Inatel Instituto Nacional de Telecomunicações	**6º Relatório**	**Turma:** C213__	**Data:**
	Controle de sistemas dinâmicos		
Nome:			

Introdução aos Controladores PID

O controlador PID é um algoritmo de controle composto por três partes: proporcional, integral e derivativa, que são variadas para obter a resposta ideal para um sistema. É o algoritmo de controle mais usado na indústria e tem sido utilizado em todo o mundo para sistemas de controle industrial, tendo sua popularidade atribuída em partes ao seu desempenho robusto em uma ampla gama de condições de funcionamento e em partes à sua simplicidade funcional, que permite aos engenheiros operá-los de uma forma simples e direta.

1) Controlador Proporcional (P)

Um controlador proporcional de ganho K_p tem o efeito de reduzir o tempo de resposta do sistema quando comparado a um controle simples do tipo ligado – desligado. Também reduz, mas nunca elimina, o erro em regime permanente. Para um controlador proporcional, a relação entre a saída $u(t)$ do controlador e o sinal de erro atuante $e(t)$ é:

$$u(t) = K_p * e(t) \qquad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

$\boldsymbol{K_p}$ → ganho proporcional

Na prática, o controlador proporcional é um amplificador com um ganho ajustável.

2) Controlador Integral (I)

Um controlador integral de ganho K_i elimina o erro em regime permanente, mas pode tornar a resposta do sistema mais lenta e aumentar o máximo pico da resposta para uma entrada do tipo degrau. Para um controlador integral, o valor da saída $u(t)$ do controlador é modificado a uma taxa de variação proporcional à integral do erro atuante $e(t)$:

$$u(t) = K_i \int e(t)\, dt \qquad \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

$\boldsymbol{K_i}$ → ganho integral

3) Controlador Derivativo (D)

Uma ação de controle derivativa, quando acrescentada a um controlador proporcional, permite que se obtenha um controlador de alta sensibilidade. Uma vantagem em utilizar a ação de controle derivativa é que esta responde a uma taxa de variação do erro atuante e pode produzir uma correção significativa antes que o valor do erro atuante se torne muito elevado. Portanto, o controle derivativo prevê o erro atuante, inicia uma ação corretiva antecipada e tende a aumentar a estabilidade do sistema. Por esse fato, o controle derivativo não é indicado para sistemas que apresentam ruído, como, por exemplo, um sistema de controle de nível.

Embora o controle derivativo não afete diretamente o erro estacionário, ele aumenta o amortecimento do sistema, permitindo, assim, o uso de um valor mais elevado do ganho K_p, o que resultará em maior precisão no regime permanente.

Pelo fato de o controle derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro atuante, esse modo nunca é utilizado sozinho. Ele é sempre utilizado em combinação com uma ação de controle proporcional ou proporcional – integral.

A tabela a seguir mostra o efeito de cada controlador em um sistema em malha fechada:

	Tempo de subida	Máximo pico	Tempo de acomodação	Erro regime permanente
K_p	Reduz	Aumenta	Pouco efeito	Reduz
K_i	Reduz	Aumenta	Aumenta	Elimina
K_d	Pouco efeito	Reduz	Reduz	Não muda

Os ganhos K_p, K_i e K_d estão relacionados e podem depender uns dos outros, de modo que mudar um desses fatores poderá afetar os demais, especialmente nos casos em que os controles não são separados em blocos de controle independentes. Por isso, a tabela acima deve ser vista apenas com uma referência geral e não como algo absoluto.

4) Controlador Proporcional – Integral (PI)

Para esse tipo de controle, a saída é proporcional ao erro e a integral do erro:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right) \qquad \boxed{K_i = {}^{K_p}\!/_{T_i}}$$

5) Controlador Proporcional – Derivativo (PD)

Para esse tipo de controle, a saída é proporcional ao erro e a derivada do erro:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d \cdot s = K_p(1 + T_d \cdot s) \qquad \boxed{K_d = K_p \cdot T_d}$$

