

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

LAURA MARTIN DA SILVA WERNECK

**PROJETO Nº 2 - Sistemas Representados por Variáveis de  
Estado**

Curso: Engenharia Eletrônica

Disciplina: SCT22108 - Sistemas de Controle II

Professor: Flávio Alberto Bardemaker Batista

FLORIANÓPOLIS - SC

22 de Junho de 2023

## SUMÁRIO

<b>1 OBJETIVO.....</b>	<b>4</b>
<b>2 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>4</b>
<b>3 DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>5</b>
<b>3.1 Obtenção da Representação do Sistema no Espaço de Estados.....</b>	<b>5</b>
<b>3.2 Projeto do Controlador/Servosistema por Alocação de Pólos.....</b>	<b>9</b>
<b>3.3 Observador de Ordem Plena.....</b>	<b>13</b>
<b>3.4 Equações Recursivas.....</b>	<b>15</b>
<b>4 TESTE PRÁTICO.....</b>	<b>18</b>
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	<b>20</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>21</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Planta Analógica [Fonte: Especificação do projeto] .....	4
Figura 2	Esquemático da Planta Analógica [Fonte: Autoria Própria].....	4
Figura 3	Cálculos Feitos [Fonte: Autoria Própria].....	6
Figura 4	Resposta ao Degrau Planta Original [Fonte: Autoria Própria].....	7
Figura 5	Sobressinal Planta Original [Fonte: Autoria Própria].....	8
Figura 6	Tempo de Acomodação Planta Original [Fonte: Autoria Própria].....	8
Figura 7	Resposta de $x_1$ e $x_2$ ao Degrau [Fonte: Autoria Própria].....	9
Figura 8	Diagrama de Blocos do Controlador [Fonte: Material do Professor].....	10
Figura 9	Equações do Controlador [Fonte: Autoria Própria].....	10
Figura 10	Resposta ao Degrau Planta Original e Controlador [Fonte: Autoria Própria].....	11
Figura 11	Sobressinal Controlador [Fonte: Autoria Própria].....	11
Figura 12	Tempo de Acomodação Controlador [Fonte: Autoria Própria].....	12
Figura 13	Diagrama de Blocos do Sistema Observador [Fonte: Material do Professor].....	13
Figura 14	Resposta ao Degrau Planta Original e Observador [Fonte: Autoria Própria].....	13
Figura 15	Diagrama de Blocos do Sistema Completo [Fonte: Autoria Própria].....	14
Figura 16	Resposta ao Degrau Observador, Controle e Original [Fonte: Autoria Própria].....	14
Figura 17	Simulação do Sistema Completo com Controlador, Observador e Planta [Fonte: Autoria Própria].....	15
Figura 18	Saída Eq. Recursivas Completo [Fonte: Autoria Própria].....	16
Figura 19	Simulação do Observador e Planta [Fonte: Autoria Própria].....	16
Figura 20	Simulação do Servosistema e Planta [Fonte: Autoria Própria].....	17
Figura 21	Ação de Controle [Fonte: Autoria Própria].....	17
Figura 22	Sistema Original e Sistema Final [Fonte: Autoria Própria].....	18
Figura 23	Sistema Original e Sistema Final com $\Delta 1$ [Fonte: Autoria Própria].....	19
Figura 24	Sistema Original e Sistema Final com $\Delta 2$ [Fonte: Autoria Própria].....	19

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Comparativo entre Desejado, Planta Original e Planta Controlada.....	12
Tabela 2: Comparativo entre Desejado, Planta Original, Planta Controlada e Teste Prático..	20



## 1 OBJETIVO

Este relatório tem por objetivo aplicar conceitos de sistemas de controle e controle digital, para o projeto por alocação de pólos e observadores. Além disso, apresentar as metodologias aplicadas na implementação do projeto para um melhor resultado de controle da planta fornecida.

## 2 INTRODUÇÃO

O sistema proposto pelo professor é o representado na figura abaixo.

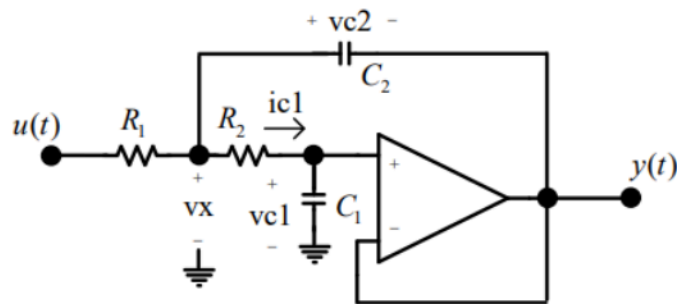


Figura 1: Planta Analógica [Fonte: Especificação do projeto]

No qual:

- $R1 = 2000 \cdot NT \, \Omega$
- $R2 = 18000 \, \Omega$
- $C1 = 100 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$
- $C2 = 680 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$

Considerando NT como o número de letras do nome completo dos alunos. Com base nesses dados, o sistema fica da seguinte forma:

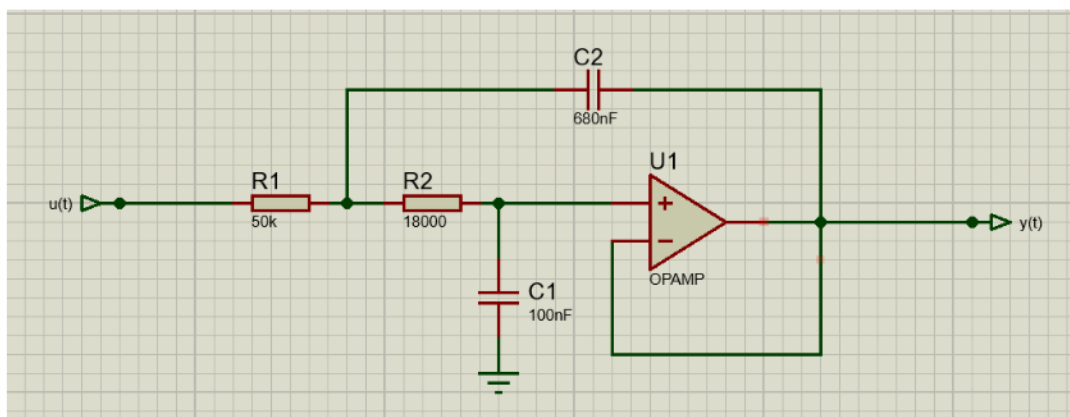


Figura 2: Esquemático da Planta Analógica [Fonte: Autoria Própria]

A única diferença com relação ao sistema proposto é o valor de  $R_1$ , o qual, por conta de NT, ficou com o valor de  $50k\Omega$ , dado que NT é 25 neste caso. No entanto, ao adquirir os componentes no Laboratório de Protótipos, o resistor que chegava mais perto deste valor era o de  $51k\Omega$ , por conta disso, no projeto para fabricação da placa, este que foi o resistor utilizado. Já com relação ao AmpOp utilizado, o escolhido foi o LF347.

A partir dos componentes necessários, foi fabricada a placa, conforme mostrado detalhadamente no relatório 'Projeto N° 1 - Controle Digital'. A partir desta placa, é possível de se fazer o teste prático com um controlador, para ser possível de se observar a implementação do controle em microcontrolador.

