02/12/2021

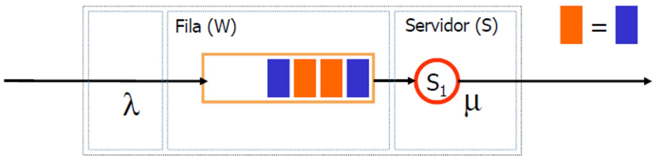
Filas com Prioridades

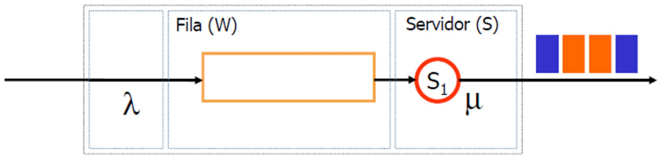
Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

- ✓ Até agora consideramos que os elementos que chegam ao sistema de filas sempre pertencem a uma única classe, sendo todos portanto atendidos da mesma forma.
- ✓ Vamos agora analisar o que acontece quando *R* classes de elementos chegam ao sistema e são atendidos com ou sem priorização.
- ✓ Caso haja priorização, o sistema atenderá os elementos de acordo com a prioridade de cada classe, ou seja, elementos das classes mais prioritárias são atendidas por primeiro.

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

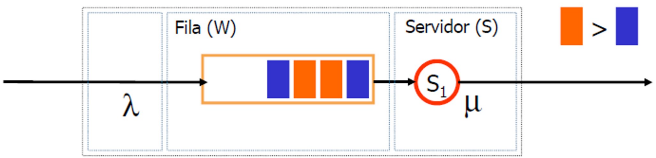
- ✓ Sistema com Várias Classes Sem Priorização
  - Os elementos de cada classe são atendidos de forma diferenciada, porém sem prioridade sobre os demais.

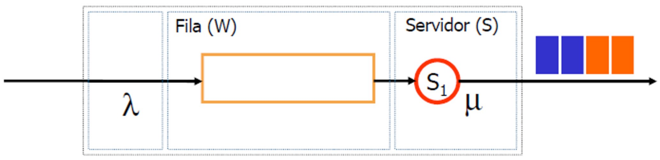




Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

- ✓ Sistema com Várias Classes Com Priorização
  - Os elementos de cada classe são atendidos de forma diferenciada, porém os de maior prioridade são atendidos 1º.





Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Básico

- Seja $\mathbf{C} = \{c_1, c_2, ..., c_R\}$ o conjunto das R classes de elementos existentes no sistema.

- A taxa de chegada média total λ é igual a soma das taxas médias de cada classe:
$$\lambda = \sum_{r=1}^{R} \lambda_r$$

- A intensidade total ρ é igual a soma das intensidades para cada classe:
$$\rho = \sum_{r=1}^{R} \rho_r$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Básico (cont.)

- O tempo médio de serviço no sistema é:
$$E\{t_s\} = \sum_{r=1}^{R} \frac{\lambda_r}{\lambda} E\{t_{s_r}\}$$

- A média quadrática do tempo médio de serviço no sistema é:
$$E\{t_s^2\} = \sum_{r=1}^{R} \frac{\lambda_r}{\lambda} E\{t_{s_r}^2\}$$

- A intensidade de tráfego para cada classe e o tempo médio de serviço se relacionam por:
$$\rho_r = \lambda_r E\{t_{s_r}\} = \frac{\lambda_r}{\mu_r}$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Para o Caso Com Prioridades

- Seja p a prioridade de uma classe r qualquer. Se $p = 1$ para esta classe, ela é a mais prioritária. O número médio de elementos da classe r na fila será:
$$\boxed{E\{w_{(p)}\} = \frac{\lambda.\lambda_{(p)}.E\{t_s^2\}}{2\cdot\left(1-\beta_{(p-1)}\right)\cdot\left(1-\beta_{(p)}\right)}} \qquad \begin{cases} \beta_{(i)} = \sum_{k=1}^{i} \rho_{(k)} \\ \beta_{(0)} = 0 \end{cases}$$
$$\lambda_{(p)} = \lambda_r \qquad \rho_{(p)} = \rho_r$$

- O número médio de elementos na fila para todas as classes será:
$$E\{w\} = \sum_{p=1}^{P} E\{w_{(p)}\}$$

Classe

1	Vídeo	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$
2	Dados	μ_1, μ_2, μ_3
3	Voz	ρ_1, ρ_2, ρ_3

$E[t_{s_1}]$, $E[t_{s_2}]$, $E[t_{s_3}]$

Prioridade	classe
(1)	2
(2)	3
(3)	1

$\lambda_{(1)} = \lambda_2$ $\quad \rho_{(3)} = \rho_1$ $\quad E[t_{s(2)}] = E[t_{s_3}]$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Para o Caso Com Prioridades (cont.)

