

# Discussão



- Quais as vantagens de agrupar os clientes de uma empresa em grupos homogêneos?
- Como / para que a empresa pode utilizar esses agrupamentos de clientes?

# Exercício



O diretor de RH deseja agrupar os funcionários da empresa em grupos homogêneos.

- Como / para que o diretor de RH pode utilizar esses agrupamentos de funcionários?
- 2. Em que características dos funcionários deve basear-se para agrupá-los



### Aplicações de cluster analysis



- Segmentação de mercados:
  - Consumidores caracterizados por variáveis que expressam hábitos de consumo.
- Classificação dos clientes de um banco
  - Com base na distribuição de seus investimentos.
  - Com base nos serviços considerados importantes
- Classificação de produtos:
  - Os produtos de um mesmo grupo são percebidos como similares pelos consumidores potenciais.
- Classificação de diferentes mercados ("praças")
  - Para analisar e definir estratégias mercadológicas.

### Aplicações de cluster analysis



### Classificação de empresas

com base em indicadores financeiros.

### Classificação das perguntas de um questionário

submetido a uma amostra piloto, para agrupar perguntas semelhantes e reduzir o questionário eliminando redundâncias.

# Classificação dos funcionários de uma empresa

a partir de variáveis que meçam seu relacionamento, envolvimento e fidelidade à mesma.

# Por que agrupar indivíduos?



Agrupar indivíduos é uma necessidade básica em qualquer área de conhecimento.

- Classificar indivíduos de forma consistente.
- Síntese de informação:
  - A informação sobre N indivíduos é reduzida de forma conveniente à informação sobre apenas k grupos.
- "Entender" melhor a população em estudo.
- Elaborar / Confirmar hipóteses.
- Previsão do comportamento de novos indivíduos.

# Segmentação de mercado

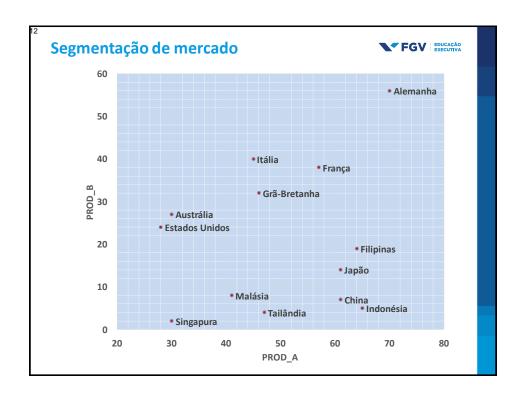


EXPORTAÇÕES EM \$mm

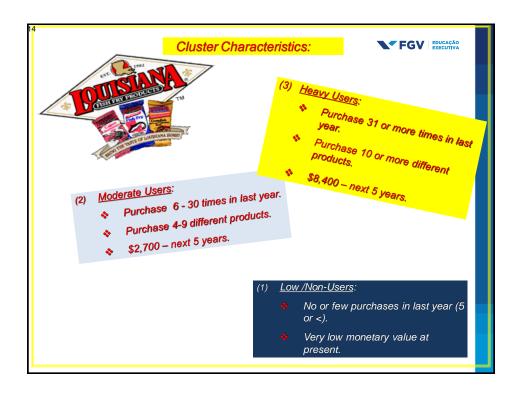
Agrupar paises cujas exportações são similares

País	PROD_A	PROD_B
Alemanha	70	56
Austrália	30	27
China	61	7
Estados Unidos	28	24
Filipinas	64	19
França	57	38
Grã-Bretanha	46	32
Indonésia	65	5
Itália	45	40
Japão	61	14
Malásia	41	8
Singapura	30	2
Tailândia	47	4

# Segmentação de mercado • Seus agrupamentos :



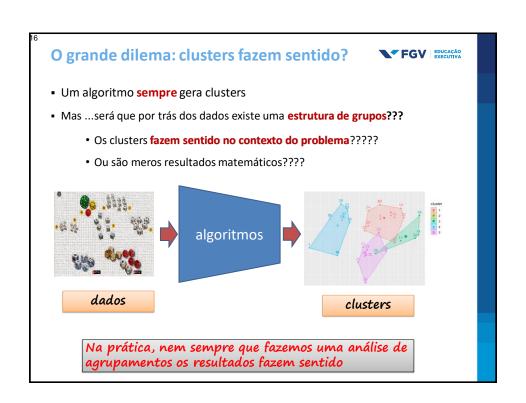
País	PROD_A	PROD_B	PROD_C	PROD_D
Alemanha	43	56	122	37
Austrália	30	27	128	<b>52</b>
China	61	7	115	32
Estados Unidos	28	24	32	63
Filipinas	64	19	109	43
França	57	38	121	24
Grã-Bretanha	46	32	18	21
Indonésia	65	5	26	41
Itália	45	40	119	46
Japão	61	14	31	18
Malásia	41	5	5	<b>56</b>
Singapura	30	2	108	79
Tailândia	47	4	3	59



# Questões em Cluster Analysis



- Qual o objetivo do estudo?
- Que variáveis utilizar para caracterizar os indivíduos ?
- Como definir a similaridade entre os indivíduos ?
- Que técnica de agrupamento utilizar ?
- Em quantos grupos vamos agrupar os indivíduos ?
- · Como descrever os grupos ?
- Como validar o resultado do agrupamento ?



# Análise de agrupamentos - Roteiro



- 1. Definir objetivos do estudo.
- 2. Selecionar indivíduos a serem agrupados
- 3. Identificar variáveis (drivers e discriminadoras)
- 4. Coletar os dados
- 5. Analisar e tratar os dados
  - Outliers
  - Missing values
  - Transformação de variáveis
  - Correlações entre variáveis , etc.
- 6. Selecionar critério(s) de parecença
- 7. Selecionar e aplicar algoritmo(s) de agrupamento
- 8. Identificar, analisar (interpretar) os agrupamentos
- 9. Validar resultados

# Exemplo de transformação 1



 $X_1$  representada a aplicação em Poupança,  $X_2$  a aplicação em Renda Fixa e  $X_3$  a aplicação em Fundo de Ações. Valores em \$1000. Agrupar em função da distribuição dos investimentos.

Qual o objetivo do banco?

Cliente	$X_1$	<b>X</b> <sub>2</sub>	<b>X</b> ₃	Total
Α	22	0	1	23
В	93	26	74	193
С	0	8	58	66
D	65	10	72	147
E	26	5	5	36
F	0	14	56	70
6	20	300	60	380
Н	68	14	90	172
I	5	26	131	162
J	100	500	60	660
K	80	320	0	400
L	55	10	0	65

# Exemplo de transformação 1 (cont.)

Dados transformados considerando a % investida em cada aplicação.

Cliente	<b>Z</b> <sub>1</sub>	<b>Z</b> <sub>2</sub>	<b>Z</b> <sub>3</sub>
A	96 0		4
В	48	13	<i>38</i>
C	0	12	88
D	44	7	49
E	72	14	14
F	0	20	80
G	5	<i>79</i>	16
Н	40	8	<i>52</i>
I	3	16	81
J	17	<b>76</b>	9
K	20	80	0
L	<b>85</b>	15	0

# Medindo distâncias / proximidade



### Dois desafios:

- 1) Medir a parecença entre os indivíduos
  - 1) Distância
  - 2) Similaridade
- 2) Medir a distância entre clusters

# Parecença de 2 indivíduos

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

s<sub>ii</sub> → semelhança entre indivíduo(i) e indivíduo (j)

d<sub>ii</sub> → distância entre indivíduo(i) e indivíduo (j)

Transformação  $d_{ij} = 1 - s_{ij}$  ou  $d_{ij} = 1 / s_{ij}$ 

Variáveis quantitativas - exemplos

Distância euclidiana Distância "city-block" (Manhattan)

Variáveis qualitativas - exemplos

Coeficiente de concordâncias simples Coeficiente de Jaccard etc.

