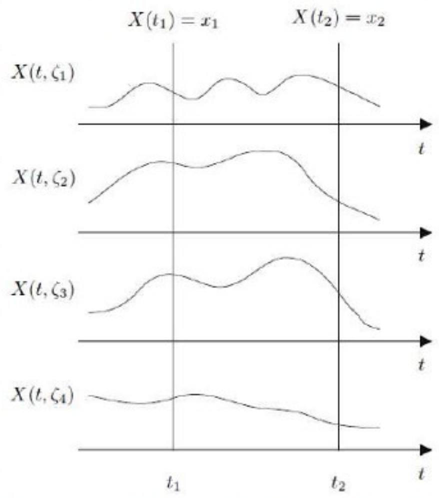
01/10/2021

Capítulo 05 Processos Estocásticos

5) Processos Estocásticos

5.1) Definição

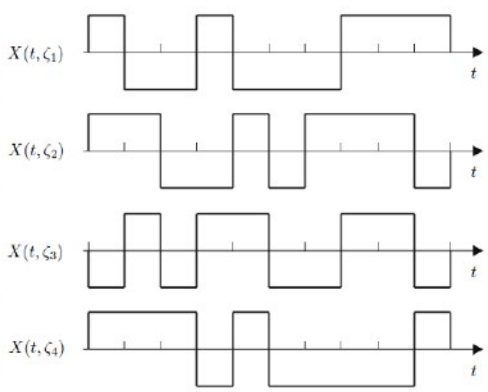


$X(t) \rightarrow$ Processo estocástico

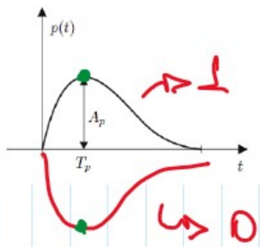
- **Algumas definições**
- Conjunto do processo estocástico *X(t)*.
- Função amostra.
- V.A. – o resultado de cada experimento é um número.
- Processo estocástico – o resultado de cada experimento é uma forma de onda.
- O número de formas de onda possíveis no conjunto pode ser finito ou infinito.

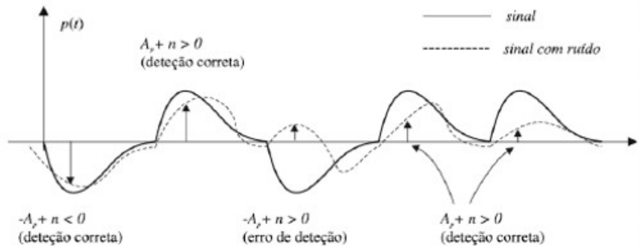
- Saída de um gerador de sinais binários (sobre um período de *0* a *10T*).

2^{10} resultados



• **Exemplo 01:** Sobre um canal binário, as mensagens *m=0* e *m=1* são transmitidas com probabilidade iguais usando um pulso positivo e negativo, respectivamente. O pulso transmitido correspondente a mensagem **1** é *p(t)*, ilustrado abaixo, e o pulso transmitido correspondente à mensagem **0** será – *p(t)*.

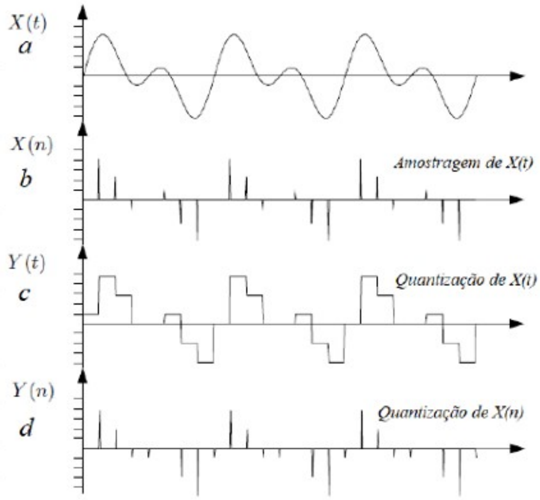




$2^5 = 32$ res.

