

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

Matheus Rodrigues da Cunha

**PROJETO N° 2 - Sistemas Representados por Variáveis de
Estado**

Curso: Engenharia Eletrônica

1 OBJETIVO

Este relatório tem por objetivo aplicar conceitos de sistemas de controle e controle digital, para o projeto por alocação de pólos e observadores de ordem plena. Além disso, apresentar as metodologias aplicadas na implementação do projeto para um melhor resultado de controle da planta fornecida.

2 INTRODUÇÃO

O sistema proposto pelo professor é o representado na figura abaixo.

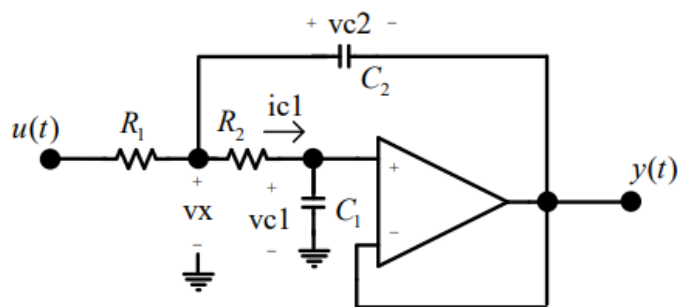


Figura 1 - Planta do Circuito

No qual:

- $R1 = 2000 \cdot NT \, \Omega$
- $R2 = 18000 \, \Omega$
- $C1 = 100 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$
- $C2 = 680 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$

Considerando NT como o número de letras do nome completo dos alunos. Com base nesses dados, o sistema fica da seguinte forma:

3 DESENVOLVIMENTO

Este projeto possui algumas especificações específicas para cada aluno, em decorrência do número de letras do primeiro nome, número de letras do nome completo e também do número de matrícula.

- Variáveis de estado: v_{C1} , i_{C1} ;
- Observador de ordem plena;
- Degrau de referência de 1,0 V a 1,5 V;
- $T_{s5\%} = 23$ (ms);
- Erro nulo em regime permanente para resposta ao degrau;
- $MP = 14$ (%);
- Estabilidade.

3.1 Obtenção da Representação do Sistema no Espaço de Estados

Dado que as condições das variáveis de estado para este projeto foram v_{C1} , i_{C1} o equacionamento para obter a representação do sistema no espaço de estados foi feito conforme a figura a seguir.

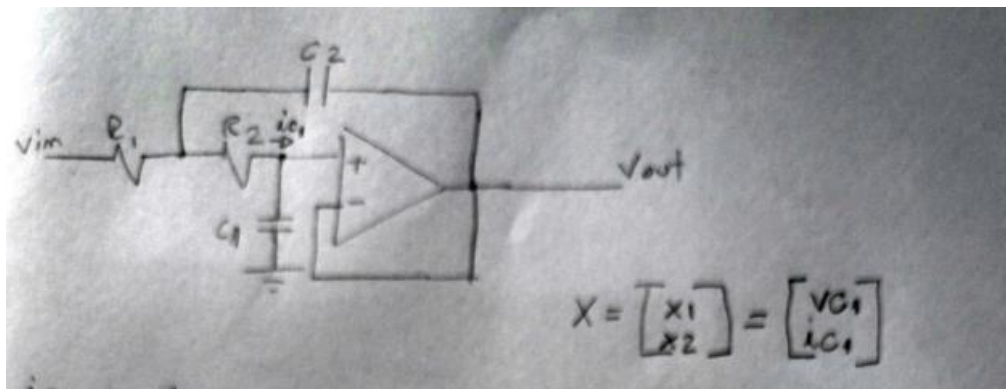


Figura 2 - Equacionamento do circuito

$$\begin{aligned}
 X &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ i_{C1} \end{bmatrix} \\
 i_{C1} &= C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{v_{C2}}{R_2} = i_{C2} & i_{C1} &= \frac{v_{C2}}{R_2} & i_{C1} &= \frac{v_{C2}}{R_2} \\
 C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} &= i_{C1} & Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\
 \frac{dv_{C1}}{dt} &= \frac{1}{C_1} \cdot i_{C1} \Rightarrow \boxed{\dot{x}_1 = \frac{1}{C_1} \cdot x_2} \\
 i_{C2} &= C_2 \cdot \frac{dv_{C2}}{dt} = i_1 - i_{2C} \\
 i_1 - \frac{v_{B1}}{R_1} &= \frac{v_{im} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1} & C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} &= \frac{v_{im} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1} = \frac{v_{C2}}{R_2} \\
 \frac{dv_{C2}}{dt} &= \frac{v_{im}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C2}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C2}}{R_2 C_2} \\
 \dot{x}_2 &= -\frac{1}{R_1 R_2 C_2} \cdot x_1 + \left(-\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \right) \cdot x_2 + \frac{1}{R_1 R_2 C_2} \cdot u \\
 \dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_1} \\ -\frac{1}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_1 R_2 C_2} \end{bmatrix} \cdot u
 \end{aligned}$$

