

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE SANTA

CATARINA – CÂMPUS FLORIANÓPOLIS

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE ENGENHARIA ELETRÔNICA

EMMANUEL REITZ GUESSER

PROJETO CONTROLADOR DIGITAL

Professor: Prof. Flabio Alberto Brademaker Batista, Dr.

Disciplina: Sistemas de Controle II

FLORIANÓPOLIS, 2023

1 INTRODUÇÃO

Os controladores digitais desempenham um papel fundamental na aprimoração da resposta de sistemas, tanto durante o período de transição quanto em estado estacionário. Esses controladores são implementados por meio de rotinas de programação em microcontroladores, possibilitando a aplicação de algoritmos para ajustar e otimizar o desempenho de um sistema. Isso proporciona uma maneira eficaz de aperfeiçoar o comportamento do sistema de forma precisa e controlada.

Este relatório tem como propósito documentar o desenvolvimento teórico e prático de um projeto de um controlador digital e a aplicação dos conceitos de sistemas de controle e controle digital.

2 PLANTA ANALÓGICA

A planta proposta é o circuito seguinte juntamente com a resposta esperada:

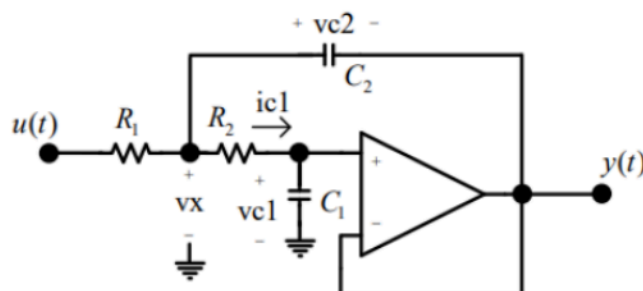


Figura 1 – Circuito da Planta

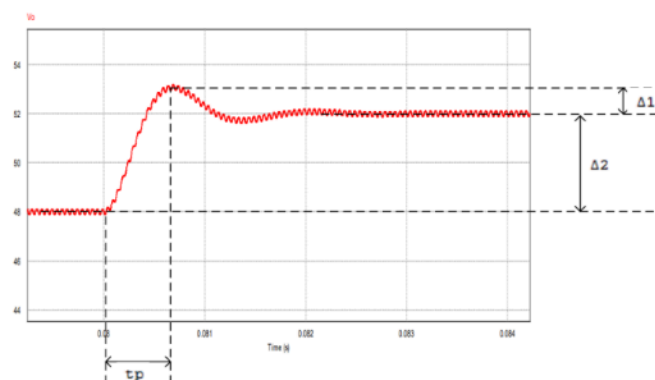


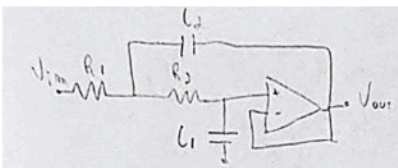
Figura 2 – Resposta esperada da Planta

Foram utilizados os seguintes componentes do circuito:

- $R1=40k\Omega$
- $R2=18k\Omega$
- $C1=100nF$
- $C2=680nF$
- LF351

3 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA NO ESPAÇO DE ESTADOS

Para a representação no espaço de estados, primeiro precisamos definir as variáveis de estado, de acordo com minha matricula vamos utilizar V_{C1} e i_{C1} . Dado as condições, segue abaixo o equacionamento:



$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{C1} \end{bmatrix}$$

$$i_{C1} = C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{V_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} i_{C1} \Rightarrow \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1} x_2$$

$$i_{C2} = C_2 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt} = i_1 - i_{C1}$$

$$i_1 = \frac{V_{C2}}{R_1} = \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R_1}$$

$$C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R_1} - \frac{V_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{V_{C2}}{R_1 C_2} - \frac{V_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{V_{C2}}{R_2 C_2}$$