5.2) Tipos de processos estocásticos

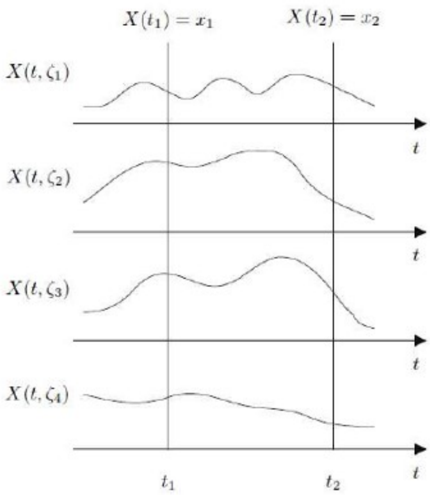
a) Amplitudes contínuas e tempo contínuo.
b) Amplitudes contínuas e tempo discreto.
c) Amplitudes discretas e tempo contínuo.
d) Amplitudes discretas e tempo discreto.



5.3) Médias estatísticas de processos estocásticos

• Médias de conjunto.

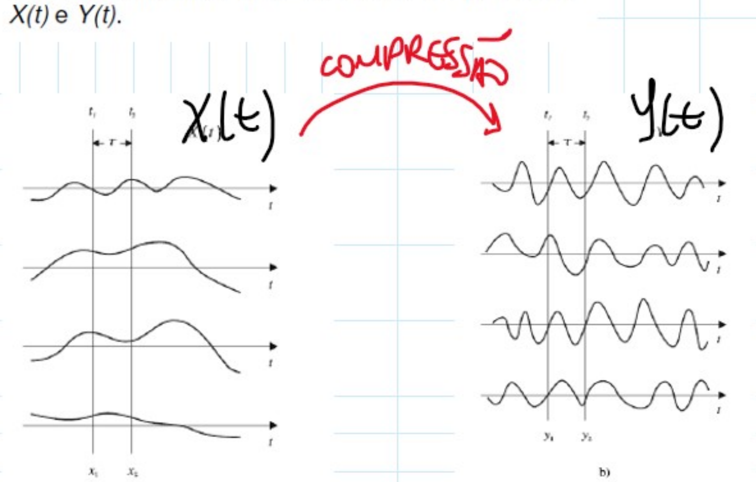
• *fdp* de primeira ordem : $f_X(x,t)$.

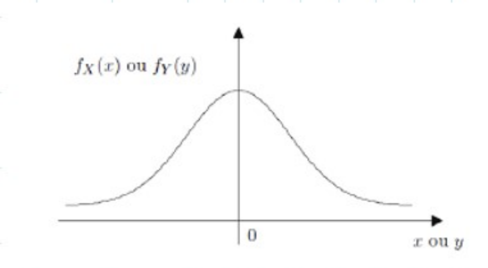


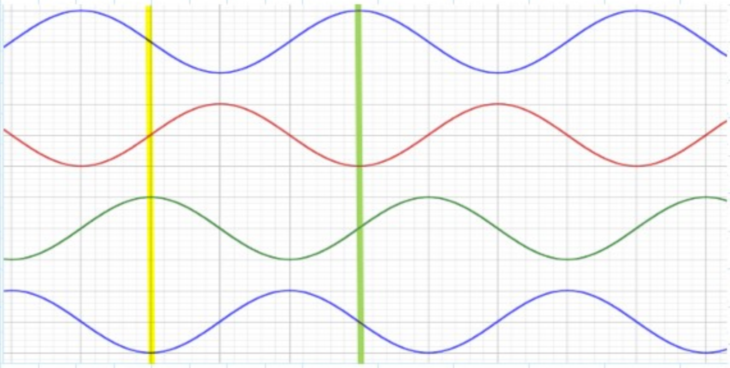
• *X(t)* é completamente especificada se a *fdp* de *X* é especificada para cada valor de *t* , o que não é tão simples assim.