Figura 3 - Equacionamento do Circuito

A partir do resultado obtido, foi feito um código no Matlab para que fosse observado a resposta transitória deste sistema. Neste código, é transformada as variáveis A,B,C e D na função de transferência, que ficou sendo como:

$$\frac{1.776e04}{s^2 + 113.7 s + 1.776e04}$$

Figura 4 - Função de transferência da planta

Com o auxílio do software Matlab, foi plotada a resposta ao degrau desta função, a qual ficou como mostrado abaixo:

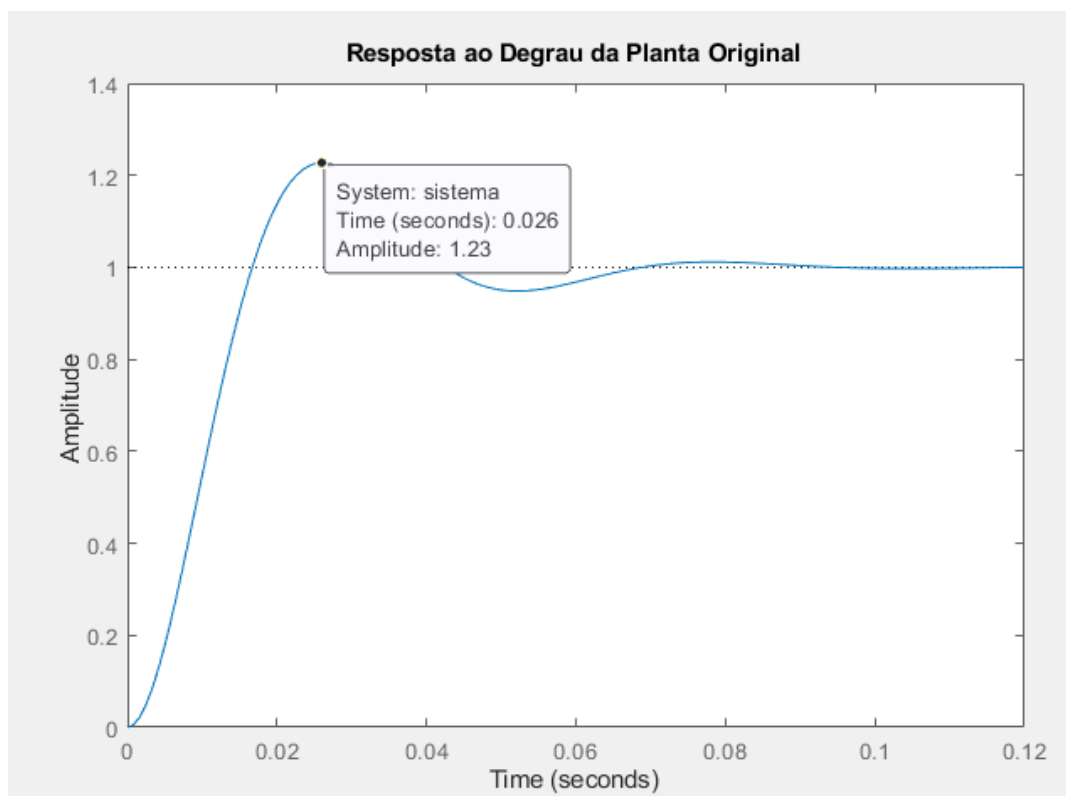


Figura 5 - Resposta ao degrau da planta

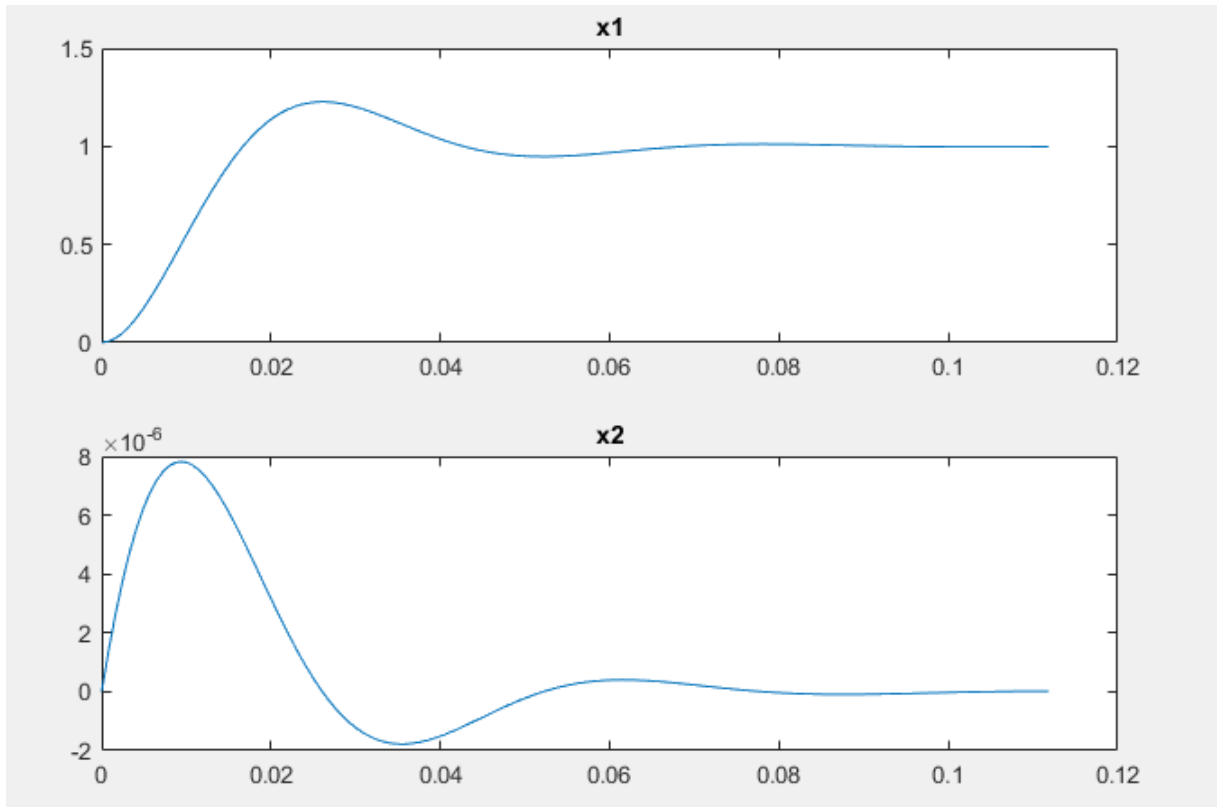


Figura 6 - Comportamento x1 e x2 do sistema

3.2) Projeto do Controlador/Servosistema por Alocação de Pólos

Para este projeto, foram calculados os valores de ζ e ω_n . Para estes cálculos foram usadas as equações abaixo, substituindo os valores que já são conhecidos, no caso M_p e $ts_{5\%}$.

$$M_p = e^{(-\pi \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}})} \quad ts_{5\%} = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n}$$

A partir destas equações, e da substituição dos valores conhecidos na mesma, obteve-se o valor de $\zeta = 0.530506712485320$ e $\omega_n = 2.458682982494872e + 02$. A partir desses valores foi possível o cálculo dos pólos de malha fechada do sistema. Isso foi feito conforme as equações abaixo:

$$S1 = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -1.304347826086957e + 02 + 2.084178197034052e + 02i$$

$$S2 = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -1.304347826086957e + 02 - 2.084178197034052e + 02i$$

$$S3 = 10 * \sqrt{(-\zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})^2} = -2.458682982494872e + 03$$

Estes polos encontrados, são os autovalores do sistema, ou seja, os pólos de malha

fechada desejados. O terceiro polo foi calculado de forma a ser um autovalor adicional para o projeto, sendo um valor mais alto que a parte real de s_1 para maior estabilidade.