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{V_{C2}}{R_1 C_2} - \frac{i_{C1} R_2}{R_1 C_2} - \frac{V_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{i_{C1}}{C_2}$$

$$\frac{di_{C1}}{dt} = \frac{V_{C2}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1}}{R_1 C_2} - \frac{V_{C1}}{R_1 R_2 C_2} - \frac{i_{C1}}{R_2 C_2}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{R_1 R_2 C_2} x_1 + \left(-\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \right) x_2 + \frac{1}{R_1 R_2 C_2} V$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_1 \\ -1/R_1 R_2 C_2 & -1/R_1 C_2 - 1/R_2 C_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/R_1 R_2 C_2 \end{bmatrix} \cdot V$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_1 \\ -1/R_1 R_2 C_2 & -1/R_1 C_2 - 1/R_2 C_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/R_1 R_2 C_2 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0] \quad D = 0$$

Figura 3 – Equacionamento das variáveis de estado

Como visto na figura 3, temos as matrizes A, B, C e D, através delas e com o auxílio do Matlab, plotamos a resposta ao degrau do sistema, afim de ver o comportamento da saída e das variáveis de estado Vc1 e Ic1.

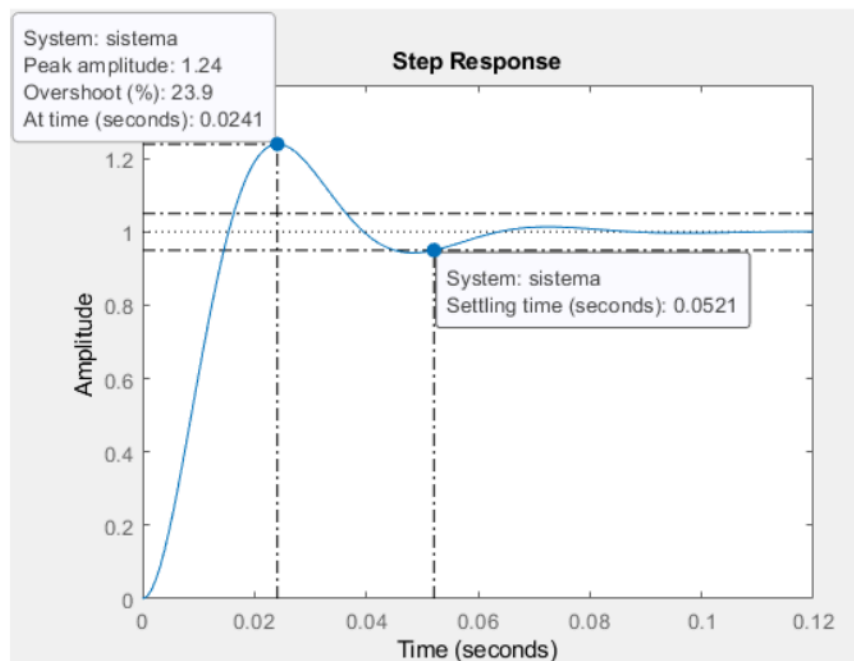


Figura 4 – Resposta ao degrau do sistema

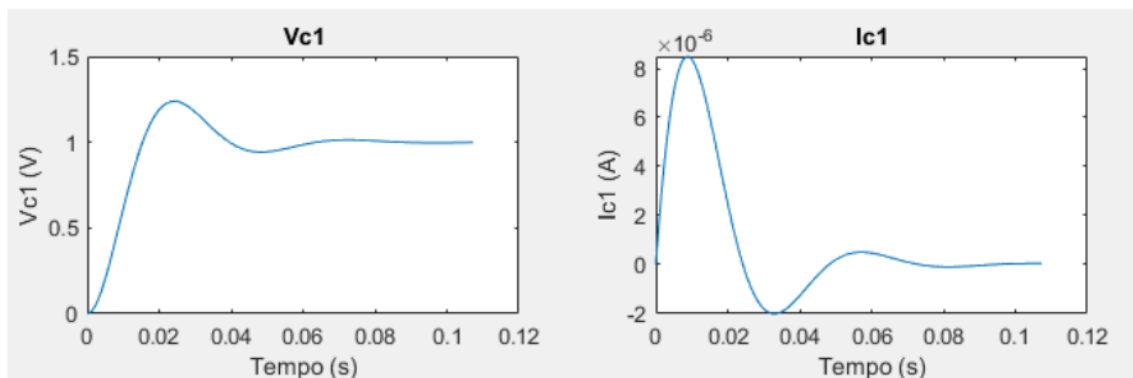


Figura 5 – Comportamento das variáveis de estado

Na figura 4 vemos a resposta ao degrau do sistema, como pôde-se observar temos um sistema estável com acomodação em 1, sobressinal de 23.9% e um tempo de acomodação (5%) de 52.1 ms.

Na figura 5 também é possível ver o comportamento das variáveis de estado Vc1 e Ic1.

Afim de validar os resultados obtidos anteriormente, foi feita a simulação da planta analógica utilizando o Psim. Na figura 6 pode ser visto o circuito montado.

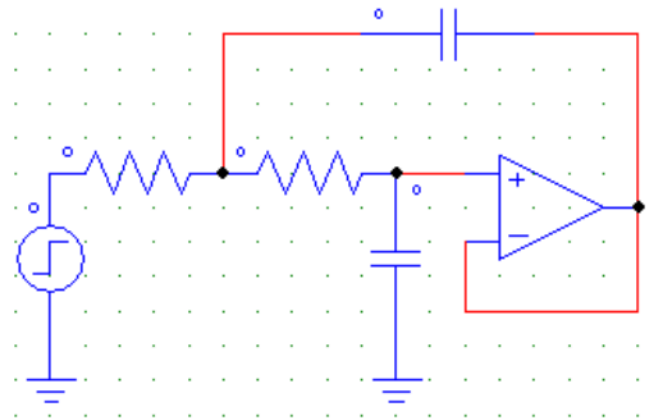


Figura 6 – Circuito montado

Na figura 7 pode ser visto a resposta do circuito a entrada de um degrau unitário.