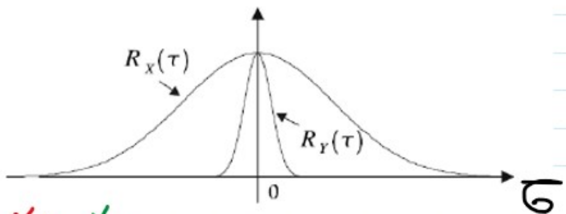
• O conhecimento da *fdp* de primeira ordem é insuficiente para especificar um processo aleatório.

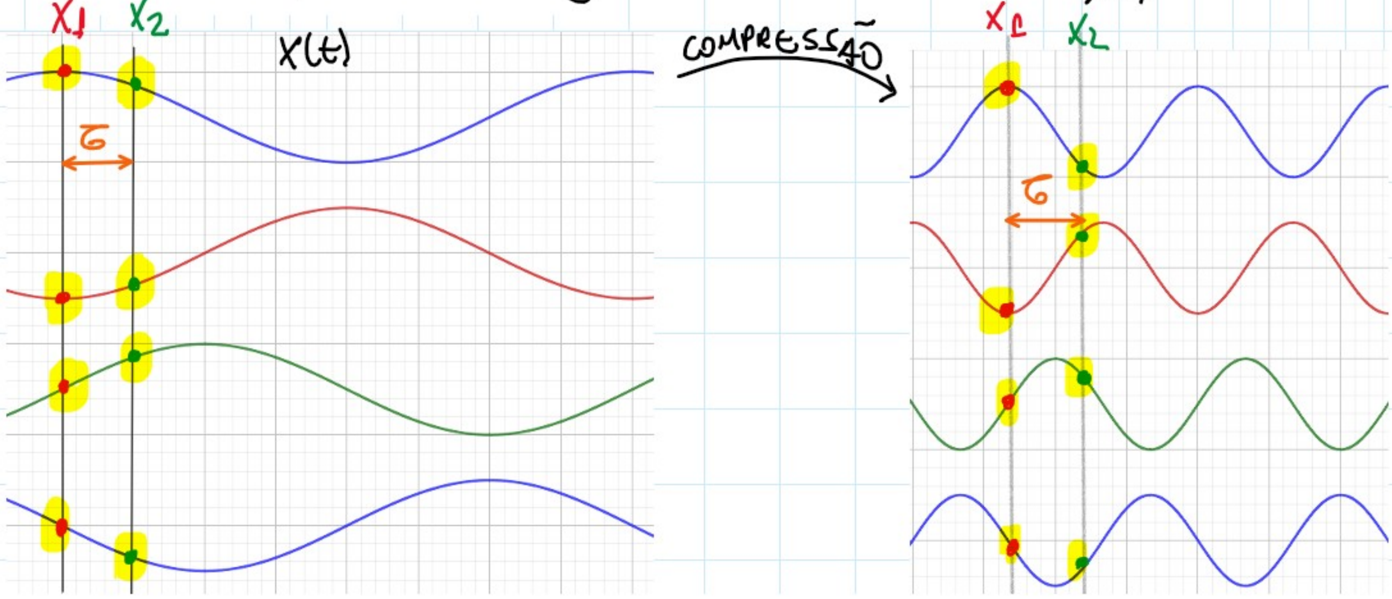
- **Exemplo 02:** Considere um processo estocástico *X(t)* cujo conjunto é mostrado a seguir. Para o processo estocásctico *X(t)*, suponha que a distribuição de amplitudes em qualquer instante *t* é a mesma, isto é $f_X(x;t)$ é independente de *t*, e $f_X(x;t)=f_X(x)$, como ilustrado a seguir. Se comprimirmos no tempo o processo *X(t)* por um fator *k* *(k>1)*, formamos um novo processo *Y(t)*. Verifique porque as estatísitcas de primeira ordem não são suficientes para diferenciar os processos *X(t)* e *Y(t)*.