A partir destes valores, observou-se que este sistema não possui polo em zero, fazendo com que seja feito o projeto utilizando o método para projeto de servosistemas de tipo zero, onde o diagrama de blocos é apresentado abaixo:

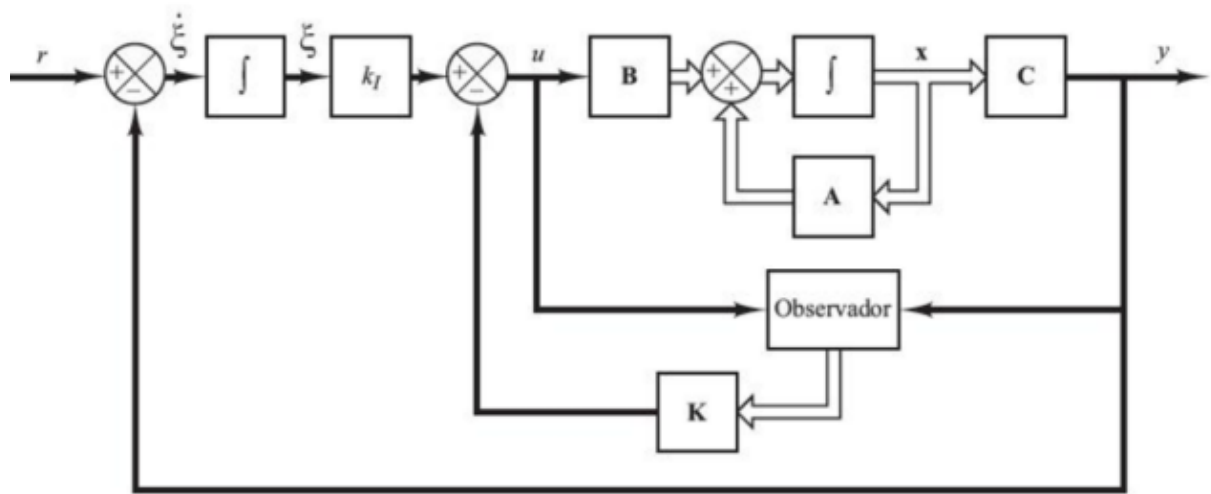


Figura 7 - Diagrama de Blocos do Controlador

A partir das equações foi obtido a matriz de ganhos do controlador:

$$K_{chapeu} = [38,521,4672 \times 106 - 8368,49]$$

Além disso, com os dados do controlador, foi obtida a seguinte resposta ao degrau para o sistema controlado:

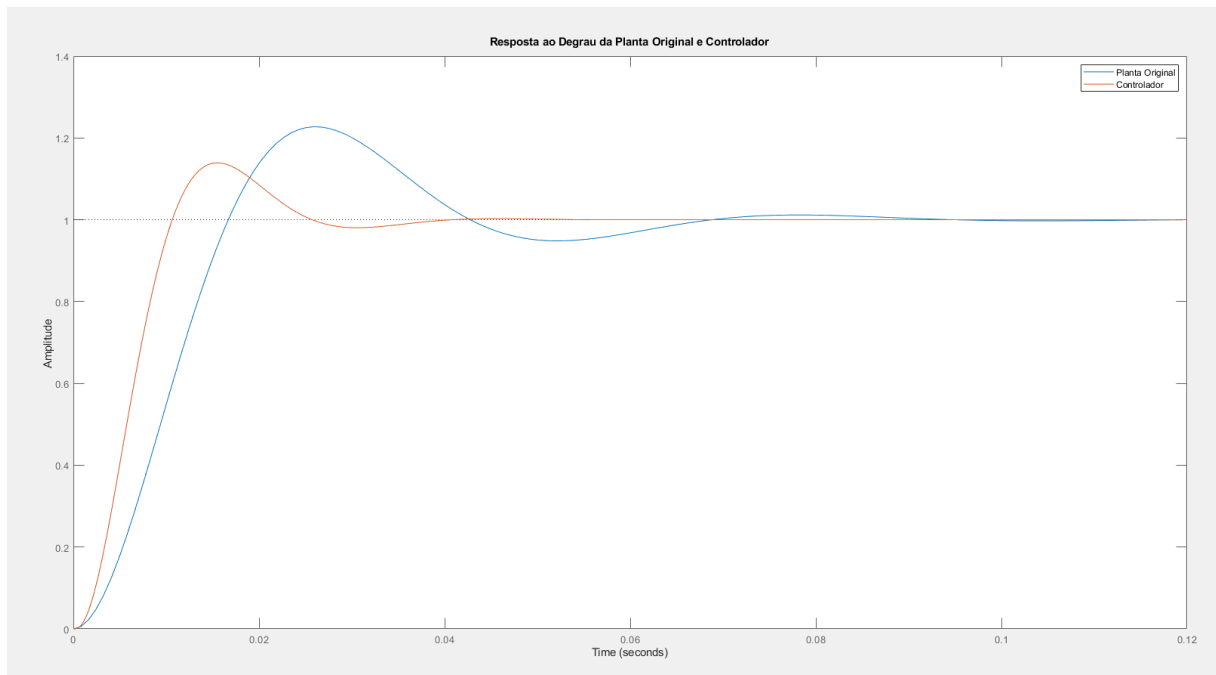


Figura 8 - Resposta ao degrau da planta e controlador

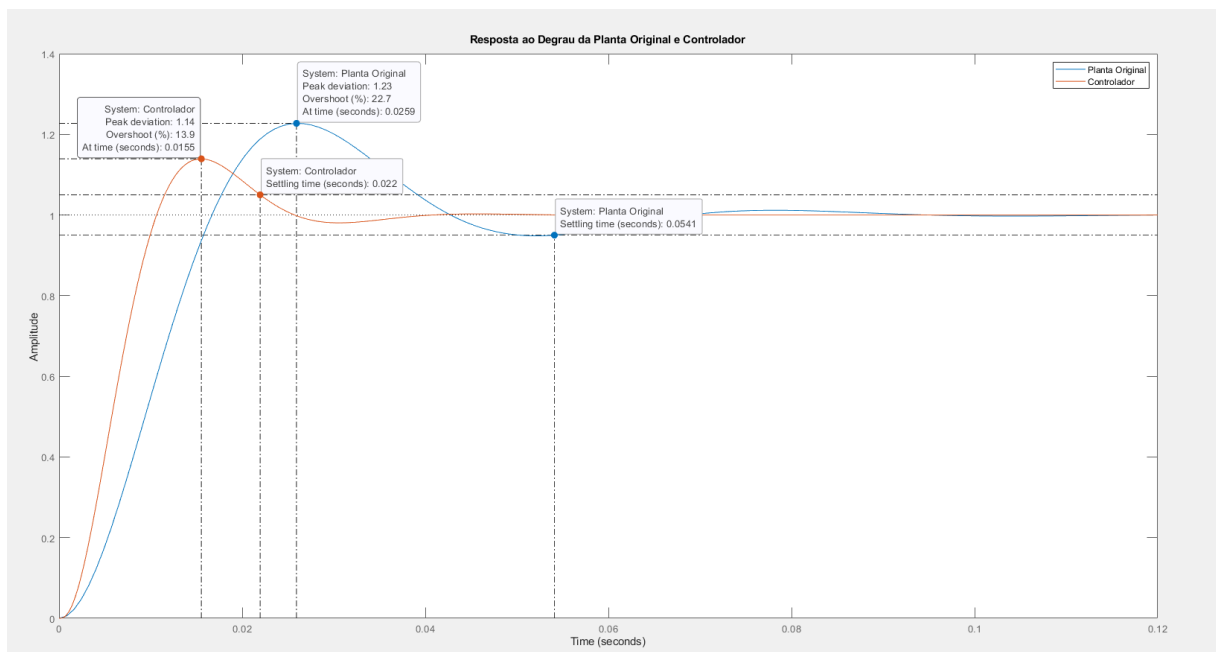


Figura 9 - Resposta ao degrau da planta e controlador

Como é possível de se observar, pelos dados mostrados no gráfico, o sistema controlado satisfaz em grande parte os requisitos de projeto. Uma tabela com o comparativo da planta original e da planta controlada é mostrado abaixo:

Tabela 1: Comparativo entre Desejado, Planta Original e Planta Controlada

Parâmetros	Desejado	Planta Original	Planta Controlada
M_p	14 %	22,7 %	13,9 %
$t_{s5\%}$	23 ms	54,1 ms	22 ms

Com a aplicação do controlador projetado, o sistema controlado passou a atender aos requisitos de desempenho, apresentando sobressinal de 13,9%, valor inferior ao limite especificado, e tempo de acomodação de 22ms, compatível com o requisito de projeto.

3.3) Observador de Ordem Plena

Como é difícil obter as variáveis de estado diretamente em sistemas físicos, costuma-se usar um observador para estimá-las. Neste projeto, foi pedido para criar um observador de ordem plena.

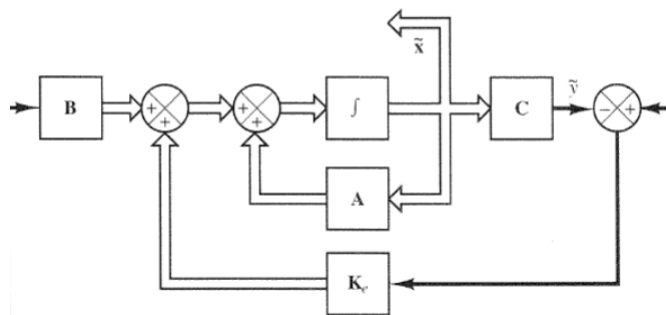


Figura 10 - Observador de Ordem Plena

Por ser um observador de ordem plena, a ordem do observador é a mesma da planta. Dessa forma, os pólos de malha fechados usados foram S1 e S2. Como esse sistema é dado por um sistema semelhante ao observado com uma comparação da saída do sistema com a do observador, onde o erro tem um ganho determinado por K_e .