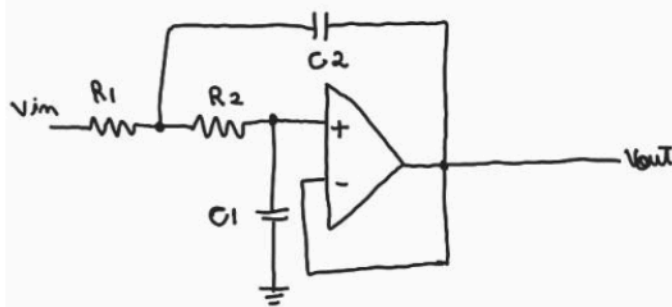
### **3 DESENVOLVIMENTO**

Este projeto possui algumas especificações específicas para cada aluno, em decorrência do número de letras do primeiro nome, número de letras do nome completo e também do número de matrícula. Por conta disso, as especificações para este projeto em específico foram:

- Variáveis de estado:  $vc_1$ ,  $ic_1$ ;
- Observador de ordem plena;
- Degrau de referência de 1,0 V a 1,5 V;
- $T_{s5\%} = 25$  (ms);
- Erro nulo em regime permanente para resposta ao degrau;
- $MP = 10$  (%);
- Estabilidade.

#### **3.1 Obtenção da Representação do Sistema no Espaço de Estados**

Dado que as condições das variáveis de estado para este projeto foram  $vc_1$ ,  $ic_1$  o equacionamento para obter a representação do sistema no espaço de estados foi feito conforme a figura a seguir.



$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ i_{C1} \end{bmatrix}$$

$$i_{C1} = \frac{v_{C2}}{R_2} \quad i_{C1} = \frac{v_{C2}}{R_2}$$

$$Y = v_{out} \quad U = v_{in} \quad \phi = \emptyset$$

$$Y = v_{C1} = x_1$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$i_{C1} = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{v_{C2}}{R_2} = i_{C1}$$

$$C_1 \cdot \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{C1}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \cdot i_{C1} \quad \therefore \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1} \cdot x_2$$

$$i_{C2} = C_2 \cdot \frac{dv_{C2}}{dt} = i_1 - i_{C1}$$

$$i_1 - \frac{v_{C1}}{R_1} = \frac{v_{in} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1}$$

$$C_2 \cdot \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{v_{in} - v_{C2} - v_{C1}}{R_1} - \frac{v_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{v_{in}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C2}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C2}}{R_2 C_2}$$

$$R_2 \cdot \frac{di_{C1}}{dt} = \frac{v_{in}}{R_1 C_2} - \frac{i_{C1} \cdot R_2}{R_1 C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{i_{C1}}{C_2}$$

$$\frac{di_{C1}}{dt} = \frac{v_{in}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1} \cdot R_2}{R_1 R_2 C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1}}{C_2 R_2}$$

$$\frac{di_{C1}}{dt} = \frac{v_{in}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{v_{C1}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1}}{C_2 R_2}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{R_1 R_2 C_2} \cdot x_1 + \left( -\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \right) \cdot x_2 + \frac{1}{R_1 R_2 C_2} \cdot U$$

$$\therefore \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_1} \\ -\frac{1}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_1 R_2 C_2} \end{bmatrix} \cdot U$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot U$$

Figura 3: Cálculos Feitos [Fonte: Autoria Própria]

A partir do resultado obtido, foi feito um código no Matlab para que fosse observado a resposta transitória deste sistema. Neste código, é transformada as variáveis A,B,C e D na função de transferência, que ficou sendo como:

$$G(s) = \frac{16339.86928104575}{s^2 + 111.111111111111.s + 16339.86928104575}$$

Para saber se o equacionamento foi feito corretamente, foi comparada essa função de transferência, com a obtida a partir do método teórico no relatório ‘Projeto N° 1 - Controle Digital’, sendo essa função:

$$G(s) = \frac{16019.47968}{s^2 + 110.53440.s + 16019.47968}$$

Como é possível de se perceber olhando as duas funções, elas são muito parecidas e com isso podemos afirmar que o equacionamento para a Representação do Sistema no Espaço de Estados foi feita corretamente.

Com o auxílio do software Matlab, foi plotada a resposta ao degrau desta função, a qual ficou como mostrado abaixo:

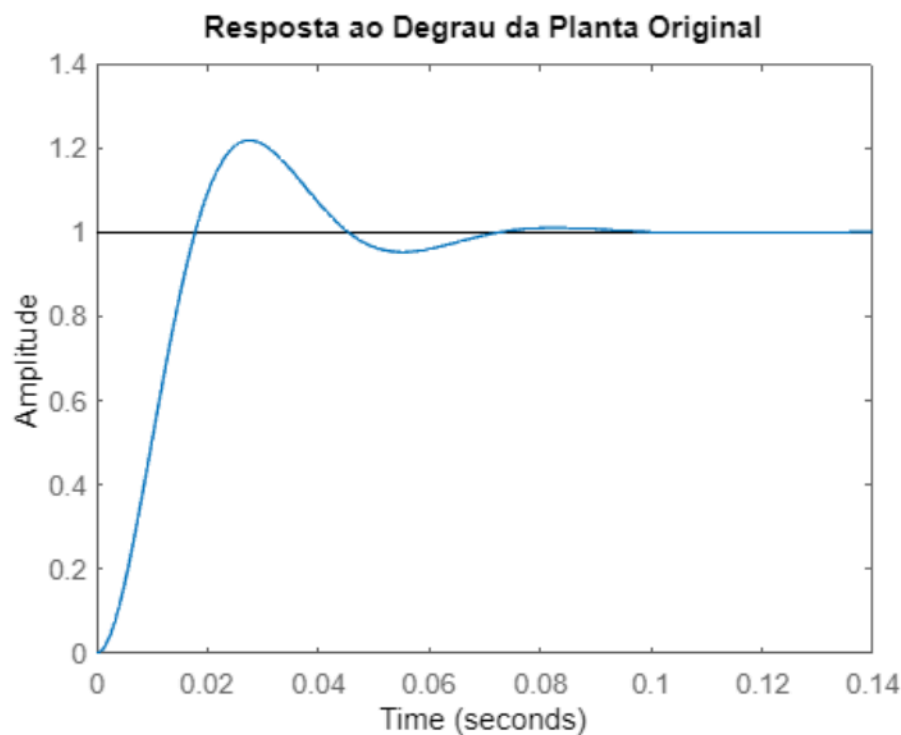


Figura 4: Resposta ao Degrau Planta Original [Fonte: Autoria Própria]



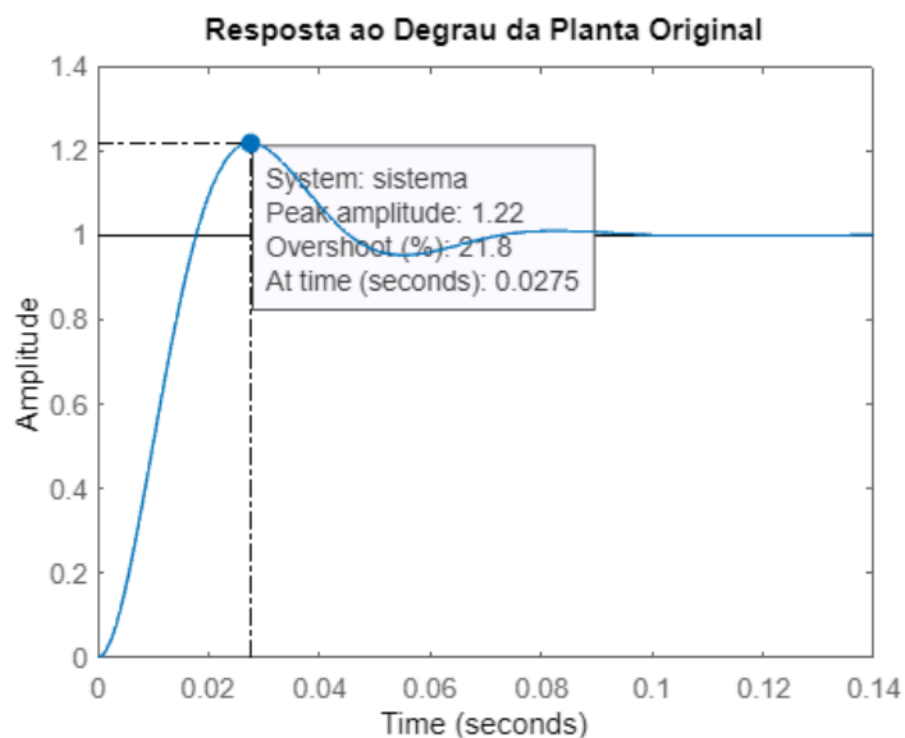


Figura 5: Sobressinal Planta Original [Fonte: Autoria Própria]