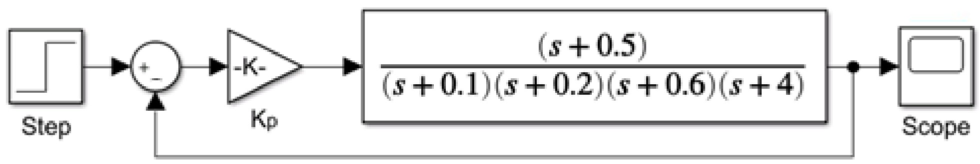
6) Controlador Proporcional – Integral – Derivativo (PID)

A combinação das ações de controle proporcional, integral e derivativa forma o controlador PID. A equação de um controlador com essas ações combinadas é dada por:

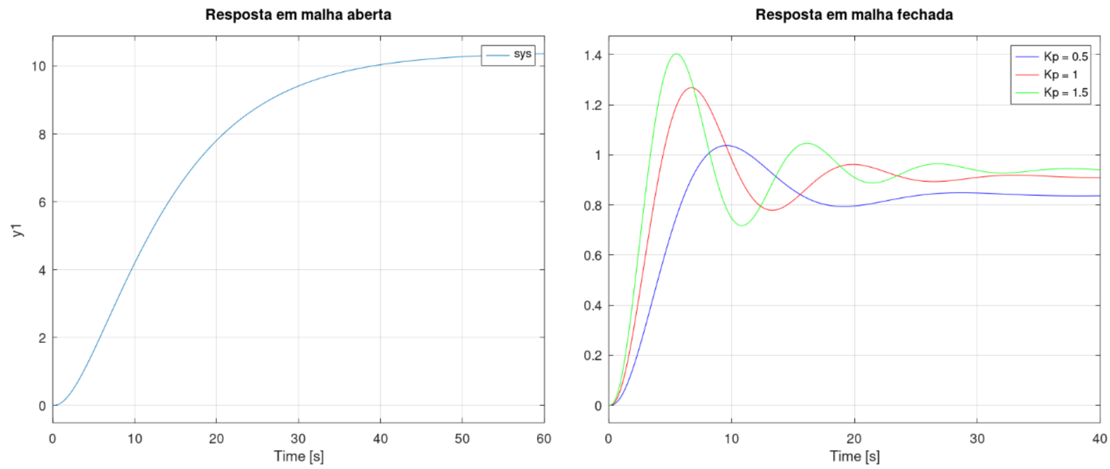
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right)$$

Para essa equação, K_p é o ganho proporcional, T_i é o tempo integrativo e T_d, o tempo derivativo. É importante conhecer as duas formas de representação de cada tipo de controlador, pois *softwares* diferentes trabalham com formas diferentes de representação. Dentro do *MatLab* é possível escolher entre as duas formas (uma que trabalha com os ganhos: K_p, K_i e K_d e outra que trabalha com o ganho proporcional e os tempos: K_p, T_i e T_d). Já no *SciLab*, a única forma de representar é através dos ganhos.

Exemplo 1: Considere o sistema de controle modelado a seguir:

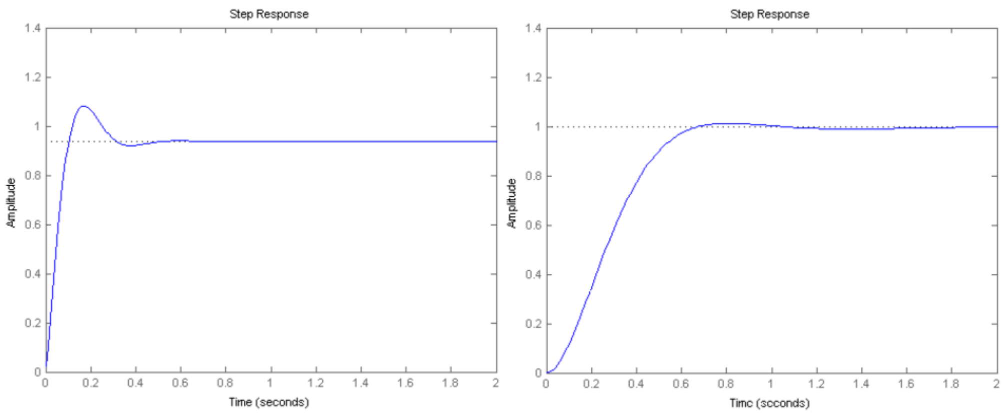


A seguir, são comparadas as respostas desse sistema em malha aberta e em malha fechada para um controlador proporcional $K_p = 0.5$, $K_p = 1$ e, por último, com $K_p = 1.5$:



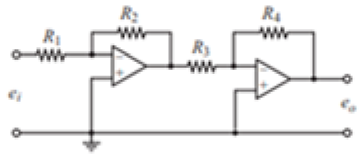
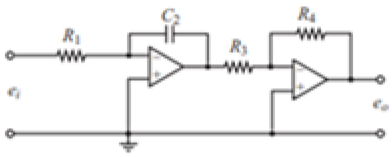
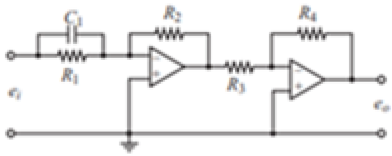
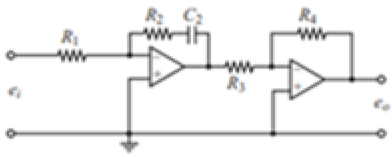
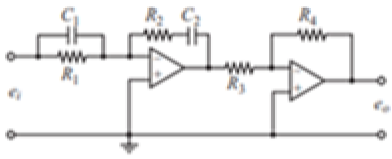
Veja que, como o controlador é proporcional, para qualquer valor do ganho haverá erro em regime permanente. Porém o erro se torna menor à medida que o valor de K_p aumenta. Em contrapartida, para valores maiores de K_p, o sistema irá apresentar um maior *overshoot*.

Exemplo 2: Os gráficos a seguir ilustram a resposta de um sistema genérico a um controlador do tipo PD e um do tipo PID:



Observe que a saída para um controlador PD reduz o tempo de acomodação do sistema, enquanto um PID aumenta o tempo de acomodação, mas faz com a que a resposta do sistema não apresente *overshoot*. Nos projetos de sintonia de controladores PID essas características são importantes, chamadas de **critérios de desempenho do sistema**. Não há controlador certo ou errado, há controlador que melhor atende as especificações do projeto.

Na prática, um controlador PID é projetado com amplificador operacionais:

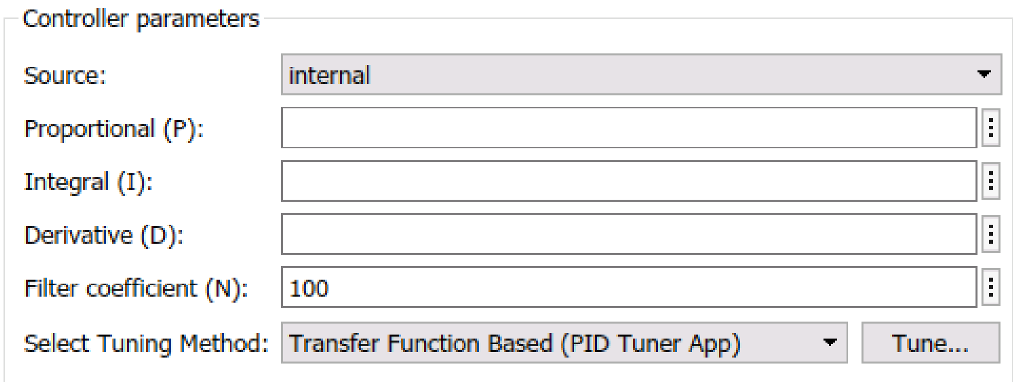
	Ação de controle	$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)}$	Circuitos amplificadores operacionais
1	P	$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}$	
2	I	$\frac{R_4}{R_3}\frac{1}{R_1C_2s}$	
3	PD	$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}(R_1C_1s+1)$	
4	PI	$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{R_2C_2s+1}{R_2C_2s}$	
5	PID	$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{R_2C_2s}$	

7) Simulação – *MatLab*

Na simulação de um sistema com controle PID dentro do *MatLab*, é possível escolher entre as duas formas de representação do controlador. Dentro do *Simulink*, essas formas são chamadas de “ideal” e “paralela”:

Forma paralela – trabalha com os ganhos: $PID(s) = K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} + K_d \cdot s$

Forma ideal – trabalha com o ganho K_p e o tempos: $PID(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right)$