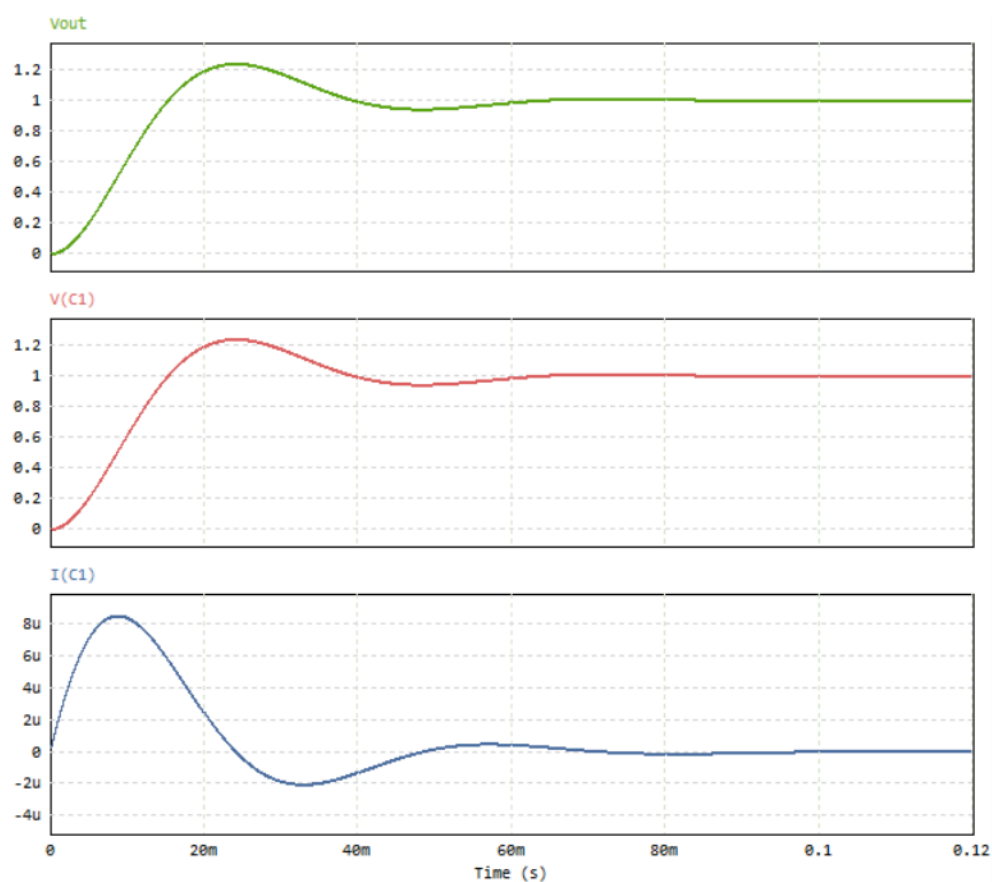


Figura 7 – Resposta do circuito

Comparando a simulação do circuito com o resultado obtida a partir das variáveis de estado, temos que as respostas coincidem validando as matrizes A, B, C e D encontradas após os cálculos. Logo agora é possível prosseguir para o projeto do controlador e do observador.

4 PROJETO CONTROLADOR

Para o controlador foi especificado que ele deveria um tempo de acomodação de 20ms, sobressinal de 16% e ter erro nulo em regime permanente para a resposta ao degrau.

A partir dos requisitos obtemos o zeta e ω_n para o cálculo da localização dos polos de malha fechada necessários.

$$Mp(\zeta) = e^{-\pi \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \therefore \zeta = 0.5039$$

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta * Ts_{5\%}} = 297.6927$$

Calculando agora os locais dos polos de malha fechada desejados para o sistema, foi também calculado um terceiro polo este sendo adicional 10x maior que s_1 para maior estabilidade.