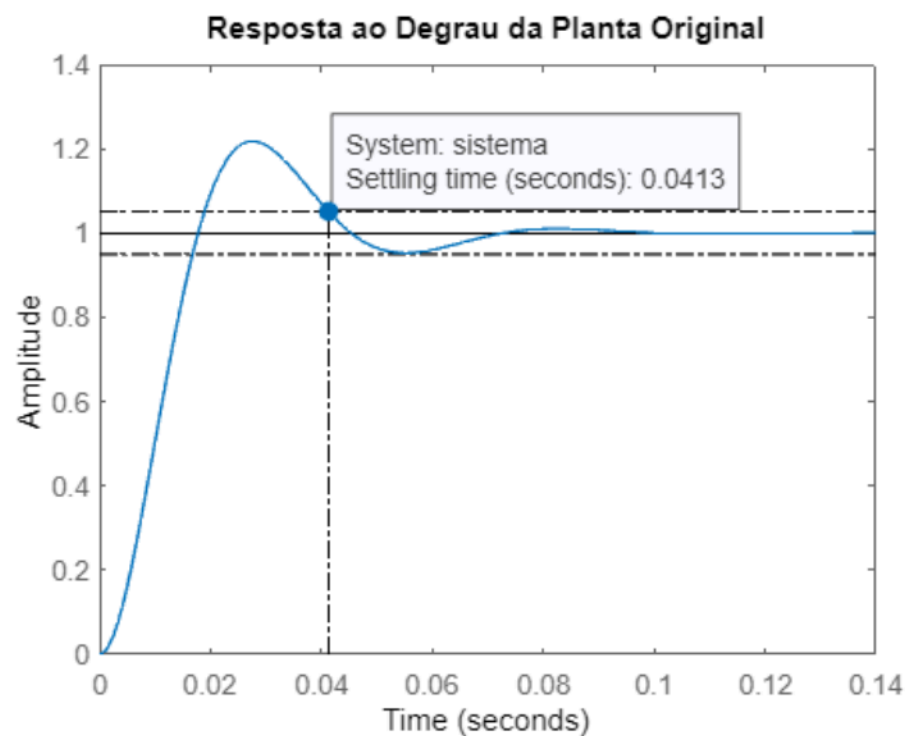


Figura 6: Tempo de Acomodação Planta Original [Fonte: Autoria Própria]

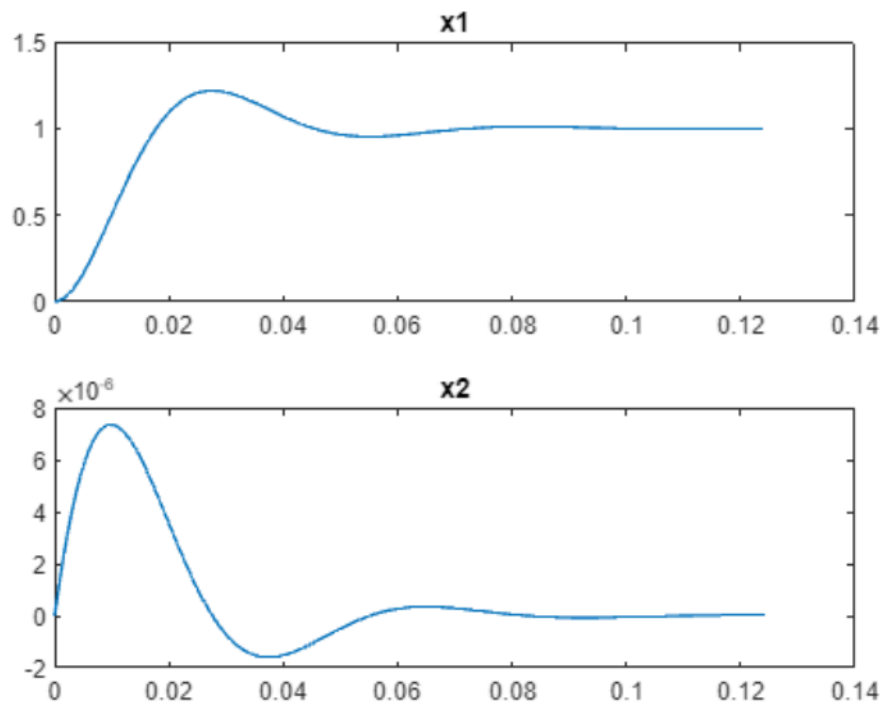


Figura 7: Resposta de x1 e x2 ao Degrau [Fonte: Autoria Própria]

No entanto, como é possível de se perceber esta planta não atende aos requisitos do projeto. Por conta disso, foi elaborado um controlador para esta planta.

### 3.2) Projeto do Controlador/Servossistema por Alocação de Pólos

Para este projeto, foram calculados os valores de  $\zeta$  e  $\omega_n$ . Para estes cálculos foram usadas as equações abaixo, substituindo os valores que já são conhecidos, no caso  $M_p$  e  $ts_{5\%}$ .

$$M_p = e^{(-\pi \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}})} \quad ts_{5\%} = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n}$$

A partir destas equações, e da substituição dos valores conhecidos na mesma, obteve-se o valor de  $\zeta = 0.591155033798898$  e  $\omega_n = 2.029924353834095e+02$ . A partir desses valores foi possível o cálculo dos pólos de malha fechada do sistema. Isso foi feito conforme as equações abaixo:

$$s_1 = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -120.00000000000000 + 163.7251624610209i$$

$$s_2 = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -120.00000000000000 - 163.7251624610209i$$

$$s_3 = 10 \cdot \sqrt{(-\zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})^2} = -2029.924353834096$$

Estes polos encontrados, são os autovalores do sistema, ou seja, os pólos de malha fechada desejados. O terceiro polo foi calculado de forma a ser um autovalor adicional para o projeto, sendo um valor mais alto que a parte real de s1 para maior estabilidade.