# Parecença: Medidas de Distância



X₁ aplicação: poupança (R\$1000)

X<sub>2</sub> aplicação: dólares (US\$)

indivíduos	X1	X2
A	150	1200
В	100	2000
С	100	1500

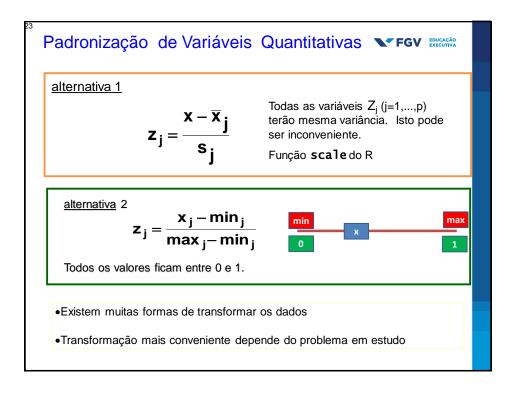
### Distância euclidiana:

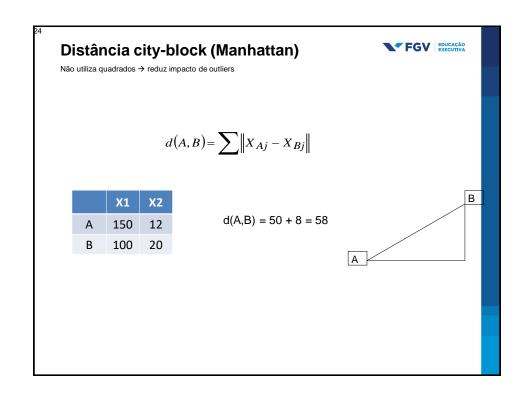
$$d(A,B) = \sqrt{(150 - 100)^2 + (1200 - 2000)^2} = 801.6$$

$$d(A,C) = \sqrt{(150 - 100)^2 + (1200 - 1500)^2} = 304.1$$

$$d(B,C) = \sqrt{(100 - 100)^2 + (2000 - 1500)^2} = 500.0$$

Note que a distância é praticamente determinada por x2 !





# Parecença : Medidas de Similaridade



		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub> 1 0	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>
	A	0	1	1	1	0	1	1	0
	В	0	0	1	0	0	1	1	1
ľ									

•Binárias simétricas: 0-0 e 1-1 tem mesmo importância

•Podemos manter k - 1 dummies

Concordâncias Simples  $\Rightarrow S_1 = \frac{concordâncias}{p} = \frac{5}{8} = 0.63$ 

•Binárias assimétricas: 0-0 e 1-1 não tem mesma importância

•Preferimos manter k dummies

Concordâncias "importantes"

Concordâncias positivas  $\Rightarrow S_2 = \frac{concordâncias(1-1)}{p} = \frac{3}{8} = 0.38$ 

Coeficiente de Jaccard  $\Rightarrow S_3 = \frac{concordâncias(1-1)}{p-concordâncias(0-0)} = \frac{3}{6} = 0.50$ 

### Similaridade entre qualitativas nominais



• S(Pedro, Maria) = 4/6

	E.Civil	Profissão	Residência	Residência	Sexo	Atividade
Pedro	Casado	Médico	SP	Alugada	Masc	Professor
Maria	Casada	Advogada	SP	Alugada	Fem	Professora

• Alternativa: transformar variável em dummies

### Similaridade entre qualitativas ordinais



- Variável ordenada em K categorias
- Alternativa 1: trabalhar com se fosse quantitativa (valores 1,2,...,K)
  - Vantagem: simplicidade
  - Problemas: diferença entre categorias por não ser igual
    - Secundário-primário ≠ superior secundário
- Alternativa 2: gerar dummies
  - Problema: perda da estrutura de ordem pode ser fatal
- Alternativa 3: imputar valores
  - Primário = 1, secundário = 3, superior = 9, pós graduado = 16
  - Depende da "experiência do analista ← discutível

# Transformação de Variáveis Qualitativas



Estado civil	EC1	EC2	EC3	EC4
Solteiro	1	0	0	0
Casado	0	1	0	0
Viúvo	0	0	1	0
Separado	0	0	0	1

# Qual das duas transformações adotar ?

- •Binárias assimétricas: 0-0 e 1-1 não tem mesma importância
  - •Preferimos manter k dummies
- •Binárias simétricas: 0-0 e 1-1 tem mesmo importância
  - •Podemos manter k 1 dummies

# Criação de variáveis - Dummies FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA >install.packages("dummies") >library(dummies) PRIMEIRO salvar #gerando várias de uma vez arquivo nu com >dd1=dummy.data.frame(nu) as.data.frame >names(dd1) [1] "STATUSbom" "STATUSmau" "IDADE" "UNIFEDMG" "UNIFEDRJ" "UNIFEDSC" "UNIFEDSP" [8] "RESIDALUG" "RESIDMV" "RESIDOUTR" "RESIDPROP" "TMPRSD" "FONE" "ECIVCAS" [15] "ECIVCASAD" "ECIVDIVORC" "ECIVNI" "ECIVOUTROS" "ECIVSOLT" "ECIVVIUVO" "INSTRUPRIM" [22] "INSTRUSEC" "INSTRUSUP" "INSTRUNA" "RNDTOT" "RST2" "RSTnao" "RSTsim" [29] "AGE Alternativa para k-1 dummies: utilizar model.matrix e deletar coluna de "1" veremos exemplo adiante

## Mistura de Variáveis de diferentes tipos



VAR.1: Saldo médio na conta corrente (R\$ 1000)

VAR.2: Tempo de conta (anos completos)

VAR.3: Utiliza o cartão empresarial (1:sim; 0:não)

VAR.4: Porte da empresa (A; B; C; ME)

Empresa	VAR.1	VAR.2	VAR.3	VAR.4
Alfatec	40	12	1	В
Betausa	12	3	0	С
Gama, Inc.	120	6	1	A
Delta & Manos	2	0	0	ME

Problema: como mesclar essa variáveis?

# Mistura de variáveis



- ☐ Discretizar variável contínua em duas ou mais categorias ordinais (quartis, por exemplo) e depois transformar em dummies.
  - •problema: perda de informação
- ☐ Criar dois clusters (um só com as quanti e outro só com as quali) e cruzar as respostas.
  - · Complexo!
- Qualitativas → dummies e quantitativas → padronizar entre 0 e 1 (ou 0-2)
- ☐ Métrica de Gower (pacote "cluster" do R)
  - · combina os diferentes tipos de parecença
  - · veremos exemplo adiante

