - 1.497 z + 0.6666
```

Figura 14 - Planta Gz

O controlador utilizado terá o seguinte formato:

$$C(z) := \frac{k \cdot (z + \alpha_1) \cdot (z + \alpha_2)}{(z + \beta_1) \cdot (z + \beta_2)}$$

Dado controlador, com base nas especificações do projeto, α1 e α2 irão ser utilizados para cancelar os polos da planta, como precisamos de erro ao degrau nulo, β1 será -1 para isso, sobrando somente β2 e o ganho k para ser calculado.

$$FTMA := G(z) \cdot C(z)$$

0.09073 z + 0.0792
z^2 - 1.497 z + 0.6666

$$FTMA := \frac{0.09073 \cdot z + 0.0792}{z^2 + 1.497 \cdot z + 0.6666} + k \cdot \frac{(z^2 + 1.497 \cdot z + 0.6666)}{(z - 1) \cdot (z - \beta_2)}$$

$$FTMA := k \cdot \frac{1}{(z + \beta_2)} + \left(\frac{0.09073 \cdot z + 0.0792}{z - 1}\right)$$

$$G_1(z) := \frac{1}{(z + \beta_2)}$$

$$G_2(z) := \frac{0.09073 \cdot z + 0.0792}{(z-1)}$$

$$FTMA := k \cdot G_1(z) \cdot G_2(z)$$

$$\phi_2 := G_2(Z_1) = -0.1116 - 0.1678 \cdot i$$

$$\arg(\phi_2) = -2.1575$$

$$\phi_1 := (-\pi - \arg(\phi_2)) = -0.9841$$

$$\beta_2 := \frac{\mathrm{Im}(Z_1) - \mathrm{Re}(Z_1) \cdot \tan(-\phi_1)}{\tan(-\phi_1)} = -0.228 \qquad \beta_1 := -1$$

Condição para erro nulo ao degrau

$$G_1(z) := \frac{1}{(z + \beta_2)}$$

$$G_2(z) := \frac{0.09073 \cdot z + 0.0792}{(z-1)}$$

$$k := \frac{1}{\left|G_1(Z_1) \cdot G_2(Z_1)\right|} = 2.4598$$

Utilizando as equações acima com o Matlab obteve-se $\beta 2=-0.228$ e $k=2.4598$. Logo temos a seguinte função do controlador:

```
>> Cz

Cz =

  2.46 z^2 - 3.682 z + 1.64
  -------------------------
    z^2 - 1.228 z + 0.228
```

Figura 15 - Controlador em Z

Afim de verificar os polos em malha fechada utilizando a função pole no Matlab obtemos o polo e seu conjugado da FTMF, teve como resultado 0.5607 + 0.4074i e 0.5607 -0.4074i que é o mesmo polo z1 calculado inicialmente confirmando o resultado obtido com o esperado.

VERIFICAÇÃO DO CONTROLADOR:

Com o controlador projetado agora vamos verificar a resposta ao degrau de 1V a 1.5V como requisitado, obtendo o seguinte resultado:

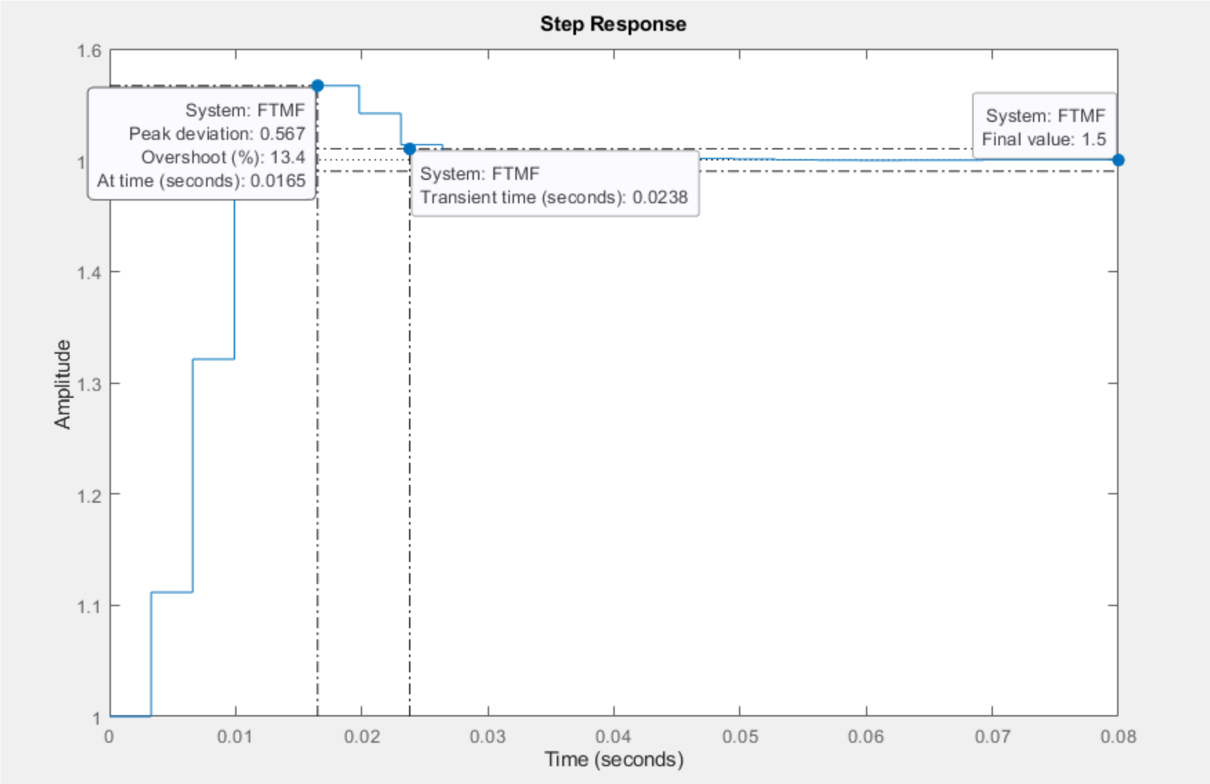
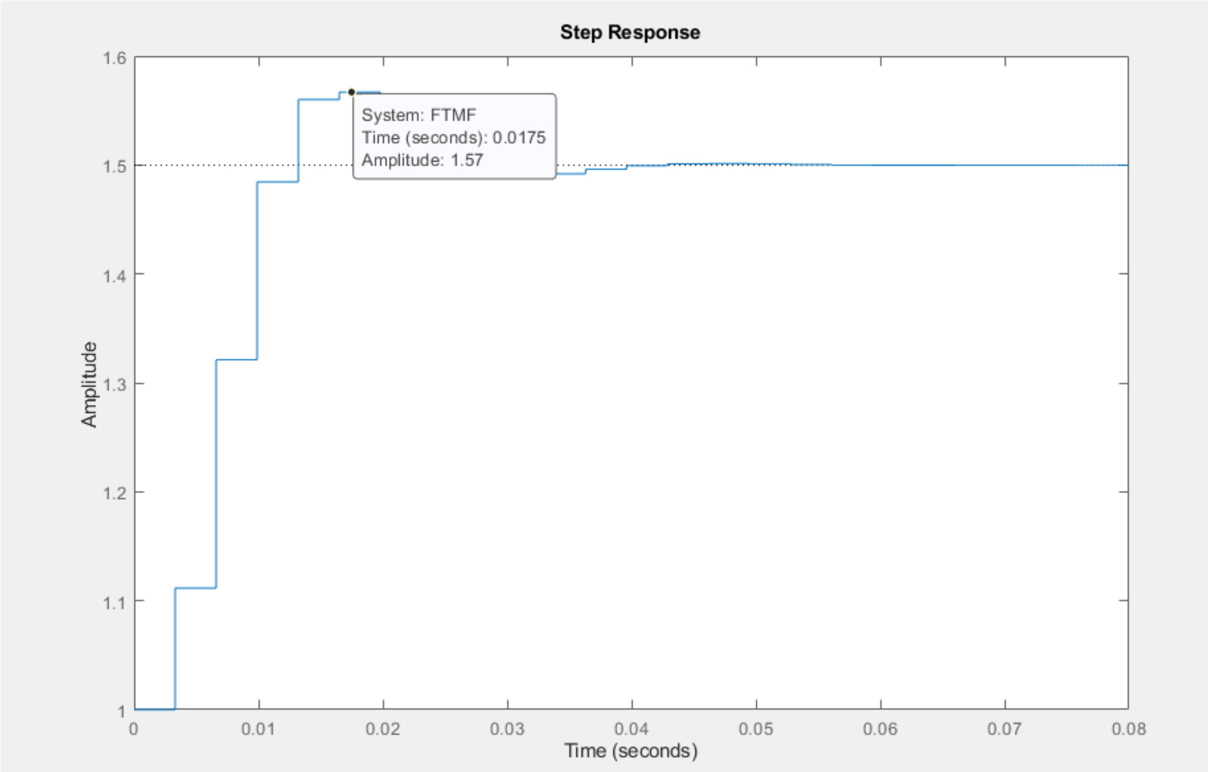


Figura 16 - Resposta da Planta Controlada

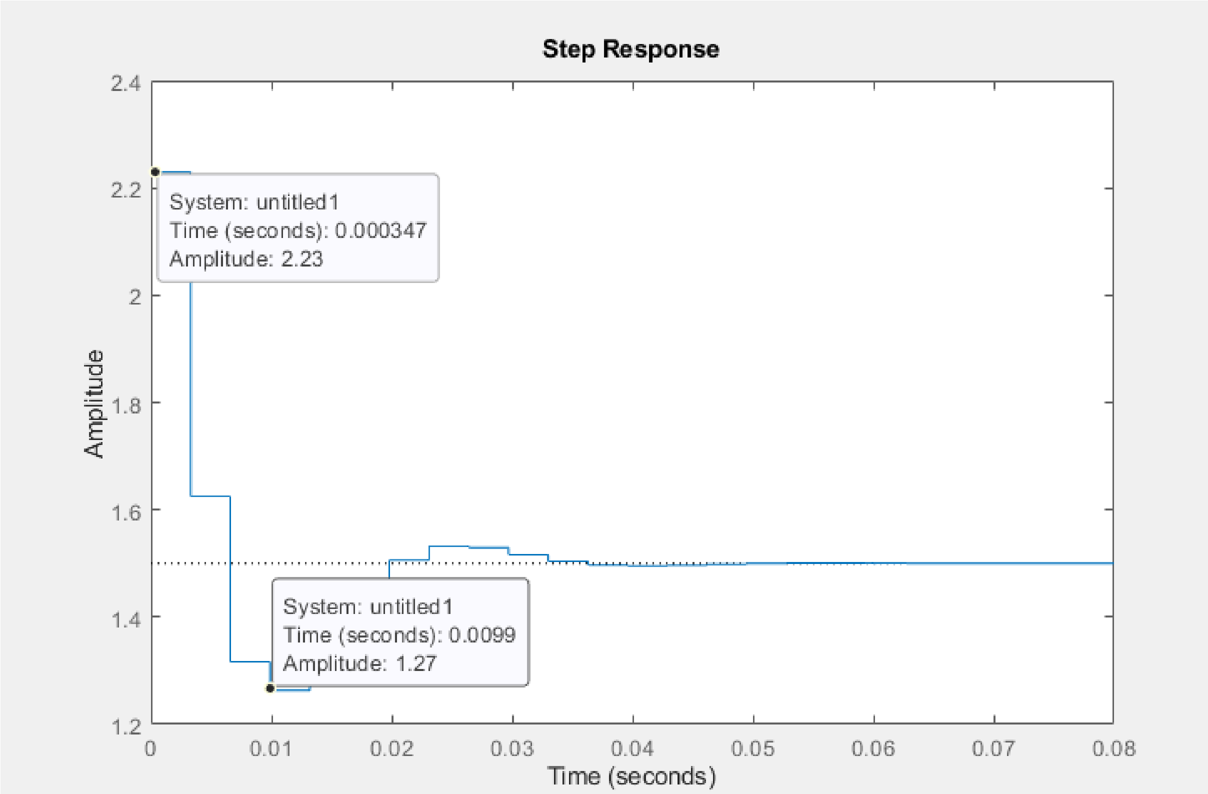


O controlador atingiu as metas de desempenho, tornando o sistema mais rápido e estável, sem comprometer o valor final da saída.

Parâmetros	Planta Original	Especificação	Planta Controlada
Ts5%(ms)	48.8	23	23.8
Mp(%)	21.2	14	13.4
Valor estável(V)	1.5	1.5	1.5

Também é importante verificar a ação do controlador, pois este deve ficar entre 0 V e 3.3 V para que não sature influenciando no controle da planta.

Podemos também analisar a ação de controle obtida com o uso das equações recursivas como vemos abaixo:



Como visto acima a tensão requerida fica entre 1.27V e 2.23.

EQUAÇÕES RECURSIVAS:

Como resultado, foram obtidas as equações recursivas que descrevem o comportamento dinâmico do sistema a cada instante de amostragem, possibilitando sua implementação direta em ambiente computacional

- **BLOCO G:**

