INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS

MATHEUS RODRIGUES DA CUNHA

TRABALHO 2: Sistemas Representados por Variáveis de Estado

FLONIANÓPOLIS

1 INTRODUÇÃO

O sistema proposto pelo professor é o representado na figura abaixo.

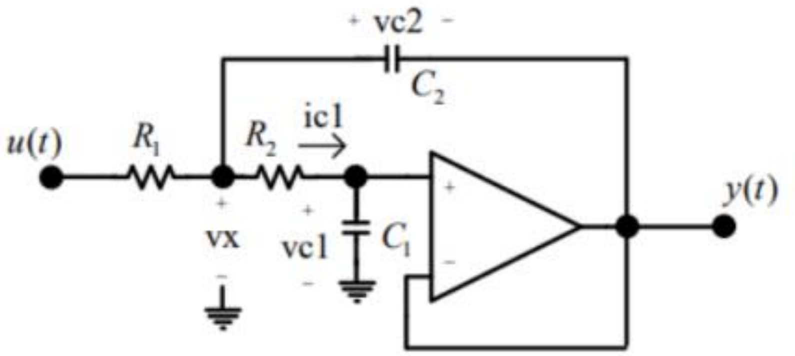


Figura 1 - Planta Analógica

• R1= 46kΩ;

• R2 = 18kΩ;

• C1 = 100nF;

•C2 = 680nF;

Considerando NT como o número de letras do nome completo dos alunos. Com base nesses dados, o sistema fica da seguinte forma:

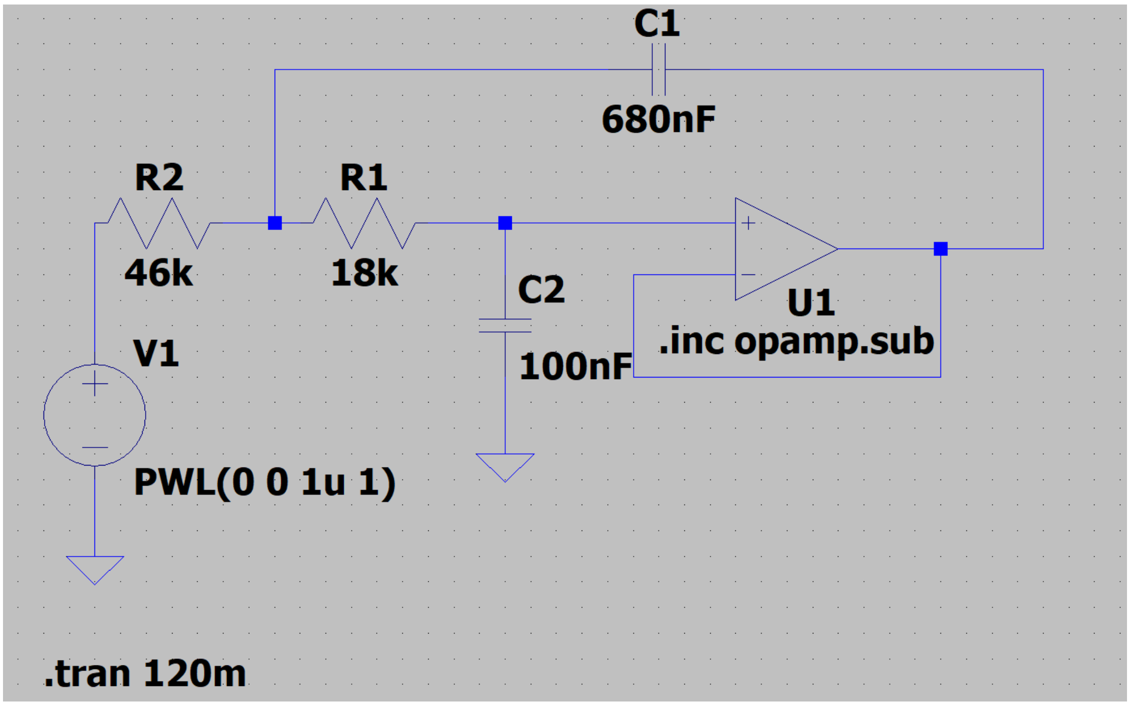


Figura 2 - Esquemático da Planta Analógica

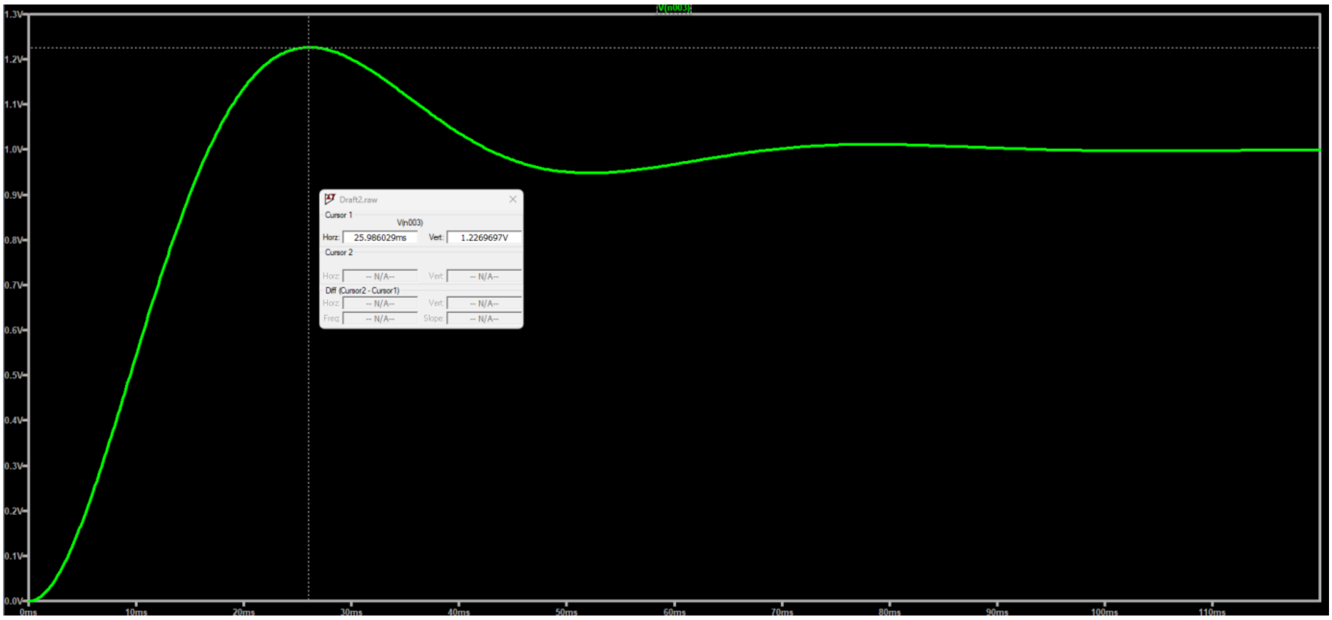


Figura 3 - Simulação da Planta Analógica

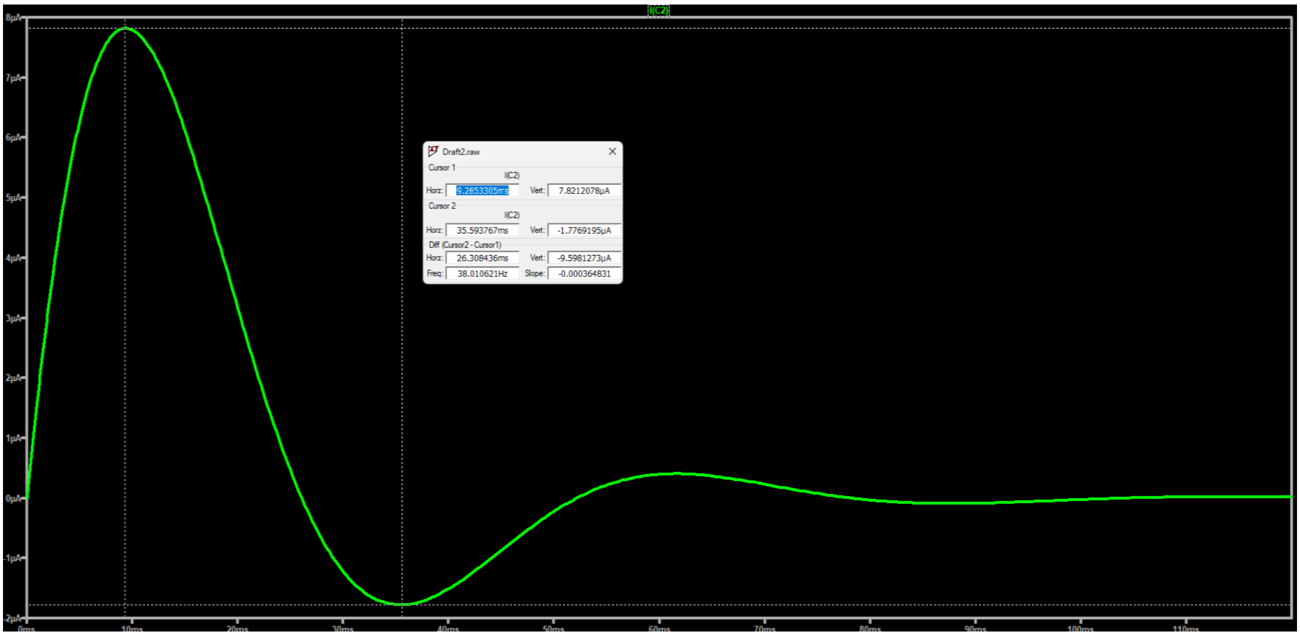
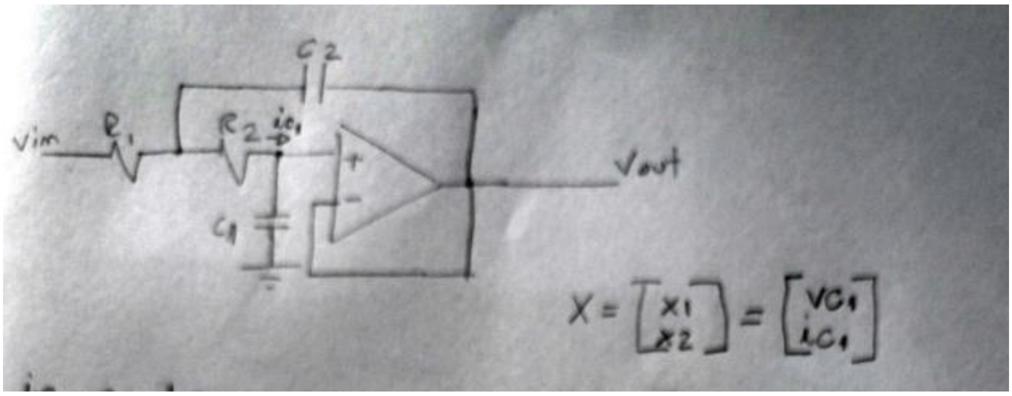


Figura 4 - Simulação da Planta Analógica

Obtenção da Representação do Sistema no Espaço de Estados

Dado que as condições das variáveis de estado para este projeto foram vc1, ic1 o equacionamento para obter a representação do sistema no espaço de estados foi feito conforme a figura a seguir.