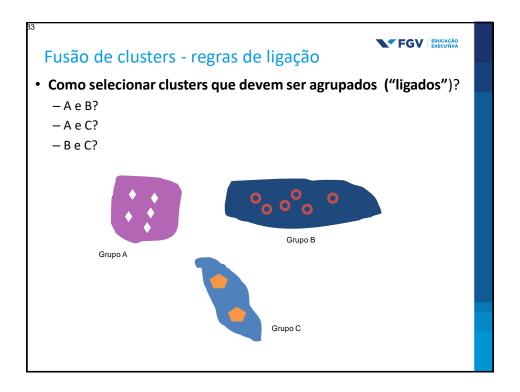
# Matriz de Similaridades &

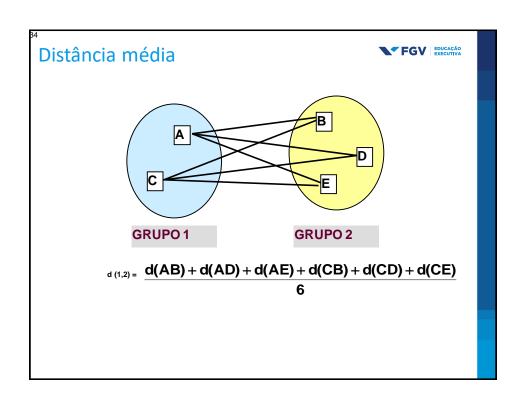


### Matriz de Distâncias

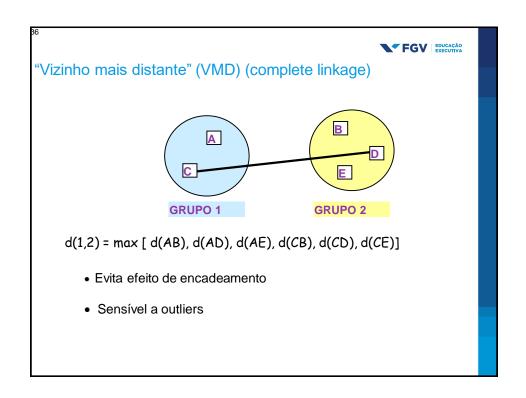
Exemplo : Matriz de Distâncias entre países (baseada em indicadores econômicos)

	C.Rica	Brasil	Austr.	URSS	Urug.	A. Saud.	Japão	Niger
C. Rica	0							
Brasil	1.08	0						
Austrália	1.90	2.16	0					
URSS	0.74	0.93	1.48	0				
Uruguai	0.49	0.82	1.66	0.27				
A. Saudita	1.95	1.21	2.01	1.65	1.66	0		
Japão	2.23	2.51	0.37	1.84	2.02	2.27	0	
Niger	3.93	2.98	4.86	3.89	3.79	2.92	5.15	0





# "Vizinho mais próximo" (VMP) (Single Linkage) GRUPO 1 GRUPO 2 d(1,2) = min [ d(AB), d(AD), d(AE), d(CB), d(CD), d(CE) • Sensível a outliers • Pode ocorrer efeito de encadeamento (chaining) afetando homogeneidade dos grupos. Ver referências.

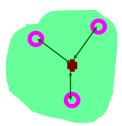


### SSE: Sum of Squared Errors (soma de quadrados residual) TFGV | EDUCAÇÃO | EDU





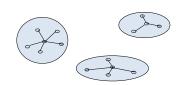
- Mede a "qualidade" de um agrupamento.
  - Mede a homogeneidade de cada agrupamento somando as dispersões dentro de cada cluster
  - Dados dois agrupamentos diferentes, preferimos o que tiver menor SSE



Ci: cluster i (i=1,...,k)

gi: centroide de Ci (média dos elementos de Ci)

$$SSE = \sum_{i=1}^{k} \sum_{x \in Ci} d(x, gi)^{2}$$



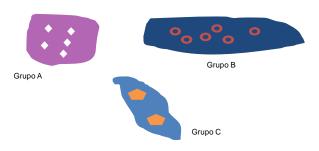
d(x, gi)

## Método de Ward para agrupar dois clusters





- Calcular distância<sup>2</sup> de cada indivíduo ao centroide do grupo a que pertence.
- Calcula a soma de quadrados residual em cada cluster SSE<sub>A</sub>, SSE<sub>B</sub>, SSE<sub>C</sub>
- Calcular SSE<sub>T</sub>: SSE<sub>A</sub> + SSE<sub>B</sub> + SSE<sub>C</sub>
- Fusão de grupos: a cada passo, fusão que provocar menor aumento na SSE

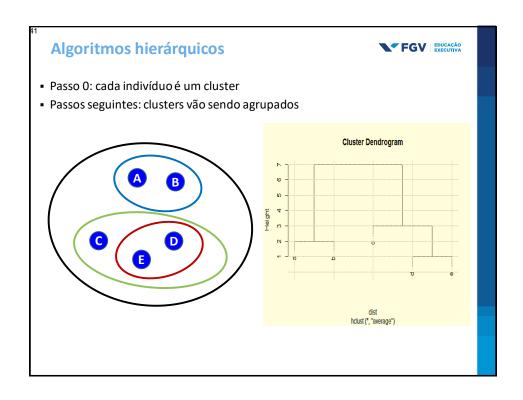


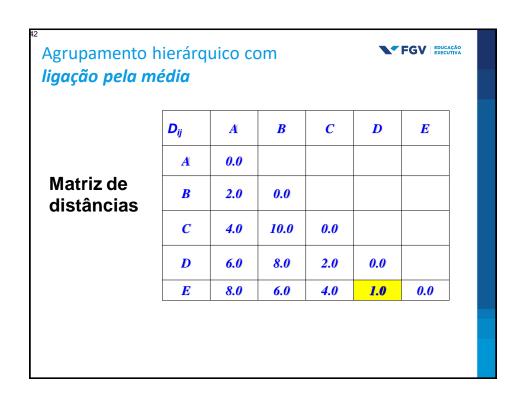
# Técnicas para Agrupar Coesão Interna Distância entre indivíduos de um grupo : pequena Homogeneidade "dentro" de cada agrupamento Isolamento Entre Grupos Heterogeneidade entre agrupamentos Distância entre grupos : grande Distâncias "dentro" Distâncias "dentro" Centróides

# Classificação das técnicas deste curso

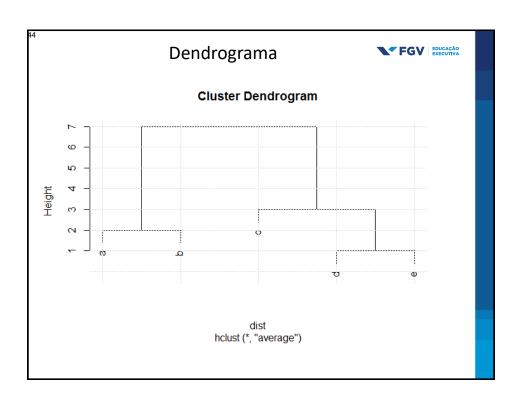


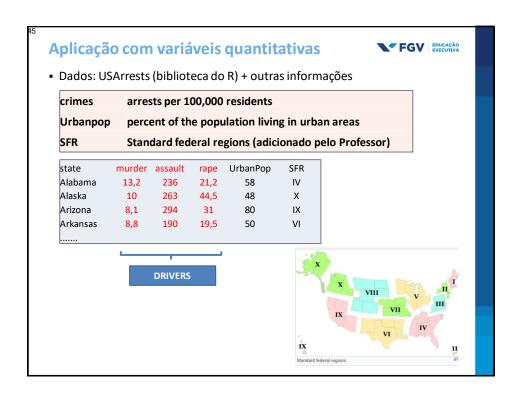
- Algoritmos hierárquicos aglomerativos
  - Ligação pela média ("average", no R)
  - Método de Ward (Ward.D2 no R)
  - Outros
- Métodos de partição :
  - K-means
  - K-medoids
- DBSCAN (density based....)