A partir destes valores, observou-se que este sistema não possui polo em zero, fazendo com que seja feito o projeto utilizando o método para projeto de servosistemas de tipo zero, onde o diagrama de blocos é apresentado abaixo:

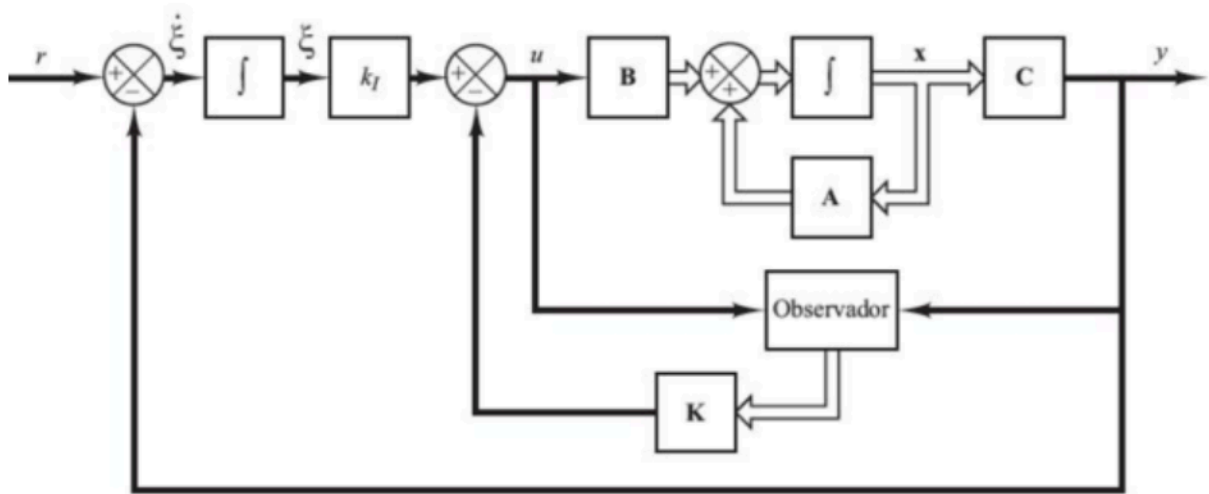


Figura 8: Diagrama de Blocos do Controlador [Fonte: Material do Professor]

As matrizes  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são obtidas conforme as equações a seguir, e  $P = [p_1 \ p_2 \ p_3]$ . A matriz  $K$  é obtida utilizando a fórmula de Ackermann, como mostrado abaixo também.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{K} = [K \quad -k_I]$$

Figura 9: Equações do Controlador [Fonte: Autoria Própria]

A partir destas equações e com o auxílio matemático do software Matlab, foi obtido a matriz de ganhos do controlador como sendo:

$$K_{\text{chapeu}} = [31.984078388 \quad 1347977.578637396 \quad -5221.450388694]$$

Além disso, com os dados do controlador, foi obtida a seguinte resposta ao degrau para o sistema controlado:

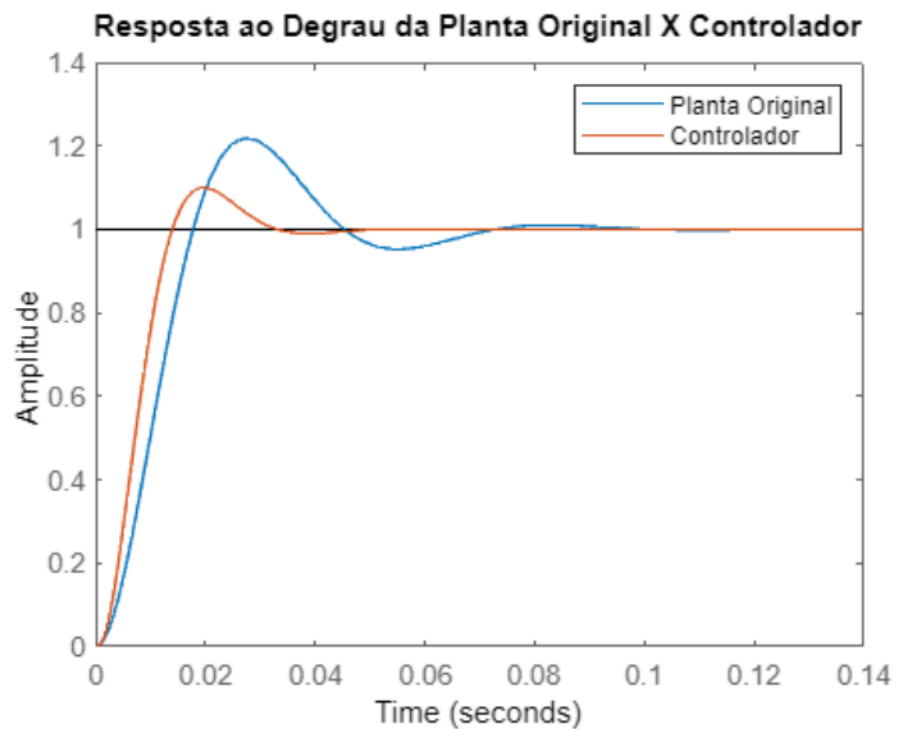


Figura 10: Resposta ao Degrau Planta Original e Controlador [Fonte: Autoria Própria]

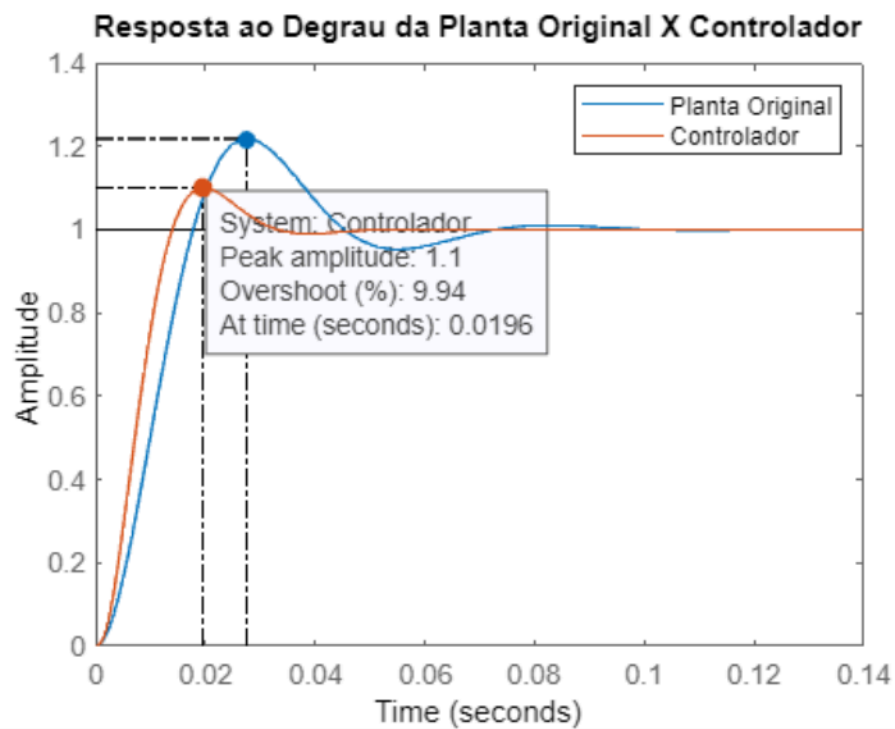


Figura 11: Sobressinal Controlador [Fonte: Autoria Própria]