- Exemplo 25: R = 3, $\mathbf{C} = \{c_1, c_2, c_3\}$ e a ordem de prioridade dada por: c_3 prioridade máxima (p=1), c_2 prioridade média (p=2) e c_1 prioridade baixa (p=3).

$$E\{w_{(1)}\} = \frac{\lambda.\lambda_{(1)}.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\beta_{(0)}\right)\left(1-\beta_{(1)}\right)} = \frac{\lambda.\lambda_3.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_{(1)}\right)} = \frac{\lambda.\lambda_3.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_3\right)}$$

$$E\{w_{(2)}\} = \frac{\lambda.\lambda_{(2)}.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\beta_{(1)}\right)\left(1-\beta_{(2)}\right)} = \frac{\lambda.\lambda_2.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_{(1)}\right)\left(1-\rho_{(1)}-\rho_{(2)}\right)}$$

$$E\{w_{(2)}\} = \frac{\lambda.\lambda_2.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_3\right)\left(1-\rho_3-\rho_2\right)}$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

$$E\{w_{(3)}\} = \frac{\lambda.\lambda_{(3)}.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\beta_{(2)}\right)\left(1-\beta_{(3)}\right)}$$

$$E\{w_{(3)}\} = \frac{\lambda.\lambda_{(3)}.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_{(1)}-\rho_{(2)}\right)\left(1-\rho_{(1)}-\rho_{(2)}-\rho_{(3)}\right)}$$

$$E\{w_{(3)}\} = \frac{\lambda.\lambda_1.E\{t_s^2\}}{2\left(1-\rho_3-\rho_2\right)\left(1-\rho_3-\rho_2-\rho_1\right)}$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Para o Caso Com Prioridades (cont.)

- O tempo médio de permanência dos elementos da classe r com prioridade p na fila vale:

$$\boxed{E\left\{t_{w_{(p)}}\right\} = \frac{\lambda . E\left\{t_s^2\right\}}{2\cdot\left(1-\beta_{(p-1)}\right)\cdot\left(1-\beta_{(p)}\right)}} \qquad \begin{cases} \beta_{(i)} = \sum_{k=1}^{i} \rho_{(k)} \\ \beta_{(0)} = 0 \end{cases}$$

$$\lambda_{(p)} = \lambda_r \qquad \rho_{(p)} = \rho_r$$

- O tempo médio de permanência na fila para todas as classes vale:

$$E\{t_w\} = \sum_{p=1}^{P} E\left\{t_{w_{(p)}}\right\}$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Para o Caso Sem Prioridades

- No caso sem prioridades, continuam existindo r classes de tráfego, mas nenhuma tem prioridade sobre as demais.

- Assim, o número médio de elementos das classes na fila será:

$$\boxed{E\{w\} = \frac{\lambda^2 . E\left\{t_s^2\right\}}{2(1-\rho)}}$$

Com:

$$\lambda = \sum_{r=1}^{R} \lambda_r \quad \rho = \sum_{r=1}^{R} \rho_r \quad E\left\{t_s^2\right\} = \sum_{r=1}^{R} \frac{\lambda_r}{\lambda} E\left\{t_{s_r}^2\right\}$$

Sistema com Prioridades, Buffer ∞ e Servidor Único

✓ Equacionamento Para o Caso Sem Prioridades

- O tempo médio de permanência de elementos das classes na fila será:

$$\boxed{E\{t_w\} = \frac{\lambda . E\left\{t_s^2\right\}}{2(1-\rho)}}$$

Sistema de Fila com Prioridades

Exemplo 26:

Um comutador envia pacotes que chegam até ele por uma linha de 64 Kbps. Considere este comutador com buffer de capacidade infinita. Os pacotes que chegam são derivados de dois tipos de tráfego, cujas características são listadas a seguir:

- Tráfego 1 – os pacotes possuem tamanho exponencial, com média de 500 bytes, e taxa de chegada igual a 8 pacotes/segundo.
- Tráfego 2 – os pacotes possuem tamanho fixo de 100 bytes e taxa de chegadas igual a 5 pacotes/segundo.

Supondo que os pacotes do Tráfego 2 sejam transmitidos em primeiro lugar, calcule os tempos médios de espera no buffer para ambos os tipos de pacotes.