$$S_1 = -\zeta \omega_n + j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = -1500 + 257.14i$$

$$S_2 = -\zeta \omega_n - j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = -1500 - 257.14i$$

$$S_3 = 10 * |S_1| = -2976.969$$

Como o sistema não possui nenhum polo em zero, em malha fechada ele possui em erro ao degrau, logo é necessário adicionar um integrador resultando em um servossistema de tipo 0, seu diagrama é representado abaixo na figura 8.

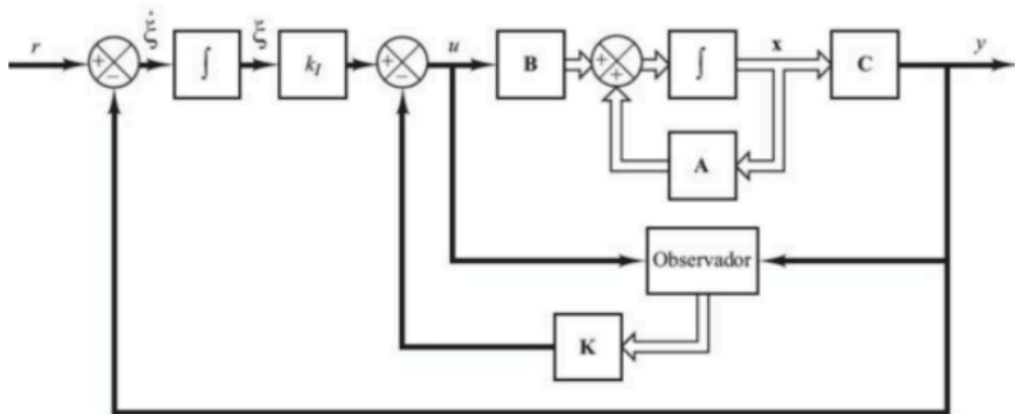


Figura 8 – Diagrama do Controlador

As matrizes A e B chapéu são formadas da seguinte forma, já a matriz de ganho K do controlador foi obtida através da fórmula de Ackermann com o Matlab.

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \quad -k_I]$$

$$K = [47.0647, 1546404.29e+06]$$

$$K_I = 1.2917e+04$$

Figura 9 – Matrizes do Controlador

Com isso temos a resposta do sistema controlado usando como entrada um degrau unitário na figura 10.