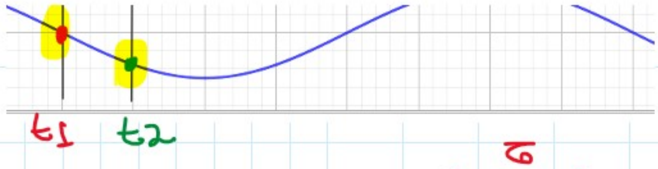


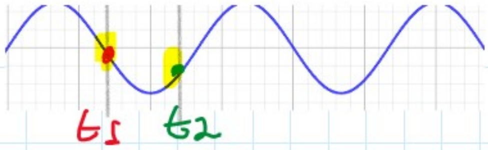


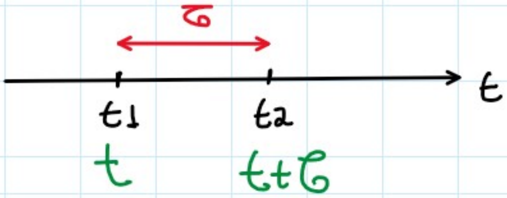












$\tau = t_2 - t_1$

$\tau = t_1 - t_2$

- **Função de autocorrelação**

$$R_X(t_1,t_2) = E\left[X(t_1)X(t_2)\right] = \overline{X(t_1)X(t_2)} = \overline{X_1X_2}$$

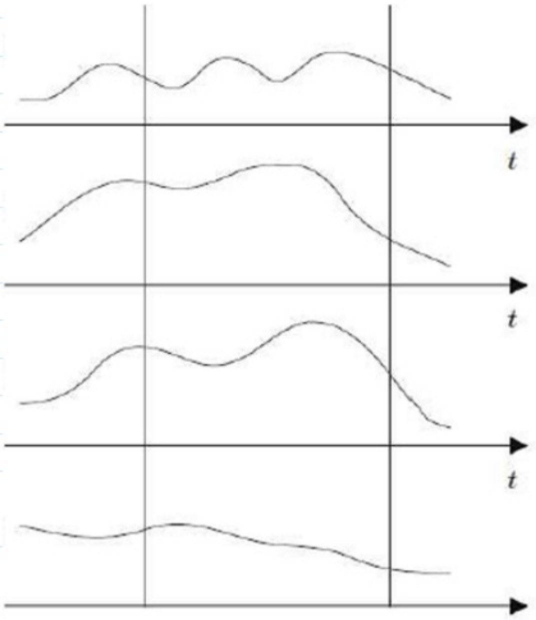
$$R_X(t,t+\tau) = E\left[X(t)X(t+\tau)\right] = \overline{X(t)X(t+\tau)}$$

5.4) Classificação de processos estocásticos

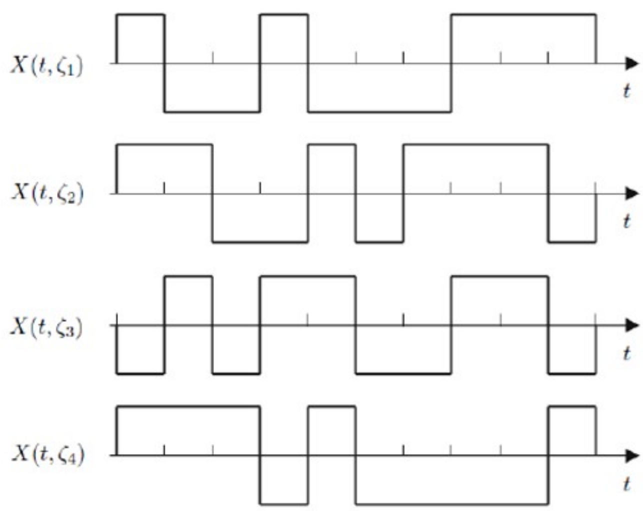
Processos Estocásticos

- Não estacionários → As características estatísticas variam com o tempo.
- Estacionários — As características estatísticas não variam com o tempo.
  - Sentido estrito FORTE
  - Sentido amplo FRACA

$$\begin{cases} \overline{X(t)} = CTE \\ R_x(t_1,t_2) = R_x(\tau) \end{cases}$$



- Saída de um gerador de sinais binários (sobre um período de *0* a *10T*).