$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ i_{C1} \end{bmatrix}$$

$$i_{C1} = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{v_{C2}}{R_2} = i_{C1}$$

$$i_{C1} = \frac{v_{C2}}{R_2} \qquad i_{C1} = \frac{\dot{v}_{C2}}{R_2}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{C1}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \cdot i_{C1} \Rightarrow \boxed{\dot{x}_1 = \frac{1}{C_1} \cdot x_2}$$

$$i_{C2} = C_2 \cdot \frac{dv_{C2}}{dt} = i_1 - i_{2C}$$

$$i_1 = \frac{v_{R1}}{R_1} = \frac{v_{in} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1} \qquad C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1} - \frac{v_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{v_{in}}{R_1C_2} - \frac{v_{C2}}{R_1C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1C_2} - \frac{v_{C2}}{R_2C_2}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{R_1R_2C_2} \cdot x_1 + \left(-\frac{1}{R_1C_2} - \frac{1}{R_2C_2}\right) \cdot x_2 + \frac{1}{R_1R_2C_2} \cdot u$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_1} \\ -\frac{1}{R_1R_2C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} - \frac{1}{R_2C_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_1R_2C_2} \end{bmatrix} \cdot u$$

Com o resultado obtido, foi utilizado o matlab para construir a resposta ao degrau do sistema. A função de transferência ficou:

```
          1.776e04
     -------------------------
     s^2 + 113.7 s + 1.776e04
```

Com posse da função de transferência foi obtido a reposta ao degrau do sistema:

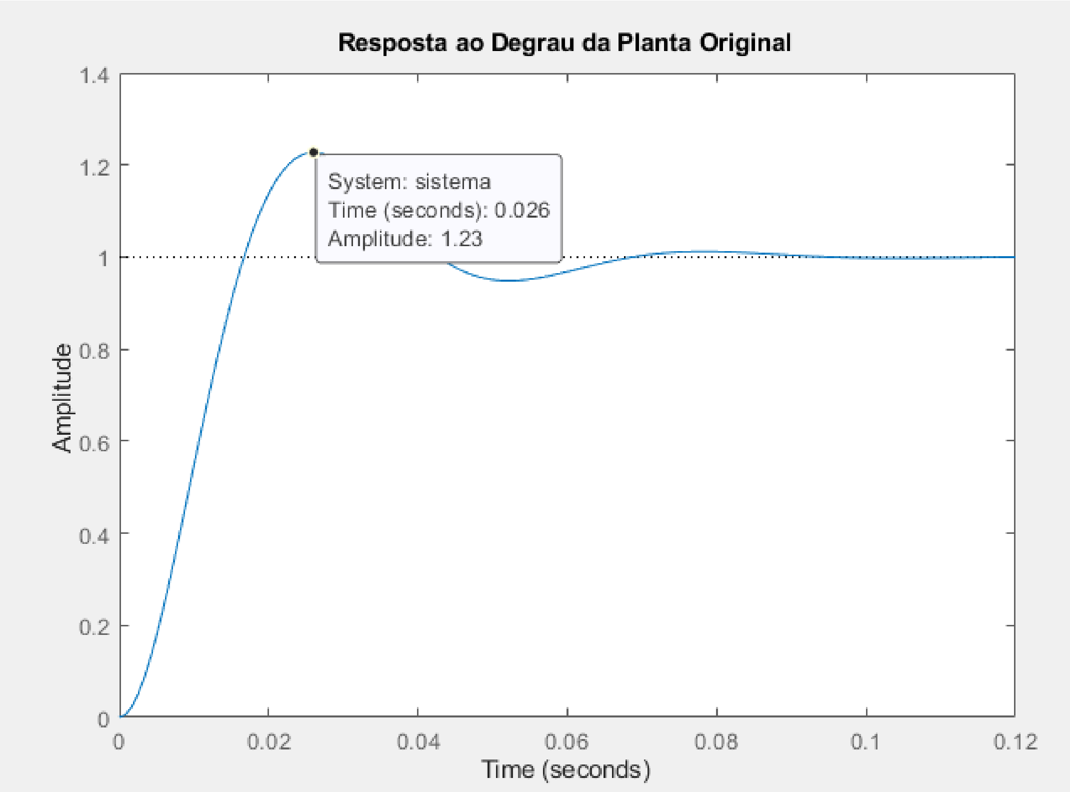


Figura 5 - Resposta ao degrau da planta

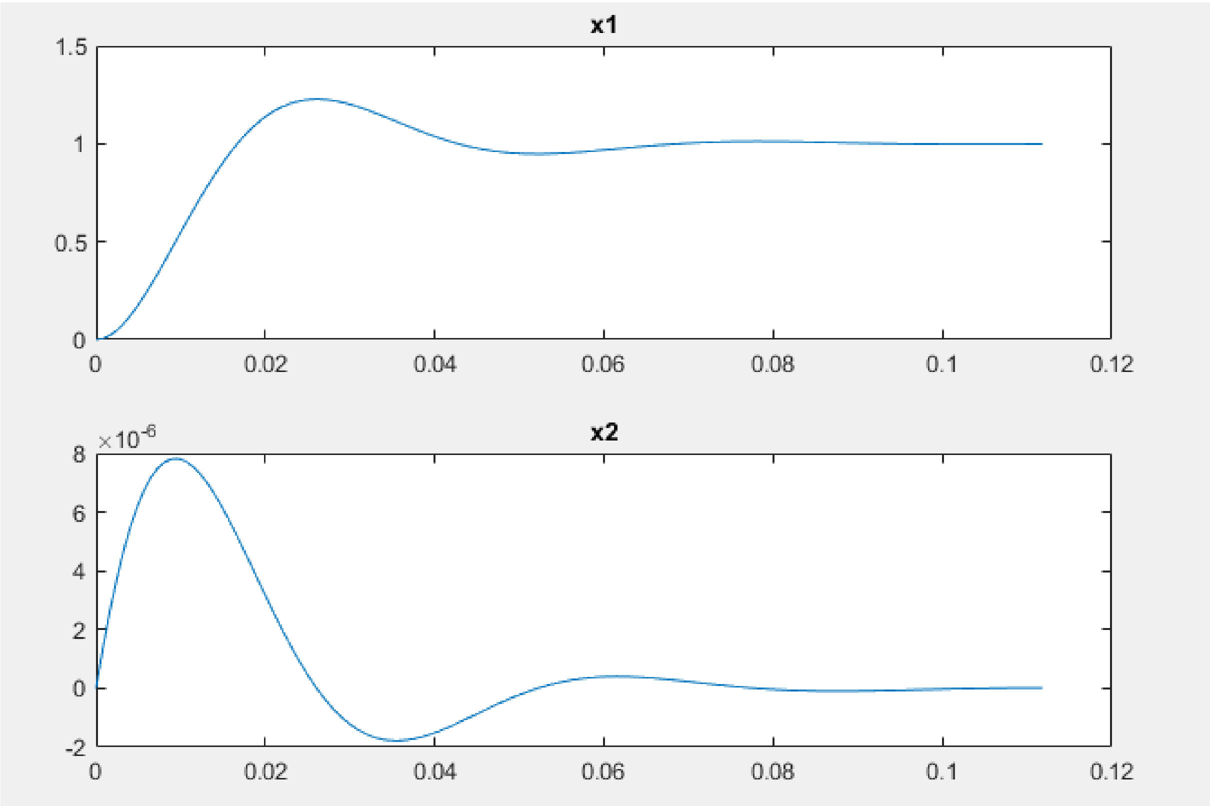
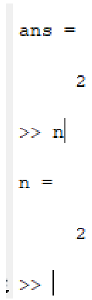


Figura 6 - Resposta X1 e X2 do Sistema

Verificar a controlabilidade e a observabilidade do sistema:

A controlabilidade indica se é possível levar o sistema de qualquer estado inicial para qualquer estado desejado aplicando um sinal de controle.

Para verificar a **controlabilidade** do sistema, primeiro foi calculada a matriz de controlabilidade usando o comando ctrb(A,B). Em seguida, foi obtido o **posto** dessa matriz por meio de rank(M).



A matriz de observabilidade foi calculada utilizando o comando obsv(A,C), resultando em uma matriz de posto igual a 2. Como o sistema possui dois estados, a condição de observabilidade é satisfeita, ou seja, rank(O) = n. Portanto, o sistema é totalmente observável.