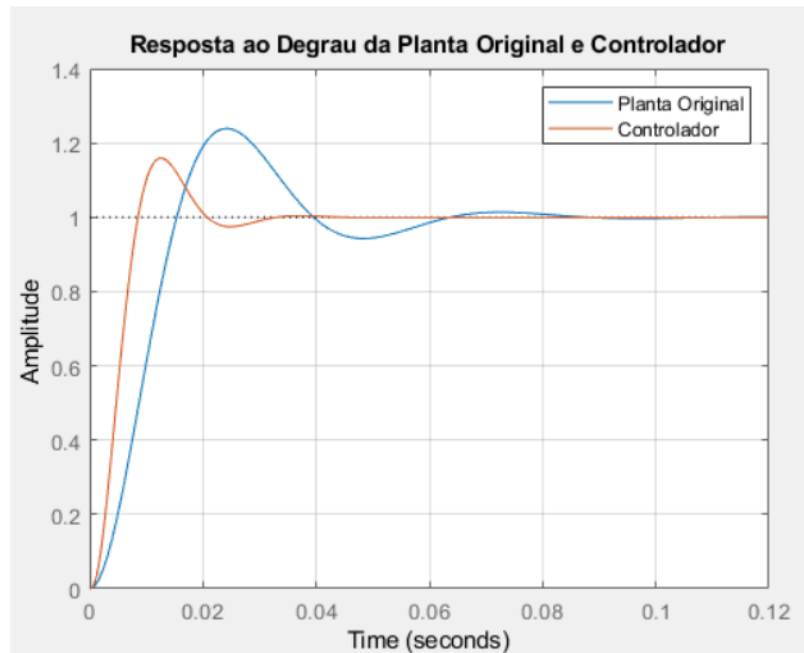


Figura 10 – Resposta da planta Original e controlada

Comparando a resposta original e a controlada temos o seguinte resultado:

	Requisitos	Planta Original	Planta Controlada
Sobresinal	16%	23.9%	16%
Tempo de Acomodação (5%)	20 ms	52.1 ms	18.1 ms

Como pode ser visto na tabela, o controlador projetado satisfaz os requisitos, com isso, prosseguiremos para o projeto do observador de ordem mínima.

5 PROJETO OBSERVADOR

Como requerido foi utilizado um observador de ordem mínima no projeto, o diagrama deste observador com a planta é representado abaixo.