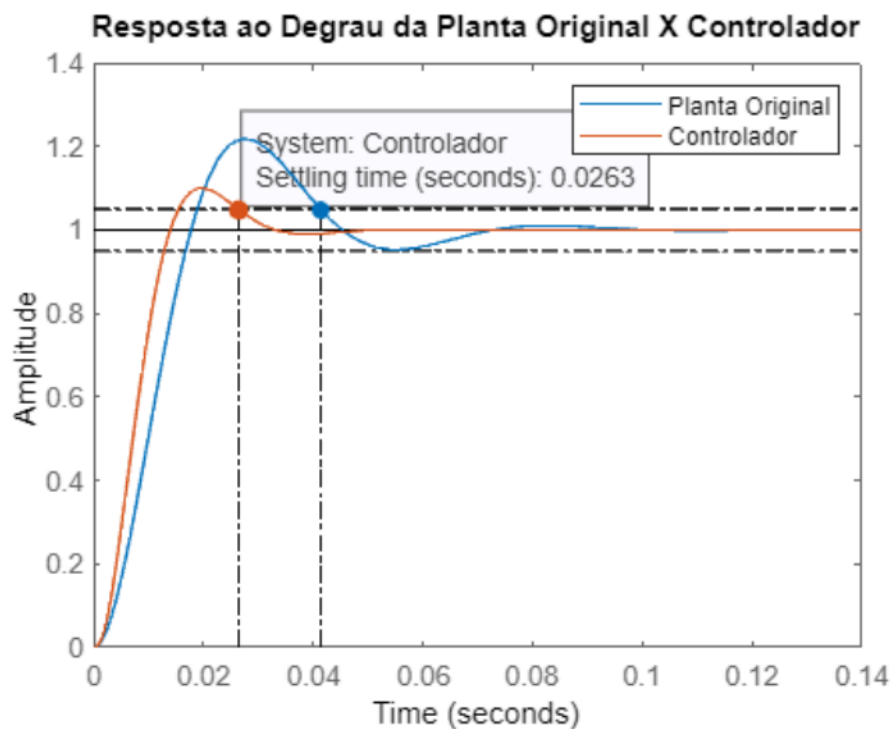


Figura 12: Tempo de Acomodação Controlador [Fonte: Autoria Própria]

Como é possível de se observar, pelos dados mostrados no gráfico, o sistema controlado satisfaz em grande parte os requisitos de projeto. Uma tabela com o comparativo da planta original e da planta controlada é mostrado abaixo:

Tabela 1: Comparativo entre Desejado, Planta Original e Planta Controlada

Parâmetros	Desejado	Planta Original	Planta Controlada
Mp	10 %	21,8 %	9,94 %
ts5%	25 ms	41,3 ms	26,3 ms

A partir dos resultados contidos na tabela, é visto que a planta controlada chega muito próxima aos valores desejados, no entanto, somente o tempo de acomodação não chegou ao valor esperado, mas sim a um valor próximo. Isso pode ter ocorrido por conta de algumas simplificações ou também por algum equívoco de ao colocar os parâmetros para simulação.

### 3.3) Observador de Ordem Plena

Como é difícil obter as variáveis de estado diretamente em sistemas físicos, costuma-se usar um observador para estimá-las. Neste projeto, foi pedido para criar um observador de ordem plena. O esquema em blocos desse observador está representado na figura abaixo, tendo como entrada um degrau unitário ( $r$ ) e a saída  $Y$ .

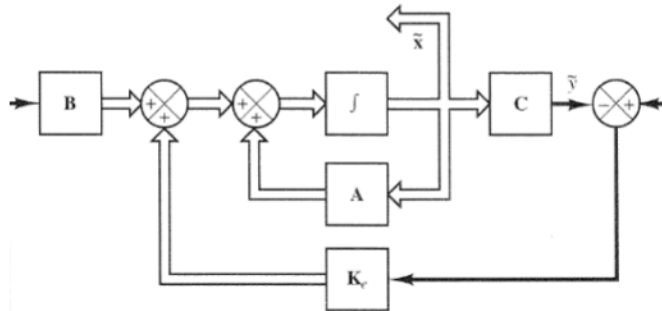


Figura 13: Diagrama de Blocos do Sistema Observador [Fonte: Material do Professor]

Por ser um observador de ordem plena, a ordem do observador é a mesma da planta. Dessa forma, os pólos de malha fechados usados foram  $S1$  e  $S2$ . Como esse sistema é dado por um sistema semelhante ao observado com uma comparação da saída do sistema com a do observador, onde o erro tem um ganho determinado por  $K_e$ . Com esses parâmetros determinados, foi feita a simulação no matlab e se obteve a resposta apresentada na figura a seguir, onde é possível atestar o funcionamento do sistema, visto que a resposta ao degrau do observador e do sistema estão sobrepostas.

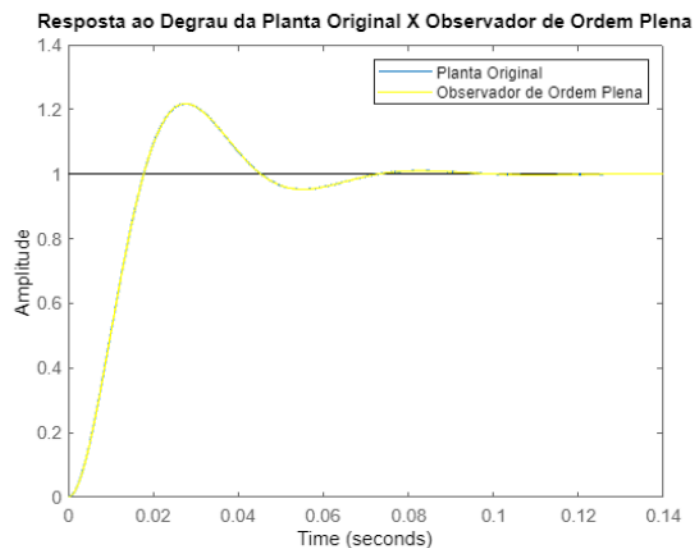


Figura 14: Resposta ao Degrau Planta Original e Observador [Fonte: Autoria Própria]

O diagrama do sistema completo está representado na figura abaixo.

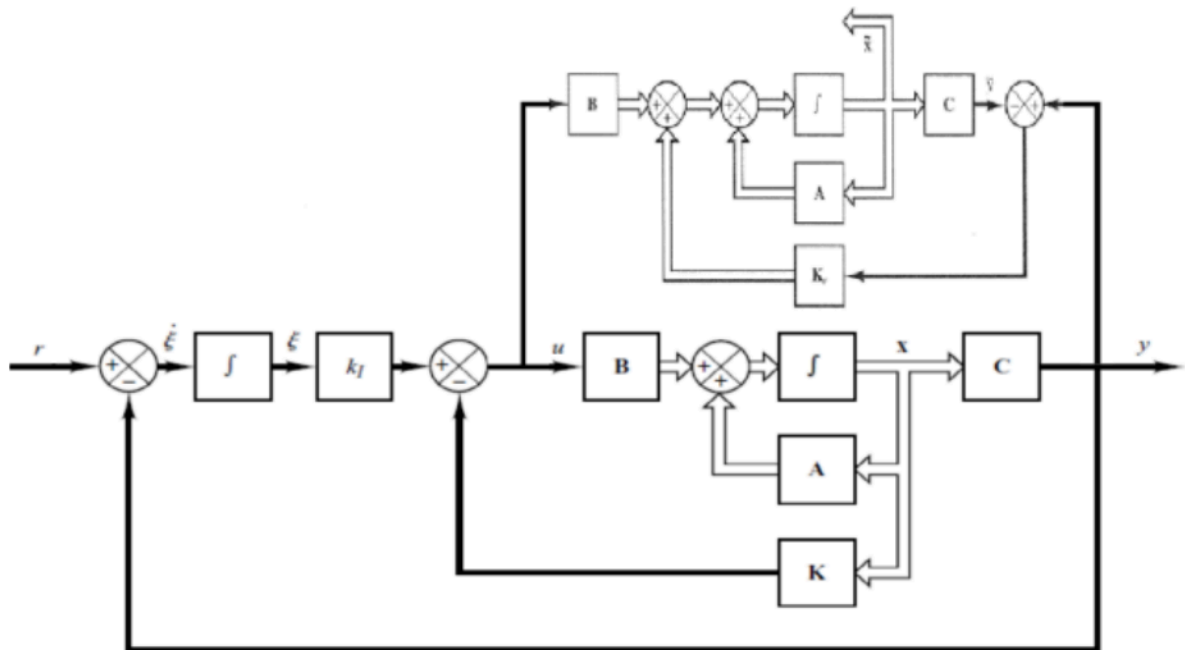


Figura 15: Diagrama de Blocos do Sistema Completo [Fonte: Autoria Própria]

