15a Aula de exercícios M008

terça-feira, 30 de novembro de 2021 15:30

18) Um Call Center possui 3 atendentes e nenhuma fila de chamadas em espera. A chegada de chamadas é Markoviana e tem média igual a 20 chamadas/hora. Cada chamada dura em média 3 minutos, de acordo com a distribuição exponencial negativa. Pede-se:

19) Considere agora que o Call Center do problema anterior possui uma fila de espera de chamadas ilimitada. Pede-se:

Dados do enunciado. $m = 3$, $J = \infty$

$\lambda = 20$ chamadas/hora, $E[t_s] = 3$ minutos

Fila $M/M/3/\infty/\infty/\infty/FIFO$

(a) a probabilidade de os atendentes estarem livres. - P_0

$$\rho = \lambda/\mu = \lambda \cdot E[t_s] = \frac{20}{\cancel{60}_{20}} \cdot \cancel{3}^{1} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\left(\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!}\right) + \frac{\rho^m}{m!\left(1-\frac{\rho}{m}\right)}}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{K=0}^{2} \frac{1^K}{K!} + \frac{\cancel{1^3}\,1}{3!\,(1-1/3)}} = 0,\overline{36}$$

$= 1 + 1 + 1/2 + 1/4 = 2,75$

(b) número médio de chamadas no sistema.

$$E(w) = \frac{P_0 \cdot \rho^m}{m!} \cdot \left(\frac{\frac{\rho}{m}}{\left(1-\frac{\rho}{m}\right)^2}\right)$$

$$E[w] = \frac{0,\overline{36} \cdot 1^3}{3!} \cdot \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = 0,0\overline{45}$$

$E[q] = E[w] + E[s] = 1,0\overline{45}$ chamadas

(c) tempo médio gasto no call center.

$E[t_q] = E[q]/\lambda = 1,0\overline{45}/20 = 52,273 \cdot 10^{-3}$ hora

$E[t_q] = E[q]/\lambda = 1,0\overline{45}/(20/60) = 3,1364$ minutos

---

20) Um terminal de uma rede de computadores de pacotes possui buffer de capacidade infinita e uma linha de 64 Kbps até um comutador de sua rede local. Este terminal recebe dois tipos de pacotes para serem transmitidos:

- Pacotes de Dados (Tipo 1): Possuem tamanho exponencial com média de 500 bytes e ~~tempo de médio de serviço 62,5~~ ms. A taxa de chegada destes pacotes é de 8 pacotes/segundo. ~~A média quadrática do tempo de serviço vale: 0,0078~~.
- Pacotes de Controle (Tipo 2): Possuem tamanho fixo de 100 bytes e tempo de serviço 12,5 ms. A taxa de chegada destes pacotes é de 5 pacotes/segundo. A média quadrática do tempo de serviço vale: 0,000156.

Calcule o tempo médio de espera dos pacotes no buffer. [R.: E{tw} = 72,20 ms].

Dados do enunciado para a classe 1:

√ tamanho médio de 500 bytes // x5 >

√ ~~$E[t_{s1}] = 62{,}5\,ms$; $E[t_{s1}^2] = 0{,}0078$~~

√ $\lambda_1 = 8$ pacotes / segundo

$$\mu_1 = 64\,\cancel{10^3} / 4.\cancel{10^3} = 16 \text{ pacotes / segundo}$$ x5 <

$$\rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 8/16 = 0{,}5$$

$$E[t_{s1}] = 1/\mu_1 = 1/16 = 62{,}5\,ms$$ x5 >

$$E[t_{s1}^2] = 2/\mu_1^2 = 2/16^2 = 0{,}0078125$$

Dados do enunciado para a classe 2:

√ tamanho fixo de 100 bytes //

√ ~~$E[t_{s2}] = 12{,}5\,ms$, $E[t_{s2}^2] = 0{,}000156$~~

√ $\lambda_2 = 5$ pacotes / segundo

$$\mu_1 = 64.10^3 / 800 = 80 \text{ pacotes / segundo}$$ //

$$\rho_2 = \lambda_2/\mu_2 = 5/80 = 0{,}0625$$

$$E[t_{s2}] = 1/\mu_2 = 1/80 = 12{,}5\,ms$$ //

$$E[t_{s2}^2] = 1/\mu^2 = 1/80^2 = 0{,}00015625$$

Para o sistema:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 8+5 = 13 \text{ pacotes / segundo}$$

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 = 16 + 80 = 96 \text{ pacotes / segundo}$$

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = 0{,}5 + 0{,}0625 = 0{,}5625$$

$$E[t_s] = \sum t_s \cdot f_{T_s}(t_s) = \frac{8 \; 62{,}5\,10^{-3} + 5 \,.\, 12{,}5 \,.\, 10^{-3}}{13}$$

$$= 43{,}269\,ms$$

$$E[t_s^2] = \sum t_s^2 \cdot f_{T_s}(t_s) = \frac{8 \,.\, 0{,}0078125 + 5 \; 0{,}00015625}{13}$$

$$= 4{,}8677\ ms^2$$

$$E[t_w] = \frac{\lambda \cdot E[t_s^2]}{2(1-\rho)} = \frac{13 \cdot 4{,}8677 \cdot 10^{-3}}{2(1-0{,}5625)} = 72{,}32\ ms$$