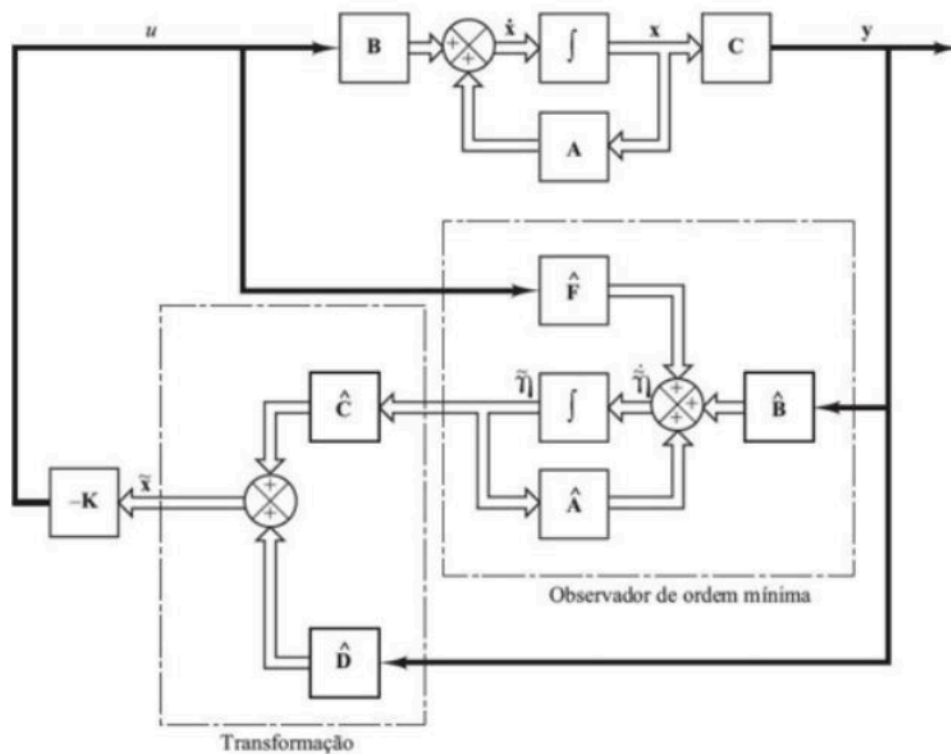


Figura 11 – Observador de ordem mínima

Como o observador de ordem mínima utilizado é um sistema de primeira ordem, foi utilizado um polo de malha fechada em $-|S1|$. Utilizando a função *acker* do Matlab, foi calculado o ganho K_e do observador utilizando as seguintes matrizes auxiliares.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix}$$

Foi obtido um ganho de 1.7923e-05, com isso, foi possível calcular as matrizes do observador da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \\ \hat{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa} \\ \hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a\end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{K}_e \end{bmatrix}$$

Aplicando as matrizes no observador temos o seguinte resultado.

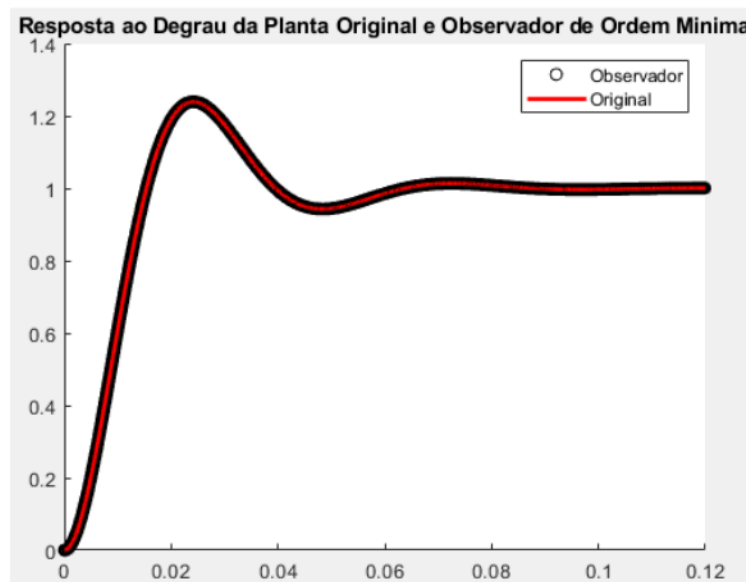


Figura 12 – Resposta do Observador

Como podemos ver na figura 12, o observador estima perfeitamente a saída da planta possibilitando o controle da mesma.

Na figura 13 temos a representação do diagrama do sistema completo.