A comparação das saídas do sistema original, controlado e do observador é mostrado na imagem abaixo:

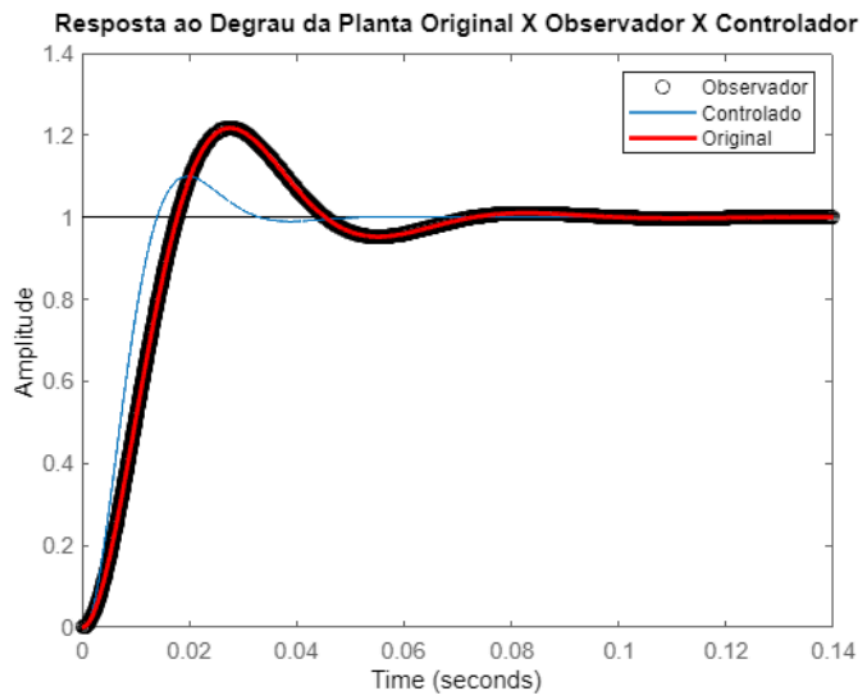


Figura 16: Resposta ao Degrau Observador, Controle e Original [Fonte: Autoria Própria]

### 3.4) Equações Recursivas

Um dado importante para as equações recursivas é o período de amostragem. No trabalho anterior, um bom valor de amostra eram 10 amostras, com isso dando um período de 3,837 ms. No entanto, este valor não satisfaz as necessidades deste novo projeto, sendo que nas simulações não se obtiveram bons resultados. Entretanto, com valores na faixa de 100 $\mu$ s se obteve resultados semelhantes aos originais, desta forma, o período escolhido foi o de 100 $\mu$ s.

A partir do período, e das equações recursivas do sistema controlado e com observador, obtiveram-se as seguintes saídas:

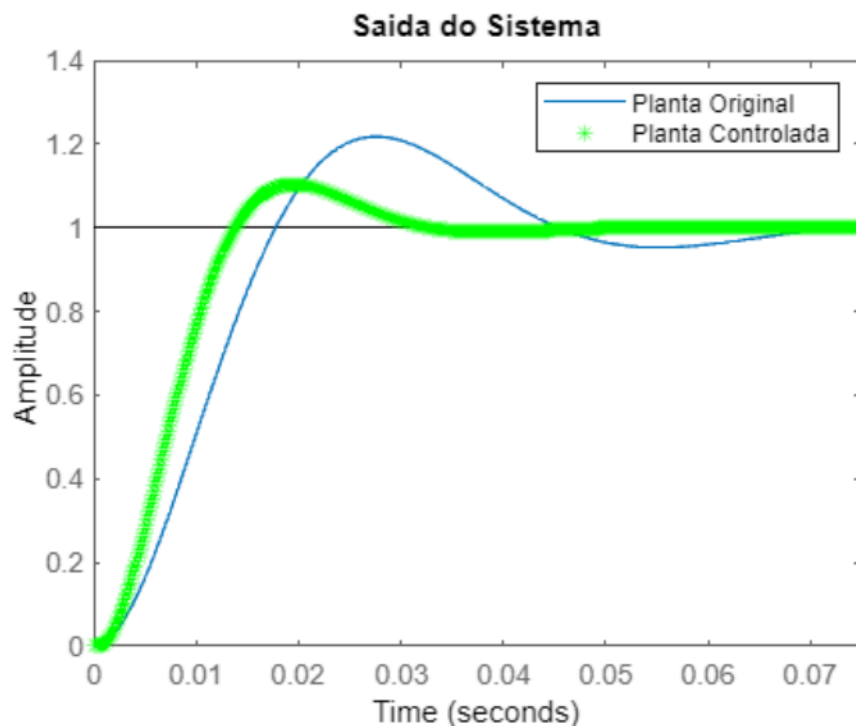


Figura 17: Simulação do Sistema Completo com Controlador, Observador e Planta [Fonte: Autoria Própria]



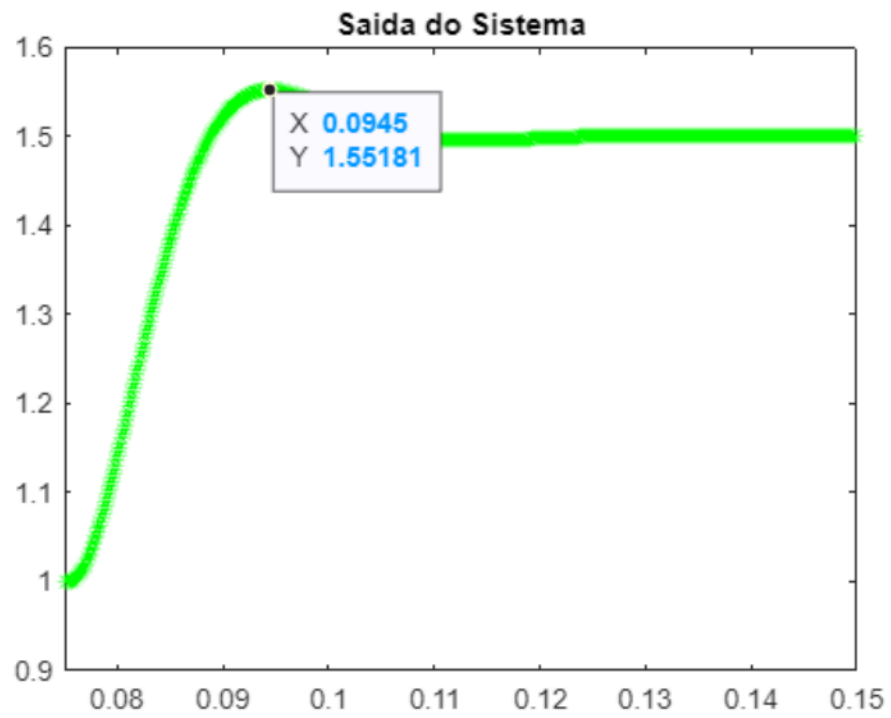


Figura 18: Saída Eq. Recursivas Completo [Fonte: Autoria Própria]