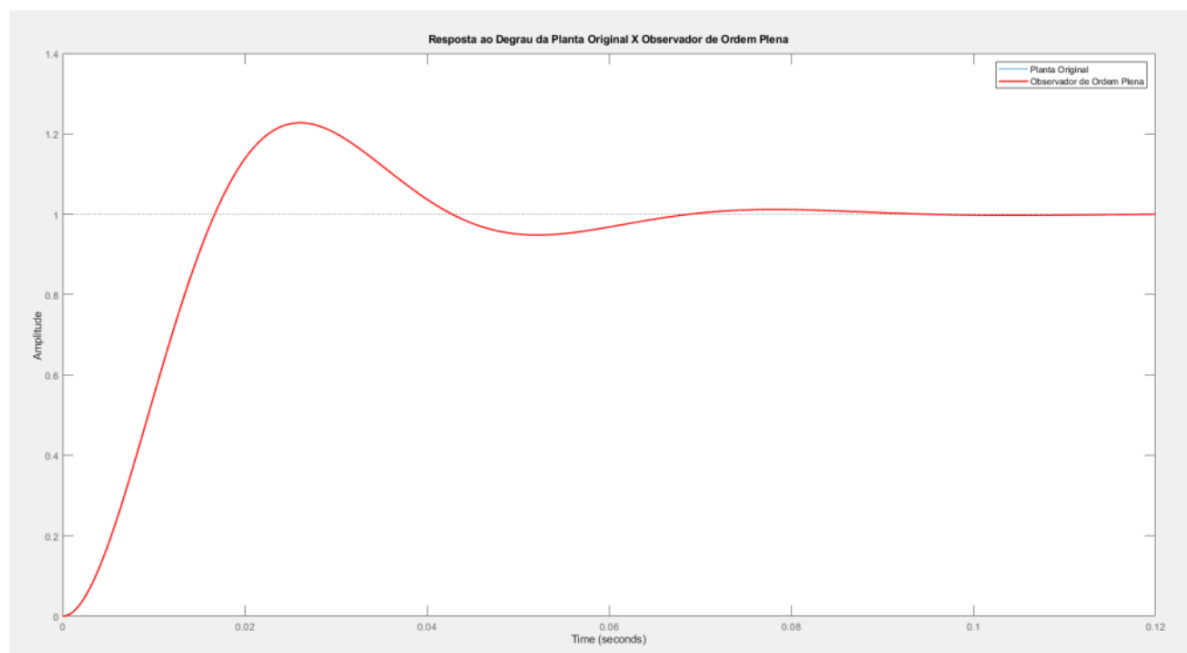


Figura 11 - Resposta ao degrau da planta original e Observador

O diagrama do sistema completo está representado na figura abaixo.