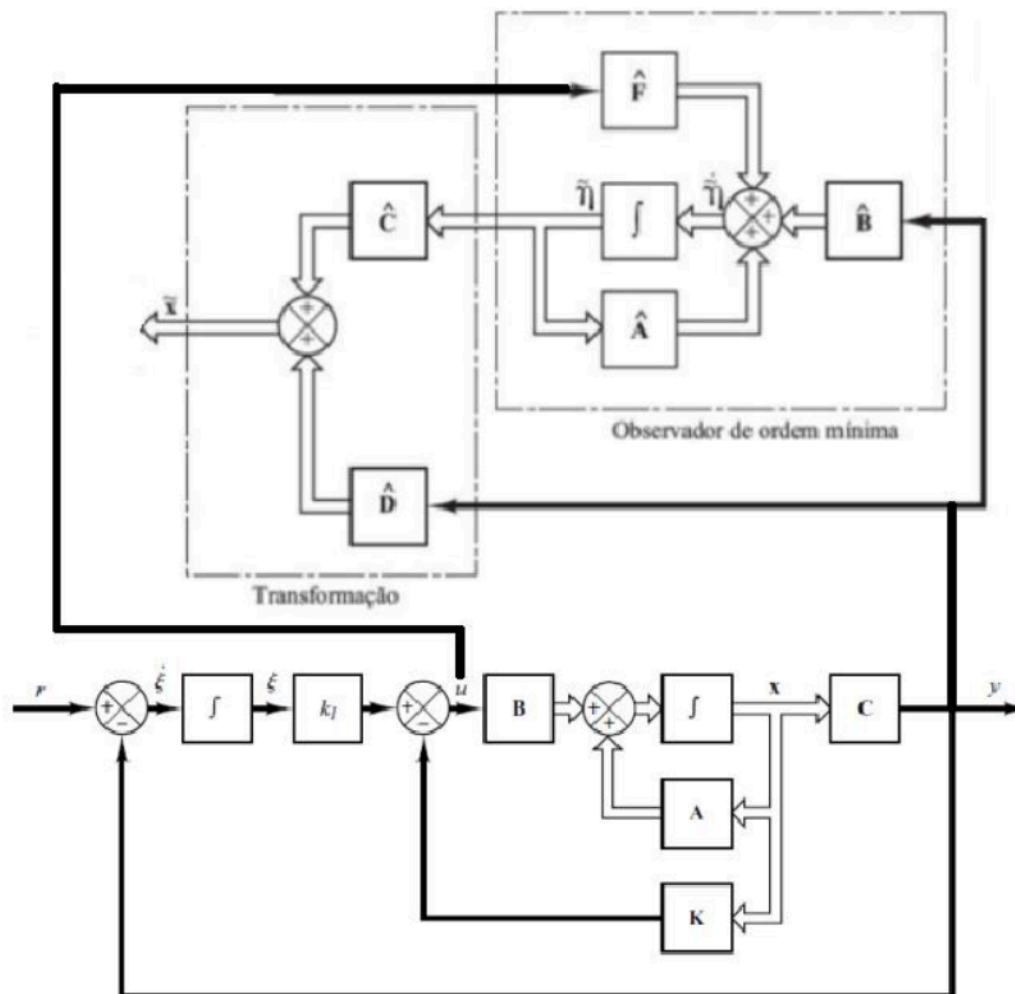


Figura 13 – Diagrama Completo

6 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES RECURSIVAS

Agora com o controlador e o observador calculados foi possível montar um programa com as equações recursivas de controle, após alguns testes constatou-se que seria necessária uma taxa de amostragem de 100us para um bom resultado na figura 14, as variáveis de estado também podem ser vistas na figura 15.