Para os parâmetros do bloco PID na forma paralela:

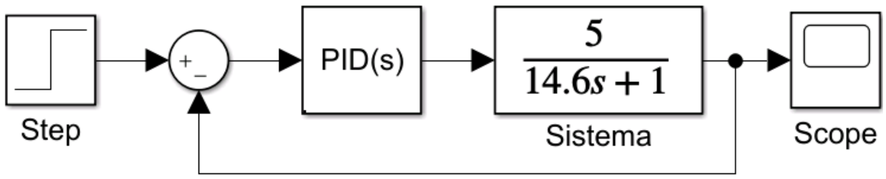
$$P = K_p \qquad I = K_i = \frac{K_p}{T_i} \qquad D = K_d = K_p \cdot T_d$$

Para os parâmetros do bloco PID na forma ideal:

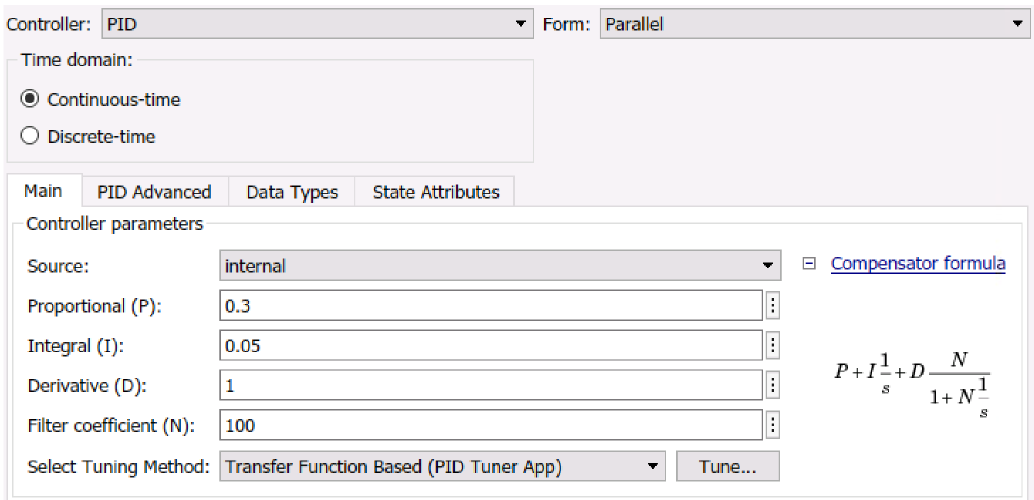
$$P = K_p \qquad I = \frac{1}{T_i} \qquad D = T_d$$

O coeficiente do filtro (N) serve para ajustar o sinal na tela do *Scope*, deixando o sinal menos susceptível a ruídos para valores menores de N. Porém, alterar o valor de N também altera a dinâmica do sistema, então o valor padrão $N = 100$ pode ser mantido.

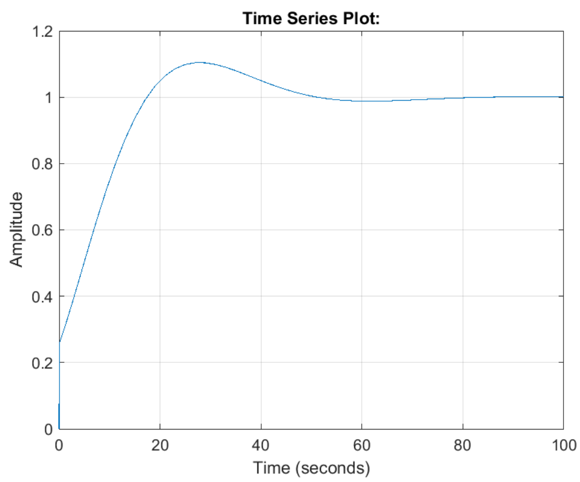
Exemplo 3: Simular um controlador PID para o sistema de primeira ordem a seguir com $K_p = 0.3$, $K_i = 0.05$ e $K_d = 1$. Não se preocupe com os valores por enquanto, apenas em montar a simulação.



Como os dados fornecidos foram os ganhos, a forma mais simples para a simulação é a paralela, bastando escrever diretamente os valores dos ganhos em P, I e D.