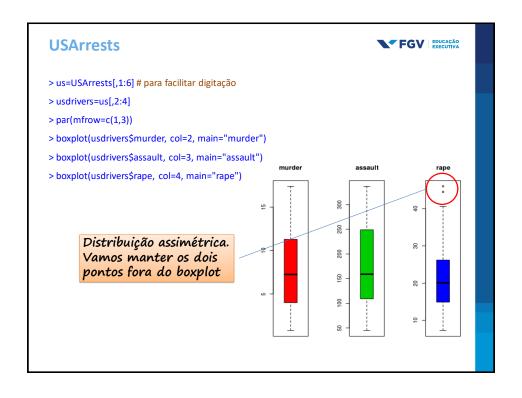




				_			
	A		B	<b>C</b>	DE		
A	0.0	)					
В	2.0	)	0.0				
C	4.0	)	10.0	0.0	0.0		
DE	7.0	)	7.0	3.0	0.0		
		ļ		_			
	AB	C	DE			AB	CDE
AB	0.0				AB	0.0	022
C	7.0	0.0			CDE	7.0	0.0
<b>DE</b>	7.0	3.0	0.0		CDE	7.0	0.0







### **USArrests**

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

Matriz de correlações

> print(cor(usdrivers), digits = 2)

murder assault rape murder 1.00 0.80 0.56 assault 0.80 1.00 0.67 rape 0.56 0.67 1.00

Se observarmos |r|>0,9 removemos uma das variáveis

### **USArrest**

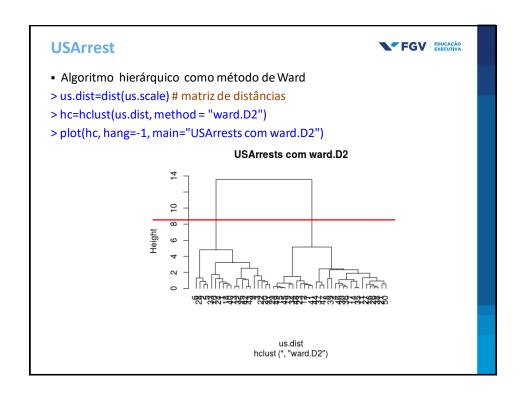


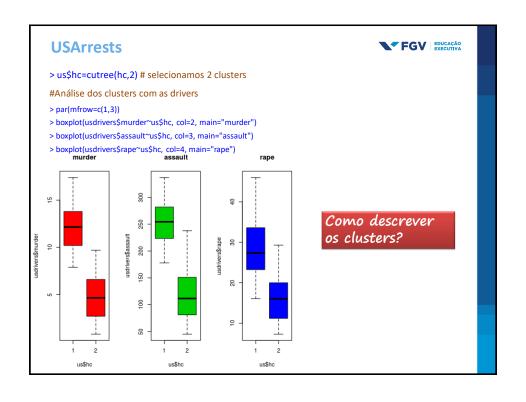
Padronizando as variáveis

- > us.scale=scale(usdrivers)
- > head(us.scale)

murder assault rape
[1,] 1.24256408 0.7828393 -0.003416473
[2,] 0.50786248 1.1068225 2.484202941
[3,] 0.07163341 1.4788032 1.042878388
[4,] 0.23234938 0.2308680 -0.184916602
[5,] 0.27826823 1.2628144 2.067820292

[6,] 0.02571456 0.3988593 1.864967207





### **USArrests**

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

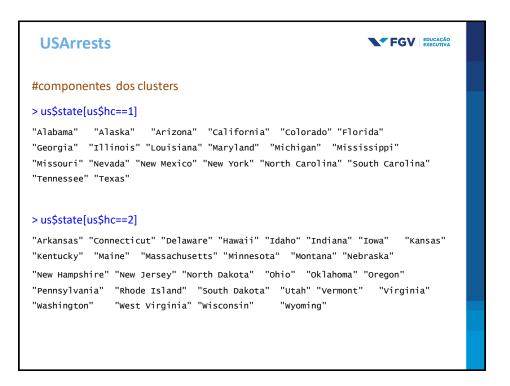
> aggregate(us[,2:4],list(us\$hc), median)

Group.1 murder assault rape 1 1 12.15 254.5 27.35 2 2 4.65 111.5 16.05

#Poderíamos tentar também max e min

# USArrets • Análise dos clusters com as variáveis descritivas > boxplot(us\$UrbanPop ~us\$hc, col=5, main="UrbanPop") UrbanPop UrbanPop us\$hc

### FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA **USArrets** > library(gmodels) > CrossTable(us\$SFR,us\$hc, prop.c = F, prop.chisq = F, prop.t = F) | us\$hc 1 | us\$SFR | 2 | Row Total | 1.000 0.120 II 0.500 0.500 0.040 III 0.200 0.100 0.800 ΙV 0.778 0.222 0.180 Cuidado: as linhas estão em ordem alfabética 0.750 0.250 0.080 0.333 0.667 0.120 Quais as regiões mais perigosas? VI 0.100 0.600 0.400 VII 0.250 0.750 0.080 VIII 0.100 0.200 0.800 0.250 0.750 0.080 Column Total 20 30 50



# Técnicas de Partição

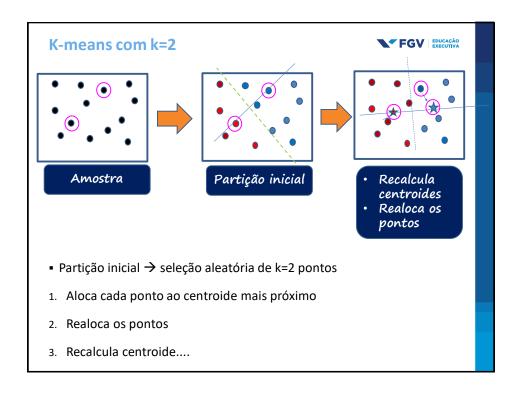


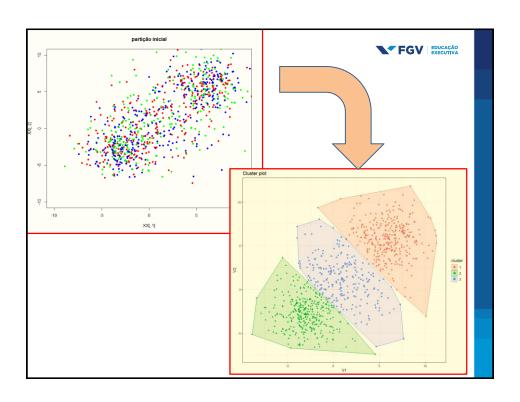
- Vamos nos limitar às técnicas K-means e K-medoids
- Problemão: Número de grupos (K) tem que ser fixado a priori.
- Ideia:
  - Partindo de uma partição inicial, realocar sucessivamente indivíduos entre grupos de acordo com objetivo pré - determinado. (ex.: minimizar a SSE).
- Determinar partição inicial
  - Várias formas
  - Solução é muito sensível á partição inicial
  - Podemos chegar a ótimos locais
  - Não é recomendado para detectar clusters com formatos não convexos

### K-means com k=2



- Partição inicial → seleção aleatória de k=2 pontos
- 1. Aloca cada ponto ao centroide mais próximo
- 2. Realoca os pontos
- 3. Recalcula centroide....