```
>> Gz

Gz =

    0.09073 z + 0.0792
  ----------------------
  z^2 - 1.497 z + 0.6666
```

$$G(z) = \frac{0.09073 * z + 0.0792}{z^2 - 1.497 * z + 0.6666} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

$$Y(z) * (z^2 - 1.497 * z + 0.6666) = (0.09073 * z + 0.0792) * U(z)$$

$$Y(z) * Z^2 - Y(z) * 1.497 * z + Y(z) * 0.6666 = U(z) * 0.09073 * z + U(z) * 0.0792$$

Fazendo k = k-2

$$y(k+2) - 1.497 * y(k+1) + 0.6666 * y(k) = 0.09073 * u(k+1) + 0.0792 * u(k)$$

$$\mathrm{y(k) = 0.09073 * u(k-1) + 0.0792 * u(k-2) + 1.497 * y(k-1) - 0.6666 * y(k-2)}$$

- **BLOCO C:**

```
>> Cz

Cz =

  2.46 z^2 - 3.682 z + 1.64
  -------------------------
    z^2 - 1.228 z + 0.228
```

$$C(z) = \frac{2.46 * z^2 - 3.682 * z + 1.64}{z^2 - 1.228 * z + 0.228} = \frac{U(z)}{E(z)}$$

$$U(z) * (z^2 - 1.228 * z + 0.228) = E(z) * (2.46 * z^2 - 3.682 * z + 1.64)$$

$$u(k+2) - 1.228 * u(k+1) + 0.228 * u(k) = 2.46 * e(k+2) - 3.682 * e(k+1) + 1.64 * u(k)$$

$$u(k) = 2.46 * e(k) - 3.682 * e(k-1) + 1.64 * e(k-2) + 1.228 * u(k-1) - 0.228 * u(k-2)$$