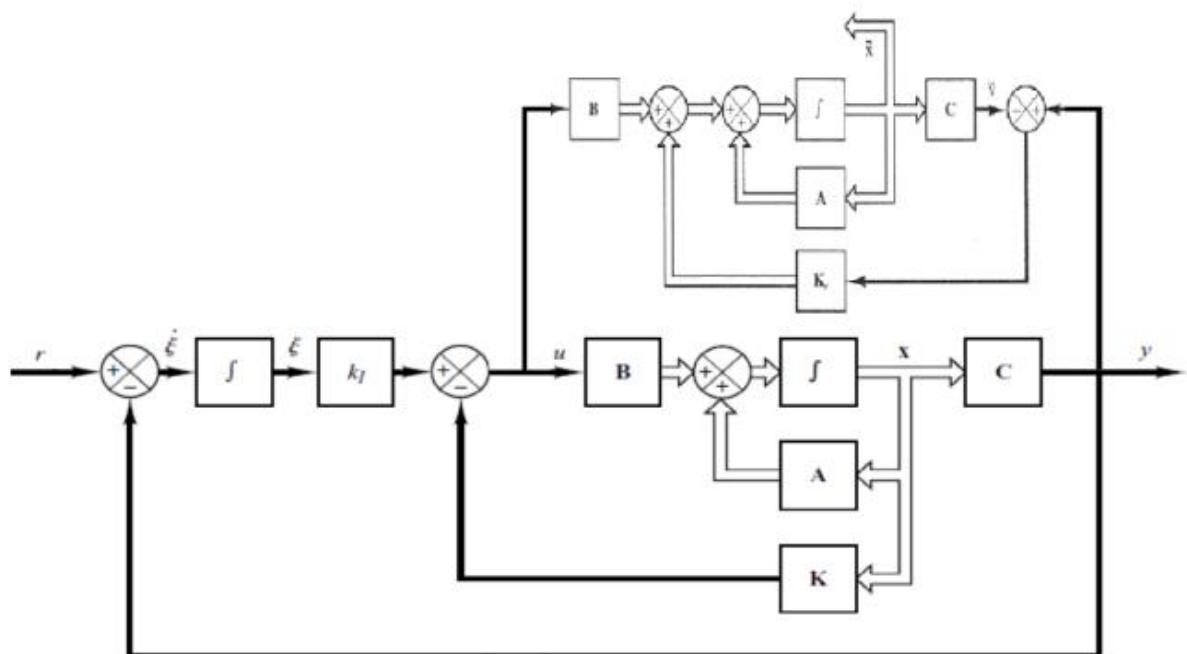


Figura 12 - Sistema Completo

3.4) Equações Recursivas

Para a obtenção de um tempo de amostragem adequado, deve-se escolher um valor de 10 a 15 vezes menor que o tempo de acomodação. No primeiro trabalho, o tempo de acomodação foi de $T=3.3\text{ms}$. Nas simulações do projeto 2 não foram obtidos resultados satisfatórios com esse valor. Apenas para tempos de amostragem na ordem de **100 μs** foram obtidos resultados semelhantes aos do sistema original,

