

## 6ª Lista de exercícios de M008 - Exercício 3)

03) Os operadores da bolsa prestam muita atenção no tick de uma ação. Os ticks podem ser para cima, neutros ou para baixo, dependendo se o valor da mesma subiu, permaneceu estável ou caiu, em relação à última cotação. Para uma dada ação, os operadores observaram que os ticks poderiam ser adequadamente modelados por uma cadeia de Markov. Eles observaram o seguinte:

- ✗ • se o tick atual é neutro, então a probabilidade do próximo também ser neutro é 0,6 e a probabilidade de ser para cima é 0,2;
- ✗ • se o tick atual é para baixo, então a probabilidade do próximo também ser para baixo é 0,4, e a probabilidade de ser neutro 0,6;
- ✗ • se o tick atual é para cima, então a probabilidade do próximo também ser para cima é 0,4, e a probabilidade de ser neutro é 0,4.

Usando os estados 0, 1 e 2 para denotar o tick atual como sendo para baixo, neutro e para cima, respectivamente, pede-se:

(a) a matriz de transição  $P$

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{vmatrix}$$

(b) estado atual:  $i = 1$  ; estado futuro:  $j = 2$  ;  $n = 2$

$$P_{ij}(n) \rightarrow P_{12}(2) = 0,2 \cdot 0 + 0,6 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 \\ = 0 + 0,12 + 0,08$$

$$P(n) = P^n \therefore P(2) = P^2 \quad P_{12}(2) = 0,2$$

$$\begin{vmatrix} 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{linha 0} \\ \text{linha 1} \\ \text{linha 2} \end{array}$$

coluna 0coluna 1

linha  $\rightarrow$  estado atual, coluna  $\rightarrow$  estado futuro

(c) analisar o vetor em regime permanente

$$\begin{bmatrix} \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 \end{bmatrix}$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$$

$$0,4\pi_0 + 0,2\pi_1 + 0,2\pi_2 = \pi_0$$

$$\pi_0 = 0,25 \rightarrow \text{baixo}$$

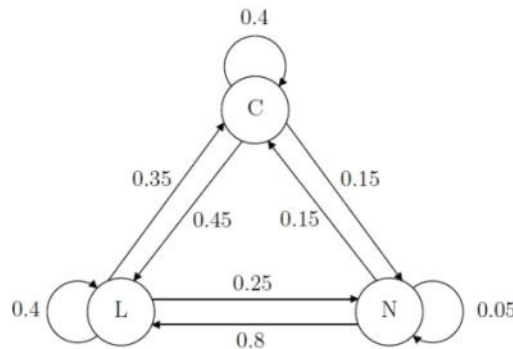
$$\pi_1 = 0,5625 \rightarrow \text{neutro}$$

$$\begin{aligned}\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 &= 1 \\ 0,4\pi_0 + 0,2\pi_1 + 0,2\pi_2 &= \pi_0 \\ 0,2\pi_1 + 0,4\pi_2 &= \pi_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_0 &= 0,25 \rightarrow \text{baixo} \\ \pi_1 &= 0,5625 \rightarrow \text{neutro} \\ \pi_2 &= 0,1875 \rightarrow \text{cima}\end{aligned}$$

### 6ª Lista de exercícios de M008 - Exercício 4)

04) Uma professora de matemática, não desejando ser previsível, decidiu atribuir tarefas baseando-se em probabilidades. No primeiro dia de aula, ela desenhou a figura abaixo na lousa para informar aos alunos se deviam esperar uma tarefa longa, uma tarefa curta ou nenhuma tarefa no dia seguinte.



escolhendo: 0 - longa, 1 - curta, 2 - não ter tarefa

(a) determinar a matriz P

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,35 & 0,25 \\ 0,45 & 0,4 & 0,15 \\ 0,8 & 0,15 & 0,05 \end{bmatrix}$$

(b) estado atual:  $i = 0$ , estado futuro:  $j = 0$ ,  $n = 1$

$$P_{00}(1) = 0,4$$

$$(c) P_{12}(1) + P_{22}(1) = 0,15 + 0,05 = 0,2$$

$$\begin{aligned}(d) P_{12}(2) &= 0,45 \cdot 0,25 + 0,4 \cdot 0,15 + 0,15 \cdot 0,05 \\ &= 0,1125 + 0,06 + 0,0075 = 0,18\end{aligned}$$

$$(e) P(2) = P^2 \text{ e } P(3) = P^3 = P(1) \cdot P(2)$$

0.5175	0.3175	0.1650	0.4819	0.3329	0.1853
0.4800	0.3400	0.1800	0.4890	0.3310	0.1800
0.4275	0.3475	0.2250	0.5074	0.3224	0.1703

$$\begin{aligned}(g) P_{22}(5) &= 0,4275 \cdot 0,1853 + 0,3475 \cdot 0,18 + 0,225 \cdot 0,1703 \\ &= 0,18005\end{aligned}$$

(h) vetor no regime permanente

$$p = \begin{bmatrix} 0,4888 & 0,3304 & 0,1808 \end{bmatrix}$$

### 6ª Lista de exercícios de M008 - Exercício 1)

**01)** Um automóvel novo pode ser classificado em cinco estados de conservação: 1=excelente, 2=bom, 3=razoável, 4=ruim e 5=péssimo. A matriz de probabilidades transições de estados para um dado automóvel, para o intervalo de um ano, é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0 \\ 0,2 & 0,45 & 0,2 & 0,1 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,4 & 0,25 & 0,15 \\ 0 & 0,05 & 0,15 & 0,35 & 0,45 \\ 0 & 0 & 0,05 & 0,1 & 0,85 \end{bmatrix}$$

(a) vetor dos estados após 5 anos

$$p(5) = p(0) \cdot P(5) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot P^5$$

↳ o carro "novo" é excelente

$$p(5) = \begin{bmatrix} 0,2034 & 0,1984 & 0,1736 & 0,1502 & 0,2744 \end{bmatrix}$$

(b) vetor no regime permanente

$$\begin{bmatrix} 0.049826 & 0.069525 & 0.120510 & 0.154114 & 0.606025 \end{bmatrix}$$