- **SOMADOR:**

$$E(z) = R(z) - Y(z)$$

$$e(k) = r(k) - y(k)$$

A partir dessas equações foi feito um programa em Matlab, esse programa analisa os blocos e mostra a resposta ao degrau de 1V a 1.5V.

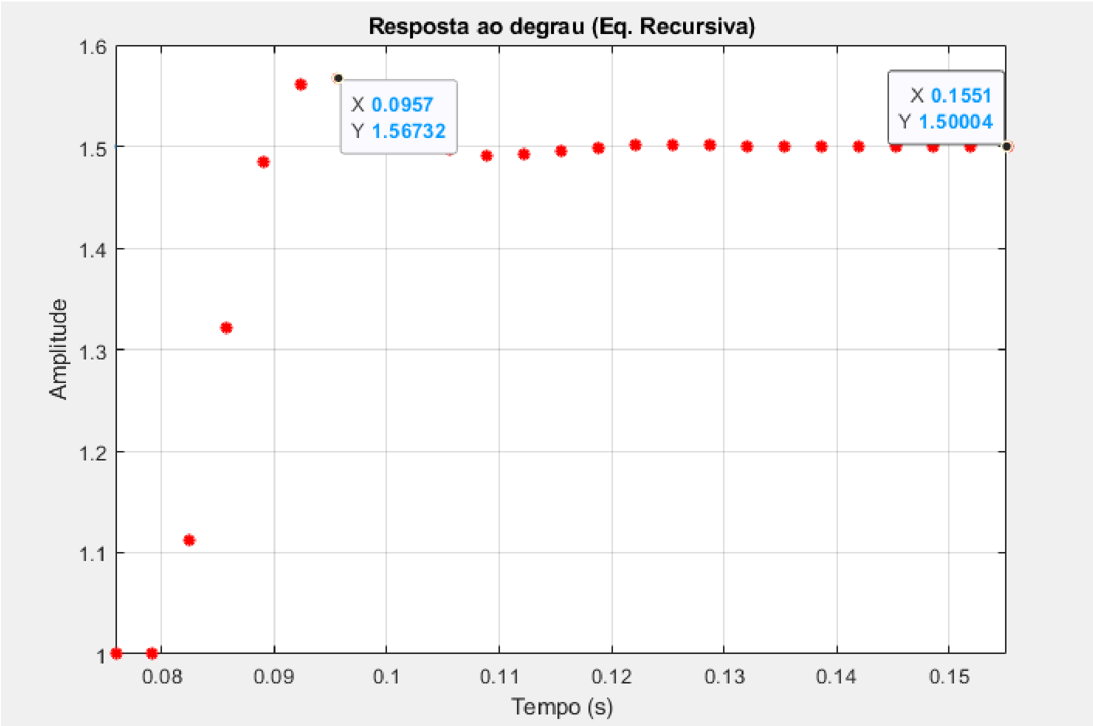


Figura 17 - Resposta ao degrau da equação recursiva

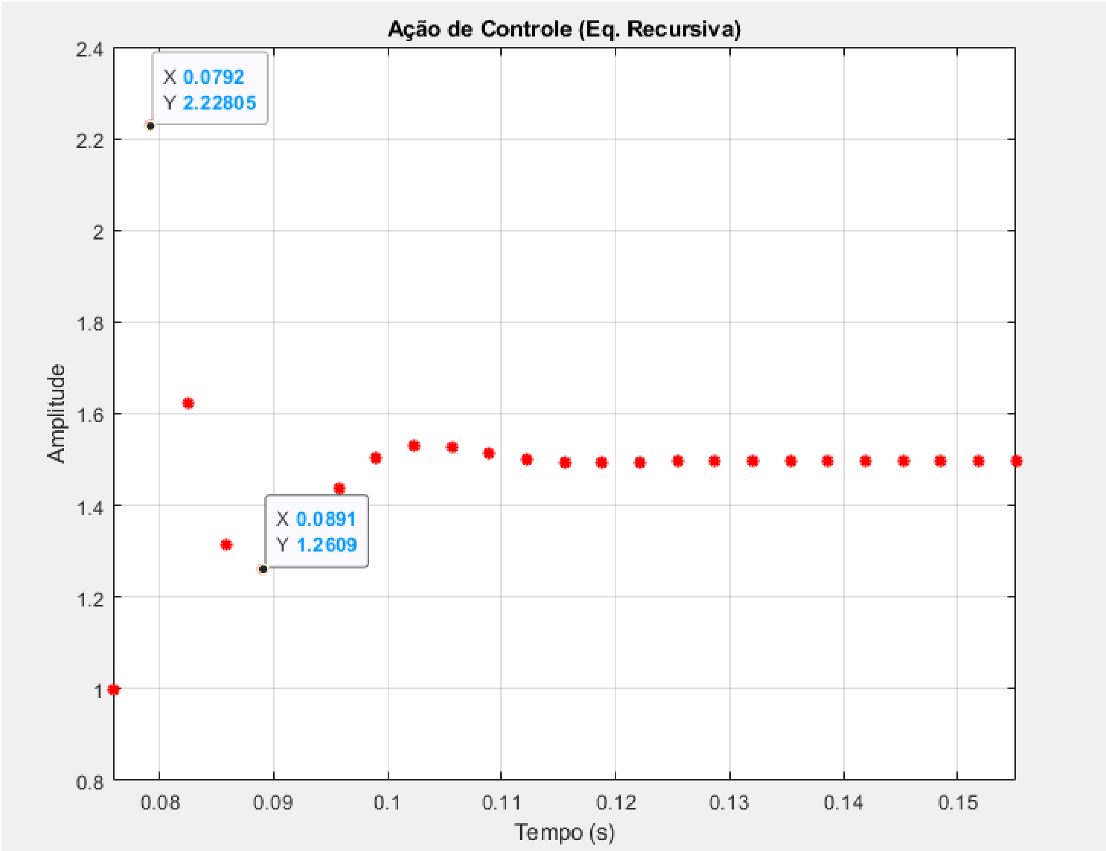


Figura 18 - Ação do Controlador com Equação Recursiva

CONCLUSÕES

Com base no apresentado, foi possível de se projetar e simular um controlador digital, o qual foi obtido a partir da identificação da planta analógica e obtenção da função de controle, a partir do método do lugar das raízes.

REFERÊNCIAS

BONFIM, Márlio José do Couto. CAP. 5 FILTROS ATIVOS. Disponível em: http://www.eletrica.ufpr.br/marlio/te054/capitulo5.pdf. Acesso em: 10 mai. 2023.

NISE, N. S. Engenharia de sistemas de controle. 6 ed. São Paulo: Editora LTC, 2012.

OGATA, Katsuhiko. Engenharia de controle moderno. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2010.