# número de grupos & partição inicial TGV | EDUCAÇÃO | TOTAL | T



### Determinação do número inicial de grupos K

- · Várias formas
- R apresenta função NbClust com cerca de 30 critérios diferentes
- Experiência com o trabalho → intuição, perigo!
- Baseado na análise de dendrograma
- Testar para diferentes valores de K
  - Critérios quantitativos para avaliação e comparação das soluções
  - Avaliação subjetiva> Critério WOW

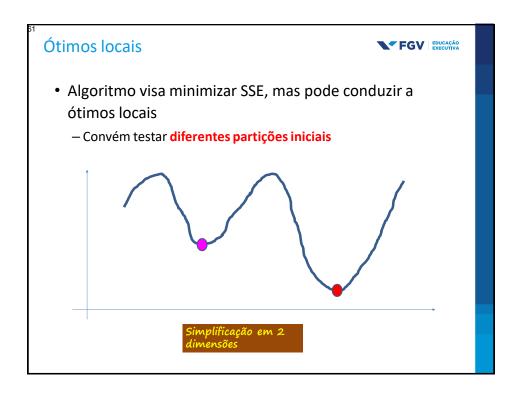
### Geração das partições iniciais - alternativas

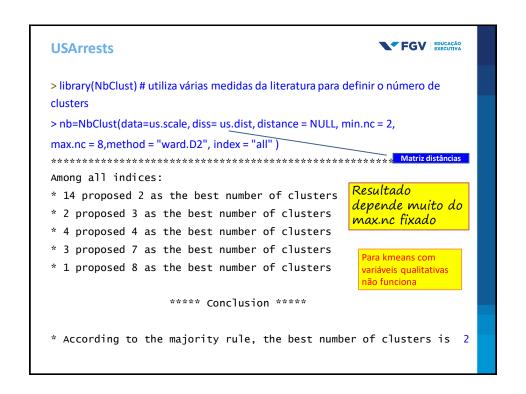
- Default : seleção aleatória de k "centróides" ou Partição Aleatória
- Alternativas : ver leituras
- Solução é muito sensível á partição inicial

### Algoritmo básico do K-means



- K-means: só deve ser utilizado com variáveis numéricas
  - Depende do conceito de distância que não faz muito sentido no caso de dummies
- Passo 1: considerar centroides dos clusters iniciais
- Repita os passos seguintes
  - Passo 2: calcule as distâncias de cada indivíduo da amostra a cada um dos k centroides.
  - Passo 3: realoque cada indivíduo ao cluster de cujo centroide ele for mais próximo.
  - Passo 4: recalcule os centroides dos clusters obtidos após a realocação de todos os pontos
  - Passo 5: voltar ao Passo 2
  - Pare quando novos centroides forem os mesmos que os anteriores (ou quando o número máximo de iterações for atingido, ou quando redução da soma interna de quadrados for pouco significativa)
- Algoritmo visa minimizar SSE, mas pode conduzir a ótimos locais
  - Convém testar diferentes seleções iniciais de K sementes

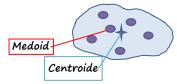




### k-medoids



- Similar ao K-means, mas cluster é representado por um de seus elementos e não pelo centroide
- Menos sensível à existência de outliers
- Medoid: indivíduo do cluster mais próximos dos demais (média das distâncias aos demais indivíduos)
- Cada cluster é representado por um de seus indivíduos (o medoid) e não pelo centroid
  - O medoid pode ser o indivíduo "típico" do cluster
- Adequado para trabalhar com mix de variáveis



# k-medoids



- 1. Selecionar k indivíduos como medoids (pode ser aleatoriamente)
- 2. Alocar cada indivíduo da amostra ao medoid mais próximo

### Loop:

- 3. Em cada cluster determine o novo medoid
  - 3. Não houve alteração → pare. Fim do algoritmo
  - 4. Houve alteração de pelo menos um medoid → passo 4
- Realoque cada indivíduo da amostra ao cluster de cujo medoid for mais próximo.
- 5. Volte à etapa 3

### **USArrests**



- Análise dos dados → já visto anteriormente
- Descrição dos clusters segue mesma linha do exercício anterior
- Daremos apenas os principais passos

# 

### **USArrests**



#rodando com 2 clusters

- > set.seed(18)
- > kmn=kmeans(us.scale,2,nstart=25) # testa 25 partições iniciais
- > us\$kmn=kmn\$cluster
- > kmn\$size

[1] 20 30

> kmn\$centers

murder assault rape 1 1.004934 1.0138274 0.8469650 2 -0.669956 -0.6758849 -0.5646433

### **USArrests**



### #comparação k-means e hc

- > table(us\$hc,us\$kmn)
  - 1 2
  - 1 20 0
  - 2 0 30

### Cuidado:

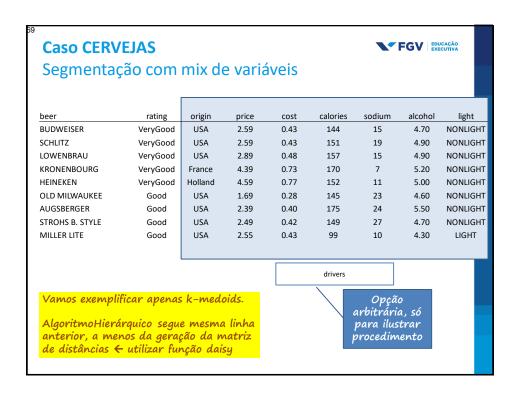
- A numeração dos clusters pode diferir entre os dois métodos
- Nem sempre dá "certinho" como neste caso

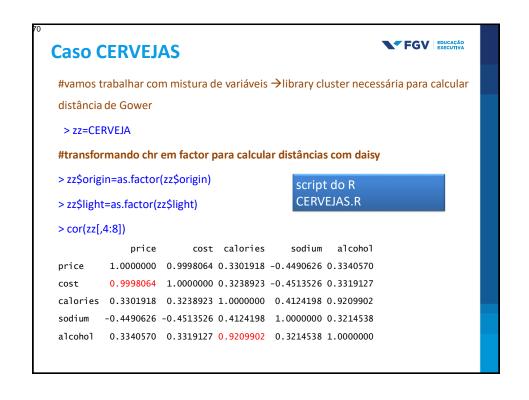
### 

The adjusted Rand index is thus ensured to have a value close to 0.0 for random labeling independently of the number of clusters and samples and exactly 1.0 when the clusterings are identical (up to a permutation)

- > library (fpc)
- >clust\_stats <- cluster.stats(diss, us\$kmn, us\$hc) # Corrected Rand index
- >clust\_stats\$corrected.rand

Em nosso exemplo o coeficiente daria 1,0 (coincidência total)





### Caso MOBILE – mix de variáveis /77 paises FGV EDUCAÇÃO RECUTIVA



GEOG	NIVDES	SISGOV	IDH	IALFAB	POP	IDADEMED	GROSSINC	MOBPHONE	INTERNET
Azerbaijan	Emerging	Parlamentarismo	0,70	1,00	9362,00	32,70	38187,80	1327,10	1955,00
China	Emerging	Outros	0,69	0,93	1354040,00	38,40	6321179,00	353892,50	193487,40
India	Emerging	Parlamentarismo	0,55	0,61	1245961,10	28,40	1659192,90	251090,90	24620,30
Indonesia	Emerging	Presidencialismo	0,62	0,92	247188,20	30,20	625885,40	52892,80	3457,30
Japan	Developed	Monarquia Constitucional	0,90	0,99	127342,50	45,00	4357995,90	40341,20	39641,70
Kazakhstan	Emerging	Parlamentarismo	0,71	1,00	16904,00	31,20	129184,60	3518,00	1958,40
Malaysia	Emerging	Monarquia Constitucional	0,74	0,92	29714,70	29,70	202851,30	8584,30	6083,80

- Drivers : considerar as variáveis
  - SISGOV qualitativa
  - IDH, IALFAB, IDADEMED, GROSSINC/POP, MOBPHONE/POP E INTERNET/POP quantitativas
- Como a variável NIVDES é função de outros indicadores quantitativos já considerados, será excluída
- Ver script MOBIL.R

# Utilização das Técnicas de Agrupamento **▼FGV** □ EDUCAÇÃO DE CONTROL DE CONTR



- Não há nenhuma técnica que seja sempre superior!
  - Alguns estudos, tentando reproduzir estruturas de agrupamentos conhecidas, concluíram pela recomendação de K-means, Ward e ligação pela média, (Punj&Stewart-1983). Não significa que são sempre melhores.
  - K-means busca a melhor partição. Permite re-alocar elementos entre grupos. Métodos hierárquicos não permitem realocação.
- ■Recomendação:

Rodar com diferentes técnicas e comparar resultados. Entender o porquê das inconsistências.