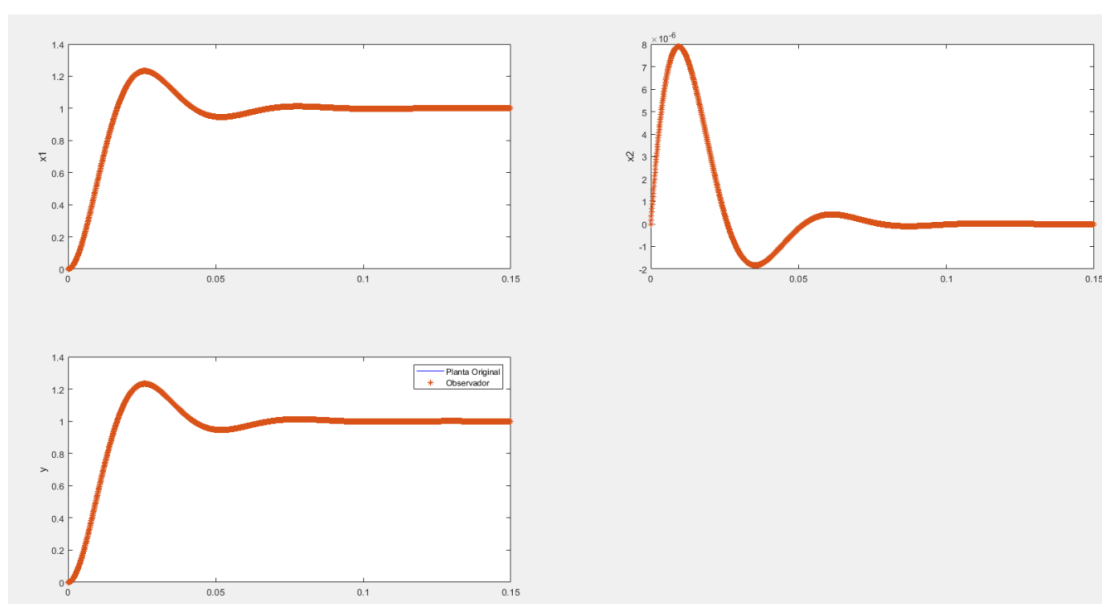


Figura 13 - Planta original e observador

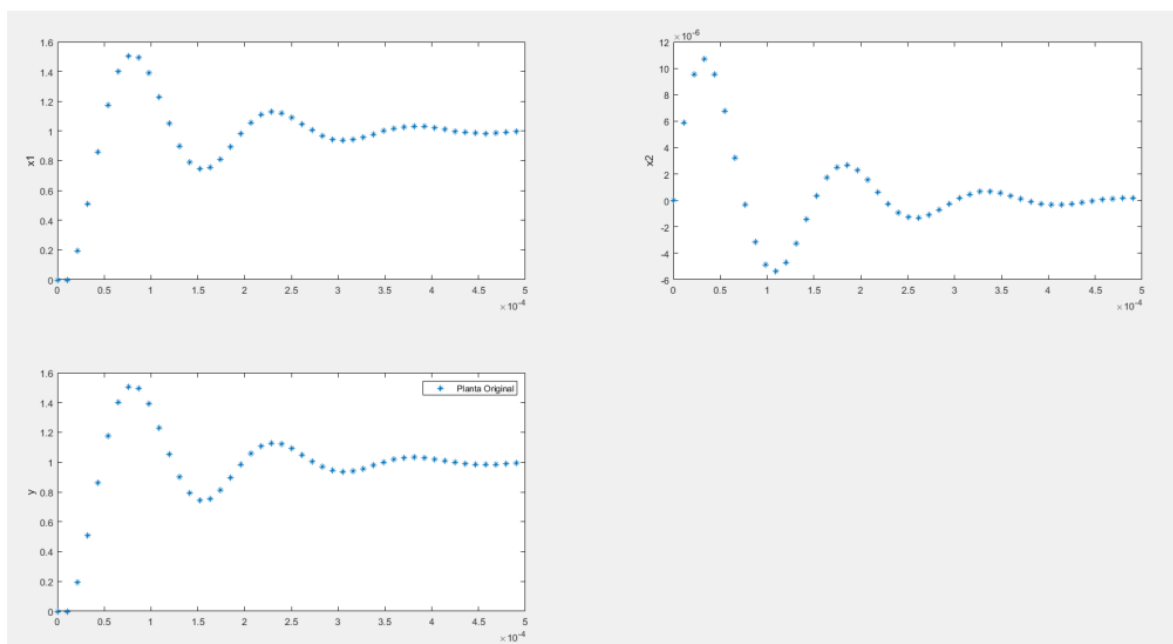


Figura 14 - Planta Original

Ação do Controle

Um ponto importante a ser destacado e também analisado é a amplitude máxima da ação de controle.

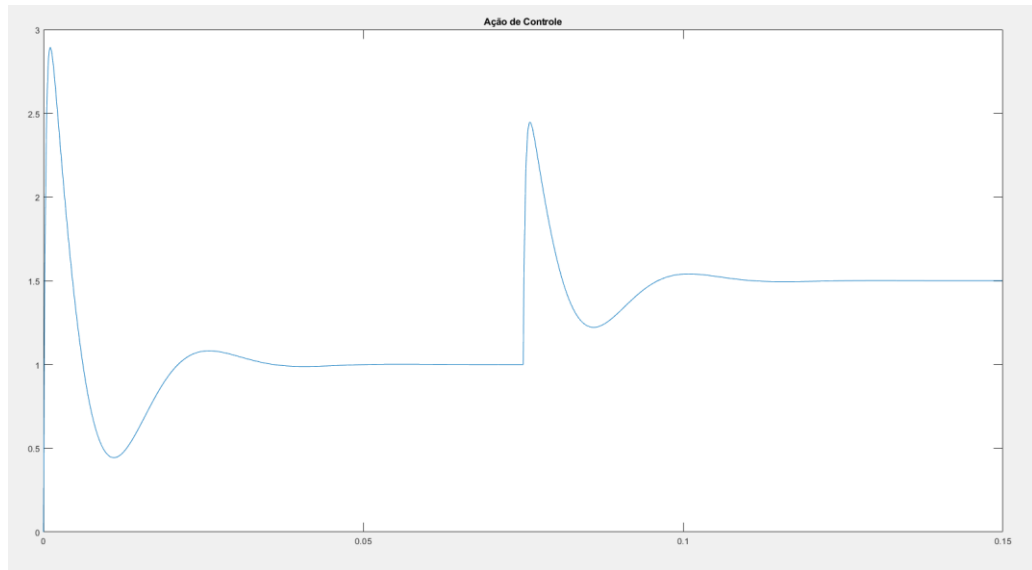


Figura 15 - Ação de Controle

5 CONCLUSÃO

Durante a execução deste projeto, foi constatado que o sistema de controle atendeu aos requisitos estabelecidos, com exceção do tempo de acomodação, que apresentou valores ligeiramente superiores aos desejados.

REFERÊNCIAS:

OGATA, Katsuhiko. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010.
NISE, Norman S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 7. ed. São Paulo: LTC, 2018.

REFERÊNCIAS

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2010.