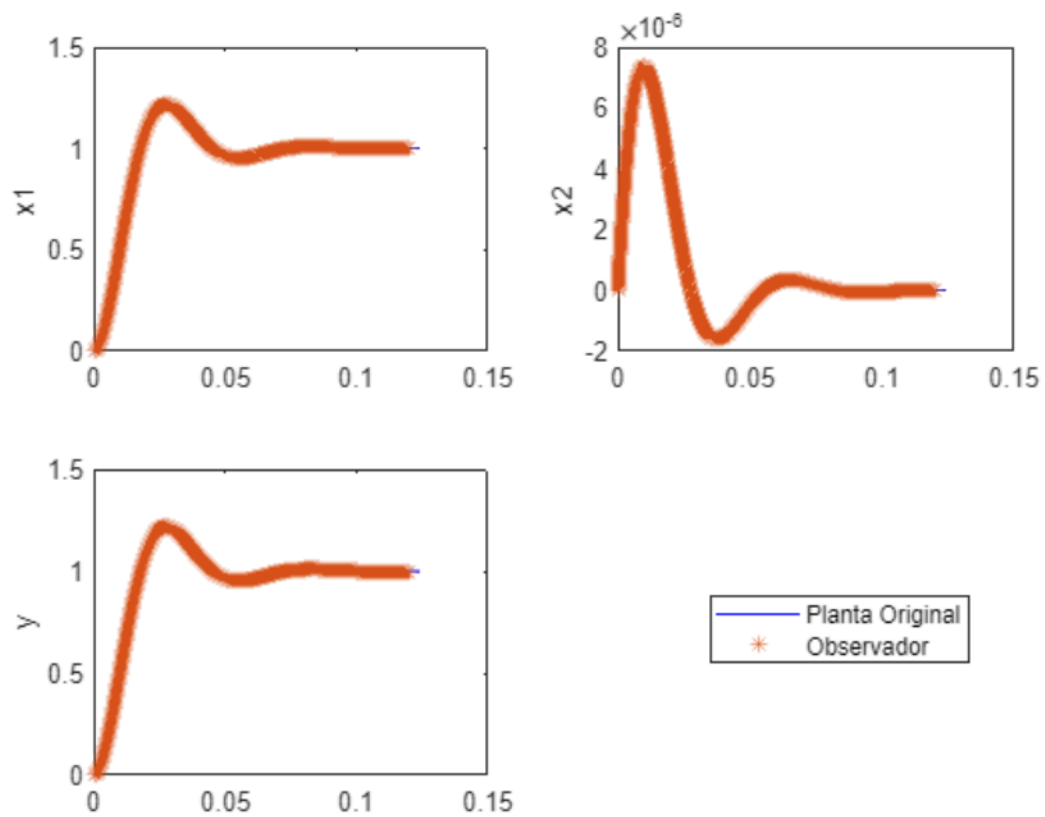


Figura 19: Simulação do Observador e Planta [Fonte: Autoria Própria]

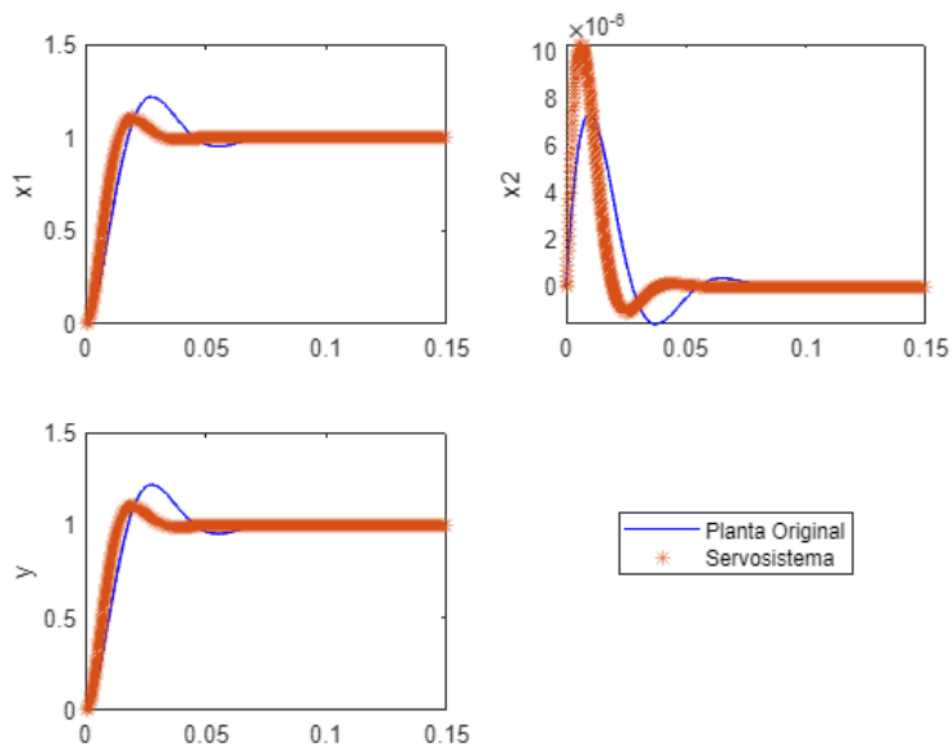


Figura 20: Simulação do Servosistema e Planta [Fonte: Autoria Própria]

Além da saída, um ponto importante para ser destacado e também analisado é a amplitude máxima da ação de controle  $U$ . Ela pode ser analisada a partir da imagem abaixo:

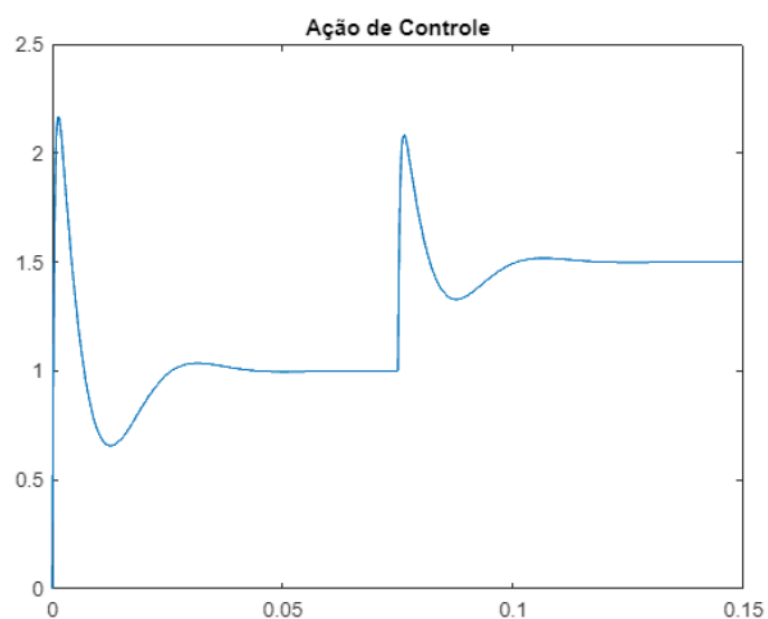


Figura 21: Ação de Controle [Fonte: Autoria Própria]

Como é possível observar a partir da imagem, a ação de controle está dentro dos limites de tensão, podendo assim ser utilizado em microcontroladores que possuem tensão máxima de 3V.