- Seleção da técnica tem maior influência no resultado que seleção do critério de parecença (Punj & Stewart)
- Maior parte das técnicas é muito sensível a outliers. Dillon & Goldstein recomendam removê-los sempre. Discutir!

# Análise e validação - sugestões



- 1) Agrupar com diferentes distâncias e técnicas. Comparar resultados. Verificar consistência
- 2) Dividir amostra em duas partes. Rodar separadamente e comparar resultados. Identificar eventuais inconsistências.
- 3) Eliminar algumas variáveis arbitrariamente e comparar os diferentes resultados.
- 4) Alterar ordem dos indivíduos na matriz de dados para alterar seleção em casos de empates.
- 5) Existem indicadores e testes para verificar a consistência dos resultados. ( vide referências)

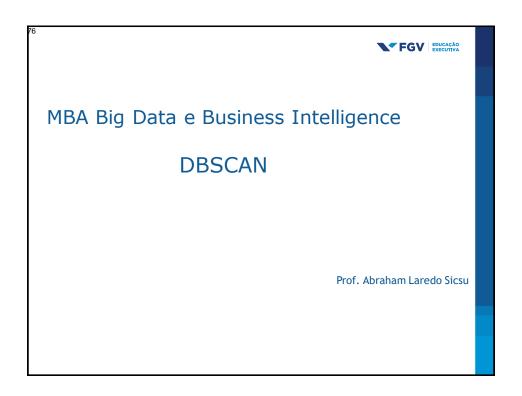
# Apêndice – distância de Gower



Da descrição de "daisy" no R

- Calcula a média das contribuições individuais d(ij,k) de cada variavel k (onde i e j são duas observações)
- Cada variável quantitativa é padronizada entre 0 e 1 (subtraindo o mínimo e dividindo pela amplitude)
- A contribuição d(ij,k) de uma variável quantitativa é da diferença entre os valores dessa variável padronizada (manhattan!) entre as observações i e j
- A contribuição de variáveis nominais ou binárias d(ij,k) é 0 se os dois valores forem diferentes e 1 se forem iguais
- As variáveis ordinais recebem um "valor inteiro" de 1: m (m=categorias). Depois são tratadas como as quantitativas.
- A distância é a media das d(ij,k)
  - · Corresponde a ponderar por 1/p.
  - · Outros pesos podem ser atribuídos

### Apêndice – distância de Gower FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA Matriz g sex salario idade fone auto 40 1500 а 1400 50 b 1800 > g\$sex=as.factor(g\$sex) > g\$fone=as.factor(g\$fone) > g\$auto=as.ordered(g\$auto) > dd2=daisy(g) > as.matrix(dd2) 1 2 1 0.00 0.45 0.65 2 0.45 0.00 0.90 3 0.65 0.90 0.00



# Algoritmos Baseados em Densidade



- Definição: Clusters baseados em densidade são regiões de alta densidade de padrões separadas por regiões com baixa densidade, no espaço de padrões.
- Definição de densidade com base em agrupamento em torno de "centros"
- Segue ideia intuitiva do que seja um cluster

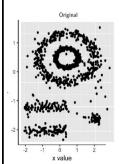


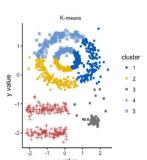


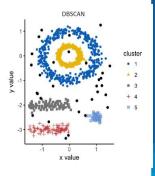
# Por que utilizar DBSCAN



- Métodos de partição (k-means, k-medoids,...) ou métodos hierárquicos funcionam bem quando os clusters são compactos e bem separados.
  - Não funcionam bem se formas dos clusters forem distintas dessas e na presença de outliers (que não deveriam ser incluídos em nenhum cluster)
- DBSCAN pode não ser a melhor solução!







Pontos no data set "multishapes" do package factoextra do R

## Algoritmos Baseados em Densidade

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

• **Definição: Clusters baseados em densidade** são regiões de alta densidade de padrões separadas por regiões com baixa densidade, no espaço de padrões.



#### Parâmetros a serem definidos pelo analista

- ε (ou Eps): raio de uma região esférica (" vizinhança") em torno do ponto p
- Nε (p): quantidade de pontos que caem dentro da vizinhança de p , inclusive p



 $N\varepsilon(p) = 5$ 

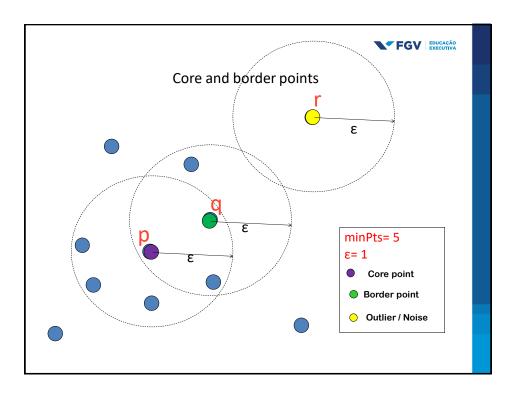
09/10/2020

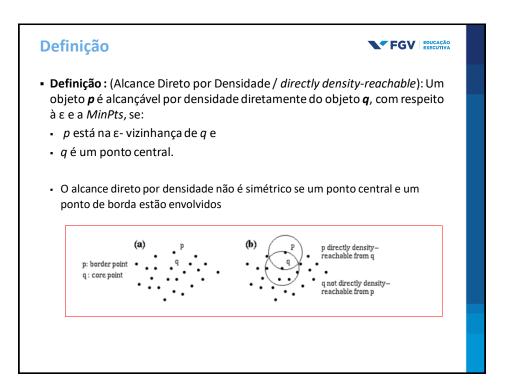
# **Definições**

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

- **Definição**: ( ε-vizinhança de um ponto) A vizinhança de um objeto **p** com raio ε é chamada de ε-vizinhança de **p** é dada por:
  - N $\epsilon$  (p)= quantidade de pontos que caem dentro da vizinhança de  $\bf p$ , inclusive  $\bf p$
- Definição: (Ponto Central / Núcleo Core point): Se a ε-vizinhança de um objeto p contém ao menos um número mínimo, MinPts, de objetos, então o objeto p é chamado de ponto central. (contagem inclui ponto p)
  - P é um ponto central sse Nε (p) ≥ MinPts
- Definição: (Ponto de borda Border point): Se a ε-vizinhança de um objeto p contém menos que MinPts mas contém algum ponto central, então o objeto p é chamado de ponto de borda/ fronteira.
- Definição: (outliers / noise): Se um ponto não for ponto central nem ponto de fronteira, epe será denominado outlier
- Alguns textos utilizam a notação Eps em vez de ε

 $N\varepsilon(p) = 5$ 





# Definição



Definição: (Alcance por Densidade / density reachable): Um objeto p é alcançável por densidade a partir do objeto q com respeito à ε e MinPts em um conjunto D, se existe uma cadeia de objetos {p₁,..., pₙ}, tais que p₁= q e pₙ= p e pᵢ₊₁ é alcançável por densidade diretamente de pᵢ com respeito a ε e MinPts, para 1 ≤ i ≤ n, pᵢ em D.

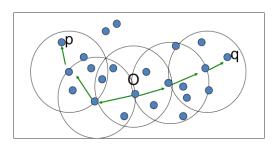
• Propriedade transitiva, mas não simétrica



## Definição



- Definição 6 (Conexão por densidade / density connection): Um ponto p é
   conectado por densidade a um ponto q (com respeito aos parâmetros Eps,
   MinPts) se existir um objeto O tal que p e q são alcançáveis por densidade
   a partir de O.
- Na figura, p e q são conectados por densidade através de o.