Para o sistema controlado, o sinal de saída será:

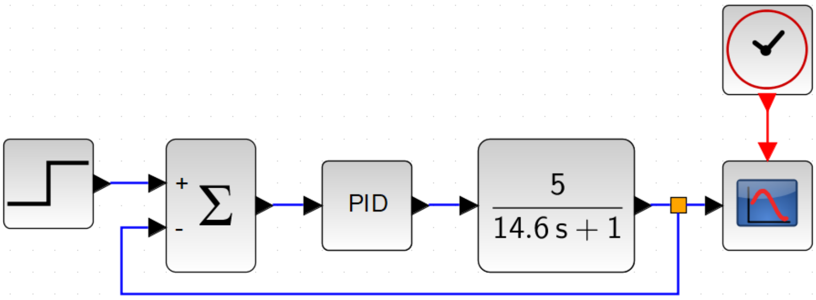


8) Simulação – *SciLab*

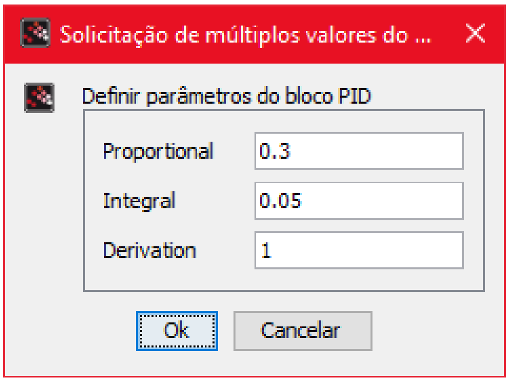
No *SciLab*, a única forma de se representar o PID é na forma paralela. Insira o bloco através da biblioteca "Sistemas de tempo contínuo".

Forma paralela – trabalha com os ganhos: $PID(s) = K_p + K_i \cdot \frac{1}{s} + K_d \cdot s$

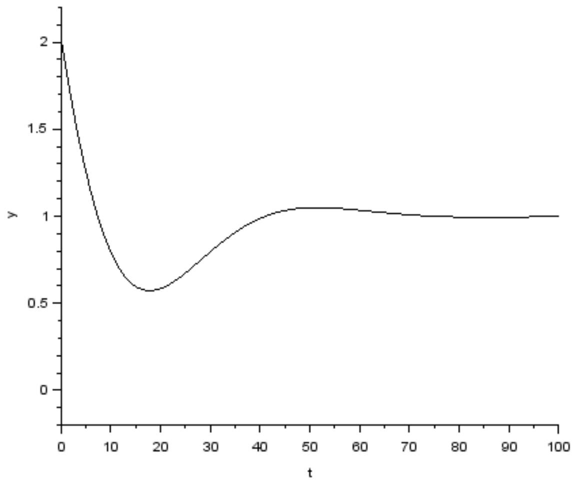
Exemplo 4: Simular um controlador PID para o sistema de primeira ordem a seguir com $K_p = 0.3$, $K_i = 0.05$ e $K_d = 1$. Não se preocupe com os valores por enquanto, apenas em montar a simulação.



Para a forma paralela, os parâmetros do PID são os ganhos. No *SciLab* não há a configuração do coeficiente do filtro (*N*):

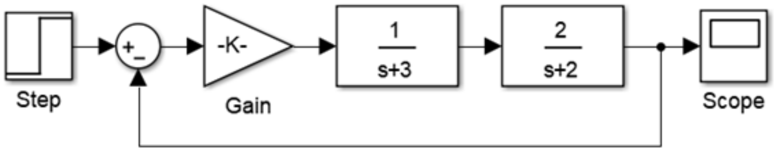


Para o sistema controlado, o sinal de saída será:



Exercício

Considere o sistema de controle modelado a seguir:



(a) Calcule a faixa de valores para o ganho K para que o sistema seja estável.

(b) Para um ganho $K = 10$, o sistema é estável? Comprove matematicamente.

(c) Para $K = 0{,}6 * K_{critico}$, plote o gráfico de saída para um *SetPoint* de amplitude 150.

(d) Para $K = 0{,}6 * K_{critico}$, calcule o valor final para um *SetPoint* de amplitude 150.