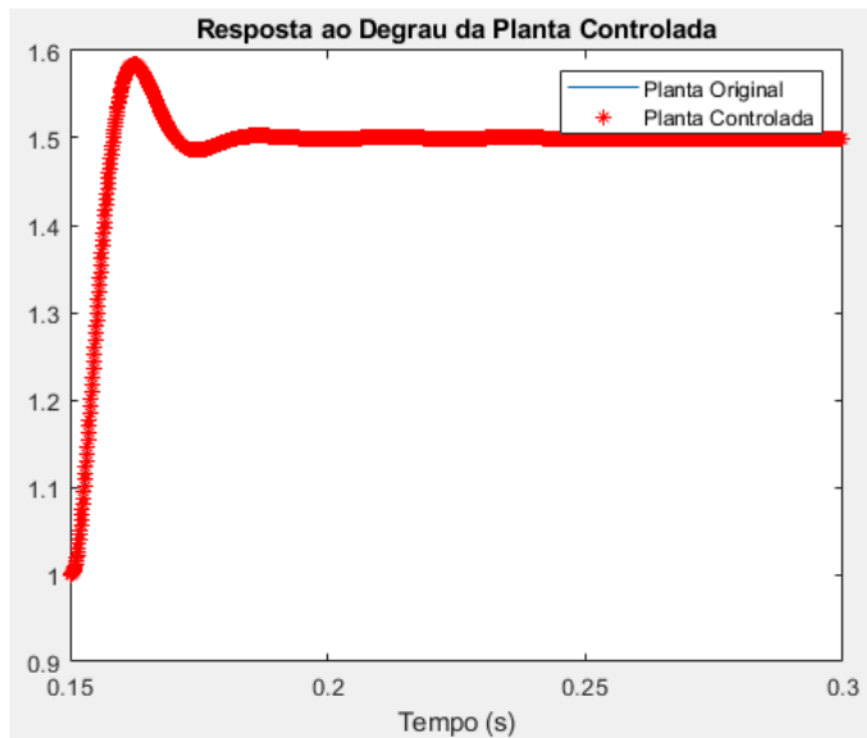


Figura 14 – Resposta do Sistema com EQ Recursiva

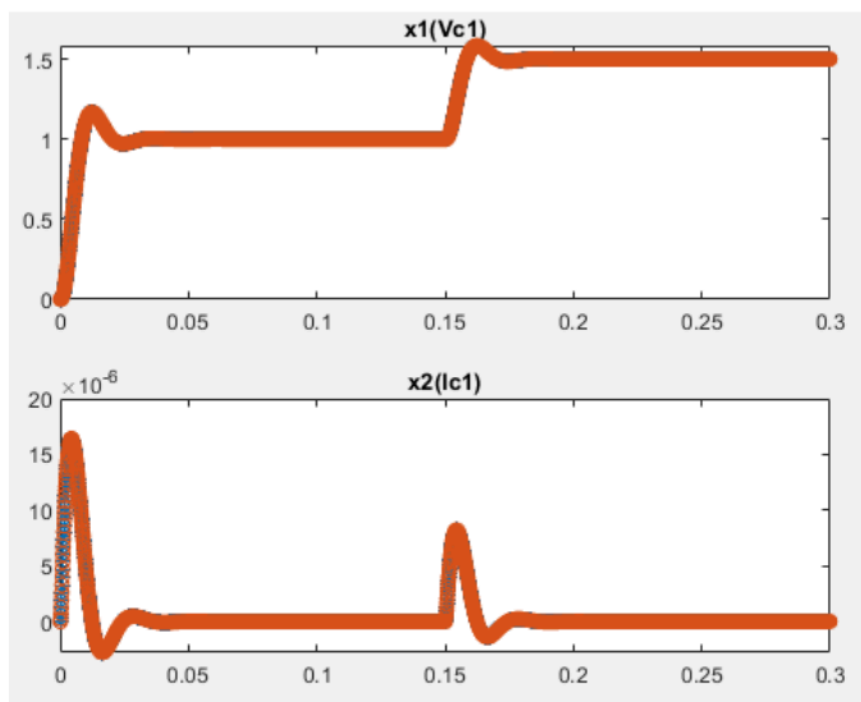


Figura 15 – Comportamento das Variáveis de Estado

Como visto acima, as equações recursivas utilizadas sobrepõem os gráficos criados com a função *step*, validando o resultado obtido.

Na figura 16 podemos ver a ação de controle, ela atinge um pico de 2.848V, logo poderia tranquilamente ser aplicada em um microcontrolador visto que não saturaria a saída dele pois não chega há 3.3V.



Figura 16 – Ação do Controlador

7 CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos durante a execução do projeto do controlador digital, é possível concluir que os valores em regime permanente atenderam e o sobressinal obedeceram aos requisitos estabelecidos.

Além disso, a execução prática permitiu a aplicação efetiva dos conceitos relacionados ao controle utilizando variáveis de estado, destacando a aplicabilidade dos conhecimentos teóricos adquiridos.

A análise dos resultados obtidos com simulação confirma que o desempenho alcançado está muito próximo do especificado, evidenciando a efetividade da abordagem adotada. Em resumo, a conclusão geral é de que o projeto de controle digital foi bem-sucedido, atendendo aos objetivos propostos e proporcionando uma sólida compreensão prática dos conceitos envolvidos.