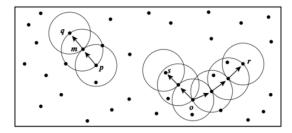


## Exercício

#### FONTE: Sarajane M. Peres e Clodoaldo A. M. Lima Técnicas de Agrupamento (Clustering) 17 de setembro de 2015 38 / 77



- Considere MinPts=3.
- Quais pontos são "centrais" (núcleos)
- Quais objetos são diretamente alcançáveis por densidade? Quais não são?
- Quais objetos são alcançáveis por densidade a partir de quais objetos?
   Quais não são ?
- Quais objetos são conectados por densidade?



## Respostas



#### DBSCAN

- m, p, o e r são objetos núcleos;
- q é diretamente alcançável por densidade a partir de m. m é diretamente alcançável por densidade a partir de p e vice-versa.
- q é (indiretamente) alcançável por densidade a partir de p porque q é diretamente alcancável por densidade a partir de m e m é diretamente alcançavel por densidade a partir de p. Contudo, p não é diretamente alcançavel por densidade a partir de q porque q não é um objeto núcleo. Similarmente, r e s são alcancáveis por densidade a partir de o, e o é alcançavel por densidade a partir de r.
- o, r, e s são todos conectados por densidade.

# Clusters baseados em densidade - fundamentos



- Um cluster baseado em densidade é formado por um grupo de objetos conectados por densidade.
- Os algoritmos para agrupamentos baseados em densidade identificam regiões com alta densidade "cercadas" por regiões com baixa densidade
- Cada uma das regiões densas corresponde a um custer





Pontos originais

Clusters

## Definição de cluster density defined

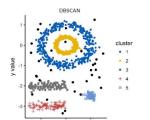


**Definição 1**: um cluster com relação a  $\varepsilon$  e MinPts é um subconjunto não vazio C da base de dados D para o qual valem as propriedades seguintes:

- 1) para todo par de pontos p e q de D: se  $p \in C e q$  for diretamente alcançável a partir de p, então  $q \in C$
- 2) para todo par de pontos  ${\bf p}$  e  ${\bf q}$  de  ${\bf C}$  : o ponto  ${\bf p}$  é conectado por densidade ao ponto  ${\bf q}$

Definição 2: o conjunto de pontos de D que não pertencem a nenhum cluster C1,

...,Ck de D é denominado ruído (noise / outliers)



Pontos em preto: ruído

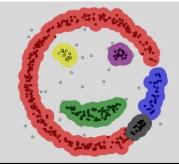
## Algoritmo DBSCAN - ideias



- DBSCAN: Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise
- 2 pontos centrais (core points) próximos (d<ɛ) serão alocados ao mesmo cluster
- Border point de um core point será alocado ao mesmo cluster que o core point
  - Se border "pertence" a dois ou mais core points → regras de desempate
- Outliers são descartados
- Vai formando clusters "pulando de vizinho em vizinho". Quando não houver mais vizinhos, começa outro cluster.

Ver "animação" do processo em

https://www.naftaliharris.com/blog/visualizingdbscan-clustering/



epsilon = 1.00 minPoints = 4

## Algoritmo DBSCAN - roteiro 1



- Roteiro do DBSCAN
  - Para cada ponto x, calcule a distância entre x e todos os demais pontos
  - Determine todos os vizinhos de x (pontos que caem dentro da vizinhança de x definida por  $\epsilon$ )
  - Se a vizinhança de x contiver um número de pontos maior ou igual a MinPts, então x é um core point
  - Para cada core point:
    - Se já pertence a um cluster, vá a outro ponto
    - Se n\u00e3o pertencer a um cluster previamente criado, crie um novo cluster incluindo esse ponto. Determine todos
      os pontos conectados por densidade a esse ponto e aloque-os ao mesmo cluster do core point.
  - Repita o procedimento até terminar de visitar todos os pontos.
  - Pontos que não pertencerem a nenhuma cluster são tratados como outliers
  - Cada cluster consiste de todos os pontos conectados por densidade + pontos que estão em sua vizinhança (verificar???)

## Algoritmo DBSCAN – roteiro 2 (mais simples)

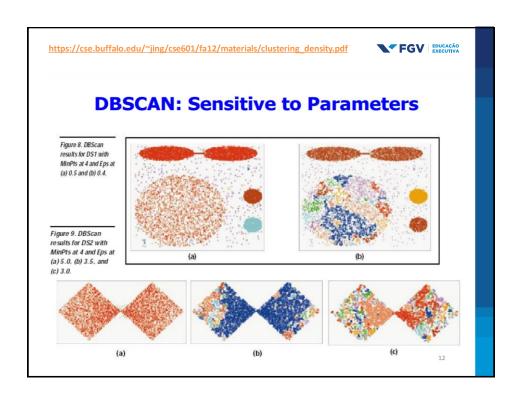


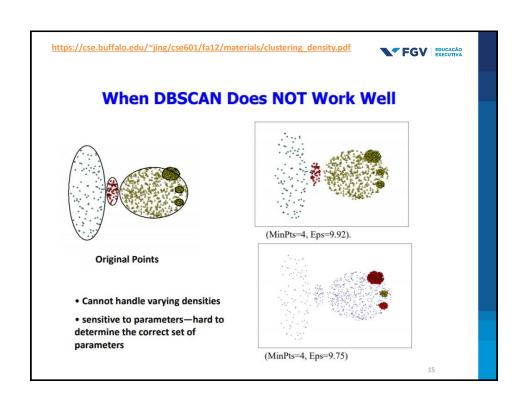
- Caracterizar cada um dos pontos como : central, fronteira, outlier
- Eliminar os outliers
- Unir progressivamente pontos centrais que distam entre si menos que  $\epsilon$
- Cada grupo de pontos centrais conectados forma um cluster
- Alocar cada ponto de fronteira ao cluster de um de seus correspondentes pontos centrais (em caso de empate → regras de desempate)

## Vantagens e desvantagens



- Vantagens:
  - Eficiente para agrupar grandes bases de dados
  - Permite obter clusters de formas diferentes
  - Adequado quando clusters não tem forma geométrica predefinida
  - Não requer especificação do número de clusters
  - Permite isolar outliers
- Desvantagens:
  - Muito sensível aos valores dos parâmetros ε e MinPts
  - Pode produzir agrupamentos não confiáveis quando os clusters apresentam densidades significativamente diferentes





## Exercício

FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

• Fonte: <a href="https://elvex.ugr.es/idbis/dm/slides/43%20Clustering%20-%20Density.pdf">https://elvex.ugr.es/idbis/dm/slides/43%20Clustering%20-%20Density.pdf</a>

## **Ejercicio**

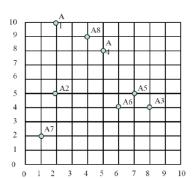
Agrupar los 8 puntos de la figura utilizando el algoritmo DBSCAN.