#### 4 TESTE PRÁTICO

Como a ação de controle foi dada como satisfatória, foi feito o teste prático com microcontrolador. Para isso os seguintes dados foram enviados ao professor:

- Matrizes do modelo da planta: A, B, C e D.
- Matriz de ganhos do controlador:

$$- K\_chapeu = [31.984078388 \quad 1347977.578637396 \quad - 5221.450388694]$$

- Matriz de ganhos do observador:
$$- K_e = [129,46559 ; 0,0010876]$$
- Período de amostragem  $T = 100\mu s$

Com esses dados e um programa pronto do professor foi possível ver a saída do sistema, quando ele for alimentado com um PWM. Desta forma, a saída obtida foi a seguinte:

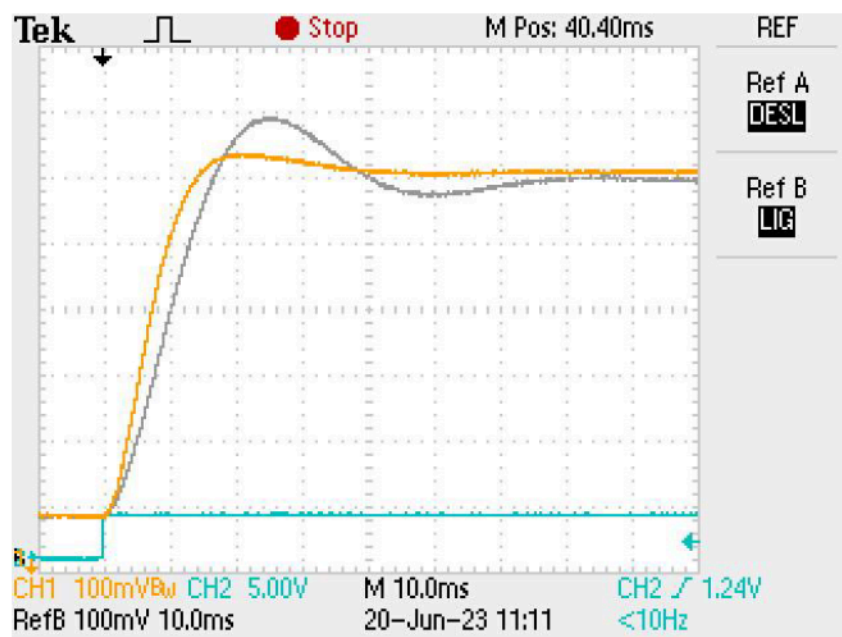


Figura 22: Sistema Original e Sistema Final [Fonte: Autoria Própria]

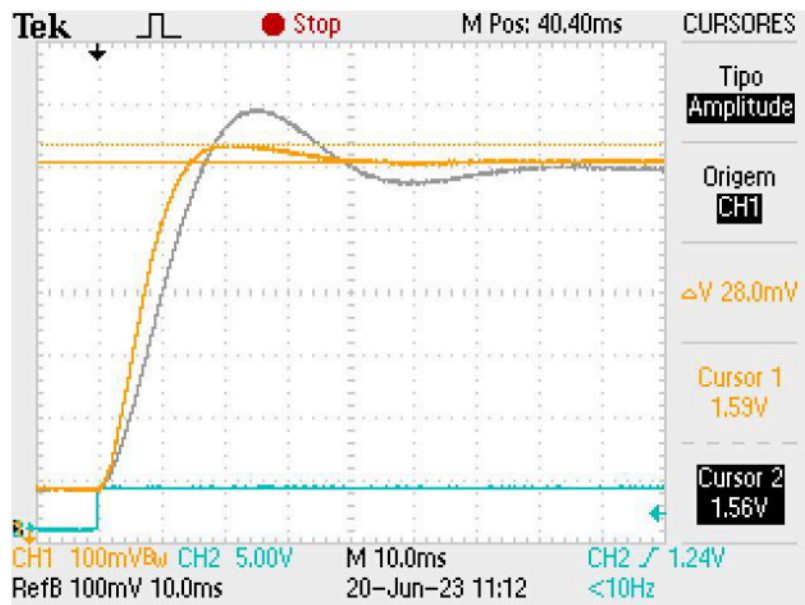


Figura 23: Sistema Original e Sistema Final com  $\Delta 1$  [Fonte: Autoria Própria]

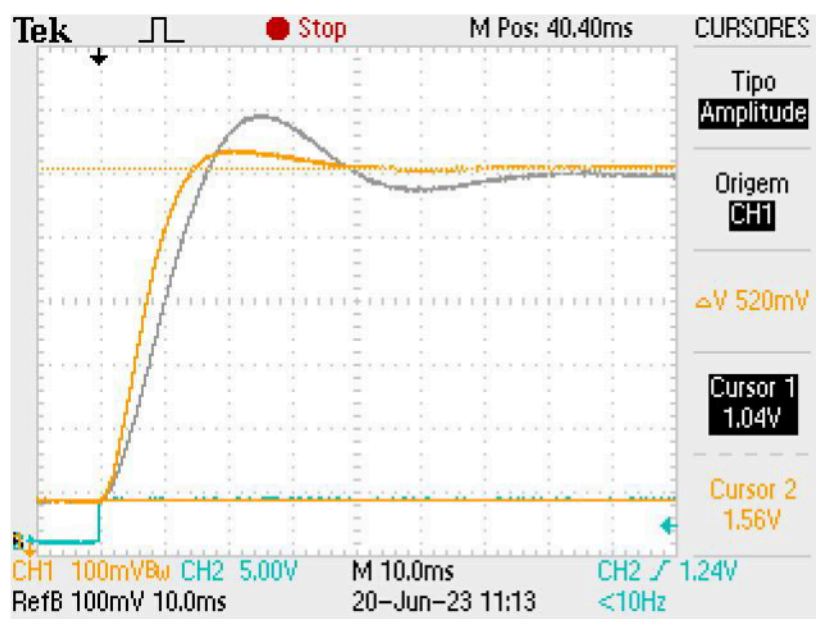


Figura 24: Sistema Original e Sistema Final com  $\Delta 2$  [Fonte: Autoria Própria]

A partir da análise dos dados das imagens, é possível fazer os cálculos para achar o valor de  $M_p$  e , conforme mostrado abaixo.

$$\Delta 1 = 28 \text{ mV}$$

$$\Delta 2 = 520 \text{ mV}$$

$$M_p = \frac{\Delta 1}{\Delta 2}$$

$$M_p = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{520 \cdot 10^{-3}}$$

$$M_p = 5,4 \%$$

Tabela 2: Comparativo entre Desejado, Planta Original, Planta Controlada e Teste Prático

Parâmetro	Desejado	Planta Original	Planta Final	Teste Prático
Mp	10 %	21,8 %	9,94 %	5,4 %

Como é possível de perceber a partir dos dados da tabela, o resultado obtido com o teste prático foi melhor do que o esperado. Apesar de não ser o valor desejado, é importante destacar que o valor desejado do projeto é o valor máximo, então valores menores não são inadequados.

## 5 CONCLUSÃO

Durante a execução deste projeto, foi constatado que o sistema de controle atendeu aos requisitos estabelecidos, com exceção do tempo de acomodação, que apresentou valores ligeiramente superiores aos desejados. No entanto, essa discrepância pode ser corrigida por meio da alteração de alguns parâmetros de simulação. Além disso, foi verificado o correto funcionamento do observador de ordem plena.

No que diz respeito aos valores em regime permanente, eles satisfazem os requisitos estabelecidos, uma vez que tanto no degrau de 1V quanto no de 1V a 1.5V, o erro em regime permanente foi nulo ou próximo de zero. Além disso, através do teste prático, foi possível observar a resposta da planta a um sinal de entrada PWM, que gerou um degrau de 1V a 1.5V, e a saída do sistema foi devidamente representada. Esse teste também foi realizado de acordo com os requisitos estabelecidos no projeto.

## REFERÊNCIAS

BONFIM, Márlío José do Couto. **CAP. 5 FILTROS ATIVOS**. Disponível em: <http://www.eletrica.ufpr.br/marlio/te054/capitulo5.pdf> . Acesso em: 10 mai. 2023.

NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 6 ed. São Paulo: Editora LTC, 2012.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2010.