

 Instituto Nacional de Telecomunicações	7ª Aula de exercícios de M008	Turma: M008 A
	M008 – Probabilidade e Processos Estocásticos	
Professor: Renan Sthel Duque		Monitor: Igor Gonçalves de Souza
Assunto(s): Função característica de variável aleatória – cálculo de momentos		
Conteúdo: Enunciado para as questões		
Nome:		Data:

- 1) Um importante fator no combustível sólido de um míssil é a distribuição do tamanho de partículas. Problemas significativos podem ocorrer se o tamanho das partículas for muito grande. Admita que o combustível é produzido por duas empresas diferentes. As variáveis aleatórias contínuas  $X$  e  $Y$  representam o tamanho das partículas (em micrometros) dos combustíveis produzidos pela primeira e pela segunda empresa, respectivamente. De dados obtidos no passado, foi determinado que a função de distribuição cumulativa conjunta de  $X$  e  $Y$  é caracterizada pela função a seguir. Pede-se:

$$F_{XY}(x, y) = \begin{cases} \left(1 - 1/x^3\right)\left(1 - 1/y^4\right), & x \geq 1, y \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) A função de distribuição cumulativa do tamanho das partículas  $Y$  do combustível produzido pela segunda empresa.

$$\text{Resposta: } F_Y(y) = \begin{cases} 1 - 1/y^4, & y \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (b) A função densidade de probabilidade do tamanho das partículas  $Y$  do combustível produzido pela segunda empresa.

$$\text{Resposta: } f_Y(y) = \begin{cases} 4/y^5, & y \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (c) O valor médio do tamanho das partículas  $Y$  do combustível produzido pela segunda empresa.

$$\text{Resposta: } E[Y] = 4/3 \mu m = 1, \bar{3} \mu m$$

- (d) O desvio padrão do tamanho das partículas  $Y$  do combustível produzido pela segunda empresa.

$$\text{Resposta: } \sigma_Y = \sqrt{2}/3 \mu m = 0,4714 \mu m$$

- 2) Duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  possuem função densidade de probabilidade conjunta dada pela função a seguir. Pede-se:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} a \cdot ye^{-2x}, & 0 \leq y \leq 4, x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) A função característica da variável aleatória  $X$ .

- (b) Utilizando a função característica, determine o valor médio de  $X$ .

**Resposta:**  $E[X] = 0,5$

---

- 3) A variável aleatória  $X$  fornece uma aproximação para a quantidade de alunos que faltam a uma aula no *Teams*. A função característica de  $X$  é dada por  $\psi_X(j\omega) = e^{8(e^{j\omega}-1)}$ . Pede-se:

- (a) Quantos alunos, em média, faltam a uma aula no *Teams*?

**Resposta:**  $E[X] = 8$  alunos

- (b) O valor quadrático médio da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $E[X^2] = 72$  alunos<sup>2</sup>

- (c) A variância e o desvio padrão da variável aleatória  $X$ .

**Resposta:**  $\sigma_X^2 = 8$  alunos<sup>2</sup> e  $\sigma_X = 2,8284$  alunos