5.4.2) Processos estacionários no sentido amplo (ou fracamente estacionários)

$$\overline{x(t)} = \text{constante}$$

$$R_X(t_1,t_2) = R_X(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1$$

?

$X(t)$ → SLIT $h(t)$ → $y(t) = X(t) * h(t)$?

$$\begin{cases} \overline{X(t)} = \text{CTE} \\ R_X(\tau) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{y(t)} \\ R_y(\tau) \end{cases}$$

- **Exemplo 03**: Mostre que o processo aleatório

$$X(t) = A.\cos(\omega_c t + \theta)$$

em que θ é uma v.a. uniformemente distribuída no intervalo $[0, 2\pi]$ é um processo estacionário no sentido amplo.

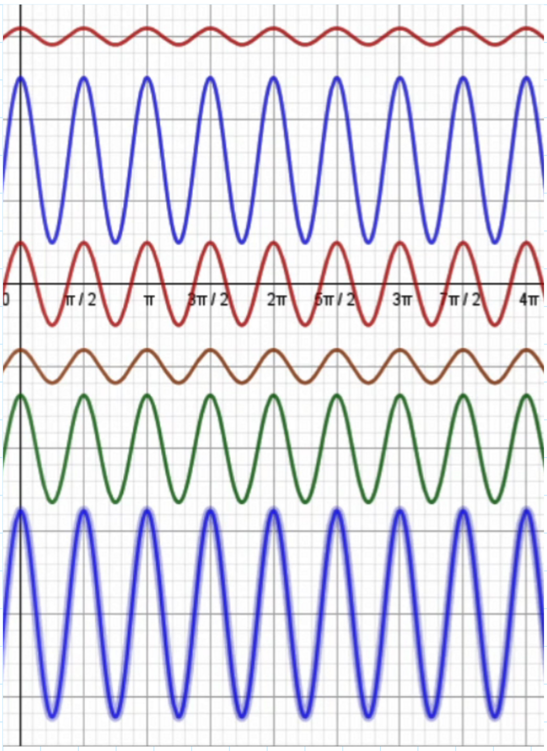
Fugindo um pouco do exemplo 03:

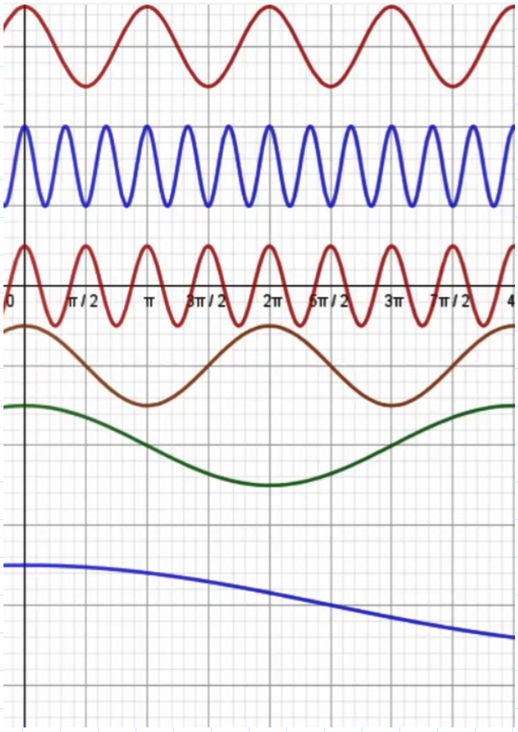
$$X(t) = A.\cos(\omega_c t + \theta)$$

↳ V.A.

$$X(t) = A.\cos(\omega_c t + \theta)$$

↳ V.A.


0
π / 2
π
3π / 2
2π
5π / 2
3π
7π / 2
4π


0
π / 2
π
3π / 2
2π
5π / 2
3π
7π / 2