(p)	c
(1)	2
(2)	1

Saída de 64 Kbps

Tráfego 1 (classe 1)

500 bytes (exponencial)

$\lambda_1 = 8$ pac/s

$$\mu_1 = \frac{64.000}{500 * 8} = 16 \text{ pac/s}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{8}{16} = 0,5$$

$$E[t_{s1}] = \frac{1}{16} = 62,5 \text{ ms}$$

Tráfego 2 (classe 2)

100 bytes (FIXO)

$\lambda_2 = 5$ pac/s

$$\mu_2 = \frac{64.000}{100 \times 8} = 80 \text{ pac/s}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{5}{80} = 0,0625$$

$$E[t_{s2}] = \frac{1}{80} = 12,5 \text{ ms}$$

$E[ts_1] = \frac{1}{16} = 62{,}5\ ms$

$E[ts_1^2] = \frac{2}{\mu_1^2} = \frac{2}{16^2} = 7{,}8125 \cdot 10^{-3}$

$E[ts_2] = \frac{1}{80} = 12{,}5\ ms$

$E[ts_2^2] = \frac{1}{\mu_2^2} = \frac{1}{80^2} = 1{,}5625 \cdot 10^{-4}$

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 8 + 5 = 13\ pac/s$

$E[ts^2] = \frac{\lambda_1 \cdot E[ts_1^2] + \lambda_2 \cdot E[ts_2^2]}{\lambda} = \frac{8 \cdot 7{,}8125 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 1{,}5625 \cdot 10^{-4}}{13} = 4{,}86779 \cdot 10^{-3}\ s^2$

$E[tw_{(1)}] = \frac{\lambda \cdot E[ts^2]}{2(1-\beta_{(0)}) \cdot (1-\beta_{(1)})} = \frac{13 \cdot 4{,}86779 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot (1-0{,}0625)} = 33{,}75\ ms$

$\beta_{(0)} = 0 \quad \beta_{(1)} = \rho_{(1)} = \rho_2 = 0{,}0625$

$E[tw_{(2)}] = \frac{\lambda \cdot E[ts^2]}{2 \cdot (1-\beta_{(1)}) \cdot (1-\beta_{(2)})} = \frac{13 \cdot 4{,}86779 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot (1-0{,}0625) \cdot (1-0{,}15625)} = 77{,}14\ ms$

$\beta_{(2)} = \rho_{(1)} + \rho_{(2)} = \rho_2 + \rho_1 = 0{,}15625$

Sistema de Fila com Prioridades

Exemplo 27:

Um terminal de uma rede de computadores de pacotes possui buffer de capacidade infinita e um enlace de 10 Mbps até um comutador de sua rede local. Este terminal recebe três tipos de pacotes para serem transmitidos:

- Tipo 1 – pacotes de internet: possuem tamanho exponencial, com média de 1500 bytes, e taxa de chegada igual a 200 pacotes/segundo.
- Tipo 2 – pacotes de voz: possuem tamanho fixo de 50 bytes e taxa de chegadas igual a 6000 pacotes/segundo.
- Tipo 3 – pacotes de vídeo: possuem tamanho fixo de 1000 bytes e taxa de chegadas igual a 300 pacotes/segundo.

a) Supondo que os pacotes de voz sejam os mais prioritários, seguidos dos pacotes de vídeo e por último os de internet, determine o tempo médio de espera no buffer para cada tipo de pacote.

b) Refaça os cálculos do item a, considerando que não existe priorização de tráfego.

Saída de 10 Mbps

a)

(p)	C	
(1)	2	VOZ
(2)	3	VÍDEO
(3)	1	INTERNET

Classe 1 (Internet)

1500 bytes (exponencial)

$\lambda_1 = 200\ pac/s$

$\mu_1 = \frac{10^7}{1500 \times 8} = 833{,}33\ pac/s$

$\rho_1 = \frac{200}{833{,}33} = 0{,}24$

$E[ts_1^2] = \frac{2}{(833{,}33)^2} = 2{,}88 \cdot 10^{-6}$

Classe 2 (Voz)

50 bytes (FIXO)

$\lambda_2 = 6000\ pac/s$

$\mu_2 = \frac{10^7}{50 \times 8} = 25.000\ pac/s$

$\rho_2 = \frac{6000}{25000} = 0{,}24$

$E[ts_2^2] = \frac{1}{(25K)^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-9}$

Classe 3 (Vídeo)

1000 bytes (FIXO)

$\lambda_3 = 300\ pac/s$

$\mu_3 = \frac{10^7}{10000 \times 8} = 1250\ pac/s$

$\rho_3 = \frac{300}{1250} = 0{,}24$

$E[ts_3^2] = \frac{1}{(1250)^2} = 6{,}4 \cdot 10^{-7}$

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 6500\ pac/s$

$E[ts^2] = 1{,}19631 \cdot 10^{-7}$

$E[ts^2] = 1{,}19631 \cdot 10^{-7}$

a) $E[tw_{(1)}] = 0{,}5116$ ms (voz)

$E[tw_{(2)}] = 0{,}9838$ ms (vídeo)

$E[tw_{(3)}] = 2{,}67$ ms (Internet)

b) $E[tw] = 1{,}389$ ms