Número mínimo de puntos en el "vecindario":

MinPts = 2

Radio del "vecindario":

Epsilon  $\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{10}$ 





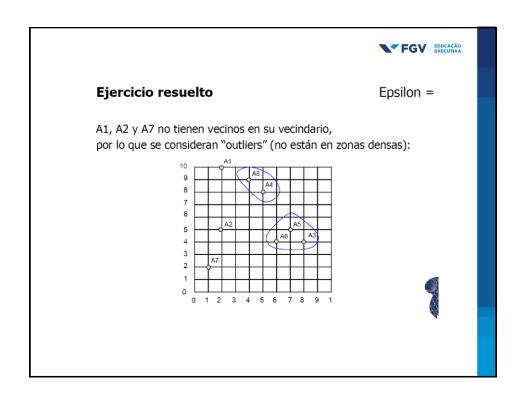
FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA

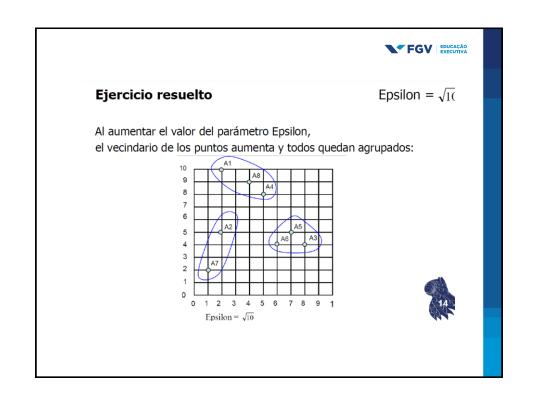
## **Ejercicio resuelto**

Distancia euclídea

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A1	0	$\sqrt{25}$	√36	$\sqrt{13}$	√50	√52	√65	$\sqrt{5}$
A2		0	√37	$\sqrt{18}$	√25	$\sqrt{17}$	$\sqrt{10}$	√20
A3			0	$\sqrt{25}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	√53	$\sqrt{41}$
A4				0	$\sqrt{13}$	$\sqrt{17}$	√52	$\sqrt{2}$
A5					0	$\sqrt{2}$	√45	√25
A6						0	$\sqrt{29}$	√29
Α7							0	√58
A8								0



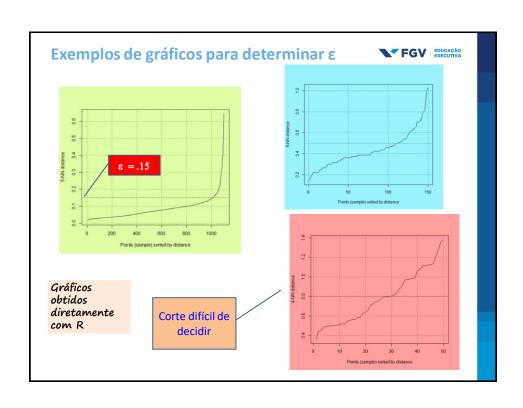


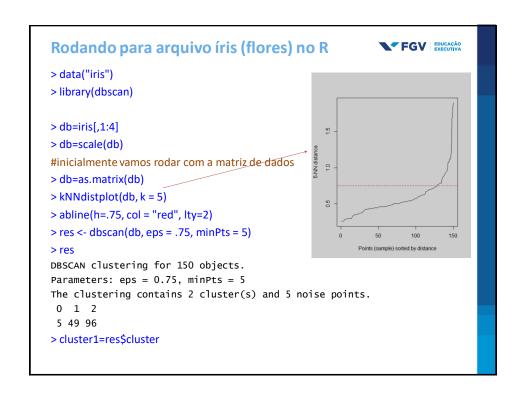


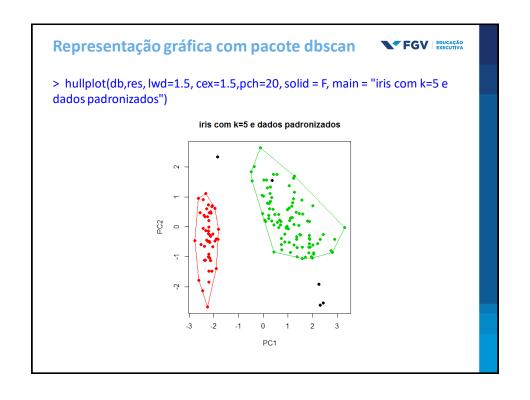
## Rodando DBSCAN no R



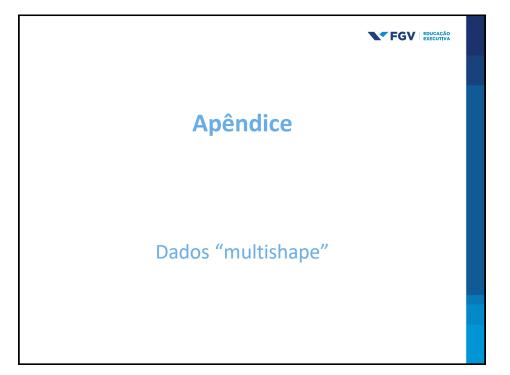
- Inicialmente selecionamos os parâmetros  $\epsilon$  e MinPts
  - Cuidado: o resultado é muito influenciado pela escolha dos parâmetros
  - Decisão pode ser por tentativa e erro , analisando os resultados obtidos
  - Regra prática sugerida em todos os textos:
    - Fixe um valor k para minPts
    - Para cada ponto calcule k-dist, a distância até o k-ésimo vizinho mais próximo
    - Ordene e plote esses pontos.
    - Bons valores para  $\varepsilon$ : onde a curva apresenta um cotovelo
      - Nem sempre é visível, ou há diferentes cotovelos
  - Racional:
    - Para pontos de um mesmo cluster k-dist será pequeno se k não for maior que o tamanho do cluster.
    - · Pontos fora do cluster, k-dist tende a ser grande
  - Observação : variando k, o gráfico varia mas em geral a variação do ε não é muito grande

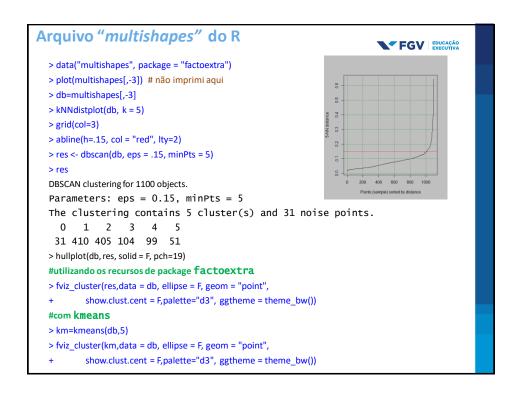


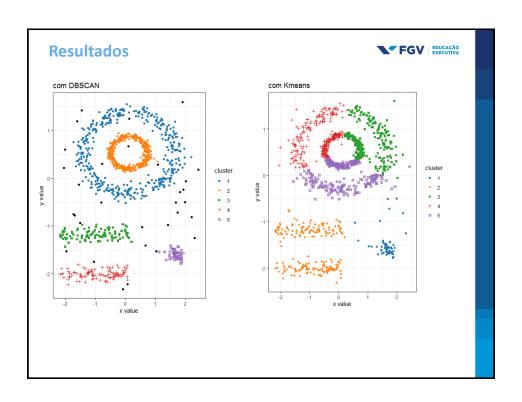




```
Rodando para arquivo íris (flores) no R- utilizando
                                                                 FGV EDUCAÇÃO EXECUTIVA
diretamente a matriz de distâncias
#calculando com matriz de distâncias 🗲 vantagem: podemos utilizar com Gower
> diss=dist(db)
> kNNdistplot(diss, k = 5)
> abline(h=.75, col = "red", lty=2)
> res <- dbscan(diss, eps = .75, minPts = 5)
> res
DBSCAN clustering for 150 objects.
Parameters: eps = 0.75, minPts = 5
The clustering contains 2 cluster(s) and 5 noise points.
 0 1 2
 5 49 96
Available fields: cluster, eps, minPts
> dd=as.matrix(diss)
> cluster2=res.dis$cluster
> table(cluster1,cluster2)
         cluster2
cluster1 0 1 2
        0 5 0 0
        1 0 49 0
        2 0 0 96
```







# Exercício



- Agrupar dados de indicadoresdemograficos com hclust, kmeans e dbscan
  - Utilizar package cluster para gerar matriz de distâncias
  - Fviz\_clust → utilizar matriz só com as variáveis numéricas
- Agrupar dados de CERVEJAS com hclust, kmeans e dbscan
  - Utilizar package cluster para gerar matriz de distâncias
  - Fviz\_clust → utilizar matriz só com as variáveis numéricas