

# Análise da Cotação do Facebook e do Twitter em Dólar (USD)

Camila Lima de Sousa e Carlyne Soares de Brito

1 de novembro de 2021

## 1 Introdução

No século atual, as redes sociais têm mostrado quão indispensáveis são na vida da sociedade. Pelas estatísticas da quantidade de acessos por dia, é possível constatar que as redes sociais deixaram de ser apenas uma forma de manter contatos, passando também a ser fontes de informação, atração de novos clientes, publicidade, acessibilidade, expressões de opiniões e também de lazer, o que foi mais evidenciado ainda com a pandemia. Dessa forma, este trabalho traz a análise de cotação das duas maiores redes sociais de micro blog/ comunicação em tempo real atualmente: O Twitter, que tem cerca de 335 milhões de usuários ativos, e o Facebook, com 2,2 bilhões de usuários ativos por mês.

Esse trabalho tem como meta principal a modelagem do desempenho do retorno máximo logarítmico. Isso será feito por meio de distribuições extremas, sendo a  $\alpha$ -estável (Análise Univariada) e a cópula de Frank (Análise Bivariada) como opções para modelagem dos retornos diários e para cálculo estimado do VaR. Assim, será feita a análise da série histórica das Cotações das empresas Facebook e Twitter em Dólar (USD) de Novembro de 2013 à Setembro de 2021.

## 2 Metodologia

As bases de dados utilizadas neste trabalho podem ser acessadas no site do Yahoo

Finance (<https://finance.yahoo.com>), e são constituídas pelas observações máximas diárias dos dados financeiros de cotação das empresas Facebook e Twitter.

Assim, pelos dados serem caracterizados por cauda pesada, foi aplicada a Teoria de Valores extremos com análise Univariada e Bivariada. Os bancos de dados são compostos por 1970 observações cada, com as mesmas 7 variáveis, por um período de praticamente 8 anos. Como citado, foi utilizado primordialmente a distribuição extremal  $\alpha$ -estável para modelagem dos retornos diários, mas também, posteriormente, foi usada a distribuição Generalizada do Valor Extremo (GEV), utilizando-se a teoria dos blocos máximos. Assim como, na análise bivariada, foram aplicados conceitos de Cópulas por meio também da GEV.

Para obtenção de resultados deste trabalho, foi empregado o software estatístico R com diversos pacotes, entre eles têm-se Copula, fBasics, StableEstim, stabledist, PerformanceAnalytics, extRemes, ismev, evmix, extremis, DT, kableExtra, VGAM, evd e fExtremes.

## 3 Resultados

### 3.1 Análise Univariada

Para melhor entendimento dos bancos utilizados neste trabalho, as Tabelas 1 e 2 abaixo mostram as primeiras observações dos respectivos bancos.

Tabela 1 – Tabela das 5 primeiras observações da cotação do Facebook em Dólar (USD)

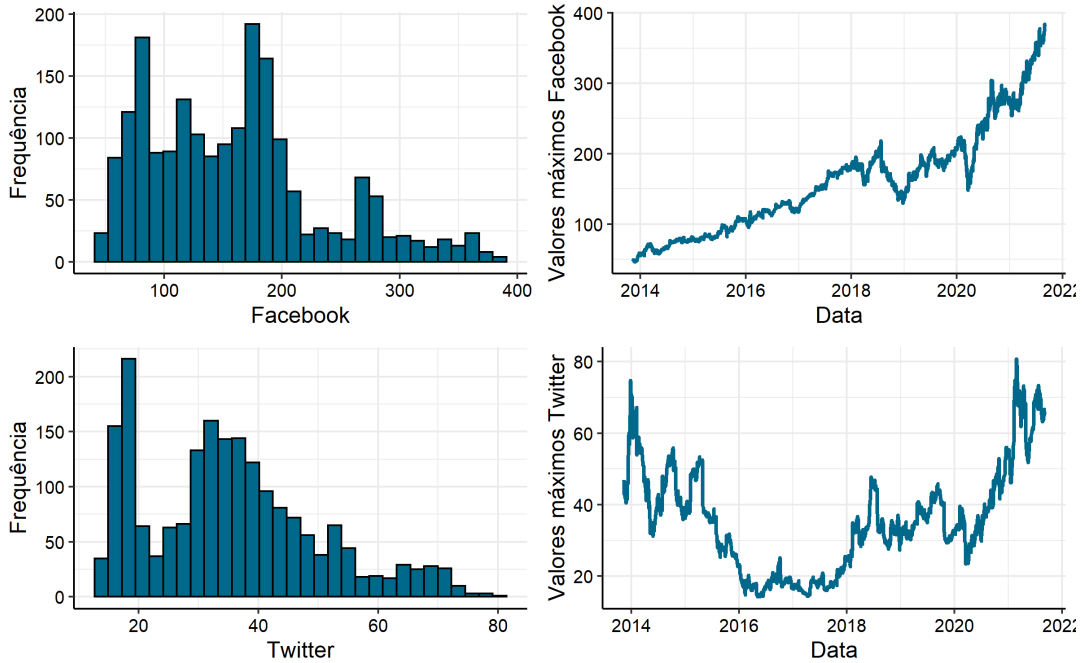
Date	Open	High	Low	Close	Adj.Close	Volume	Retorno
2013-11-11	47.04	47.53	45.73	46.20	46.20	80910000	-0.023290780
2013-11-12	46.00	47.37	45.83	46.61	46.61	68196000	-0.003371974
2013-11-13	46.23	48.74	46.06	48.71	48.71	79245000	0.028510993
2013-11-14	48.70	49.57	48.03	48.99	48.99	75117000	0.016885723
2013-11-15	49.11	49.48	48.71	49.01	49.01	42453000	-0.001817265

Tabela 2 – Tabela das 5 primeiras observações da cotação do Twitter em Dólar (USD)

Date	Open	High	Low	Close	Adj.Close	Volume	Retorno
2013-11-08	45.93	46.94	40.69	41.65	41.65	27925300	-0.064951218
2013-11-11	40.50	43.00	39.40	42.90	42.90	16113900	-0.087670053
2013-11-12	43.66	43.78	41.83	41.90	41.90	6316700	0.017976954
2013-11-13	41.03	42.87	40.76	42.60	42.60	8688300	-0.021004812
2013-11-14	42.34	45.67	42.24	44.69	44.69	11099400	0.063269326

Além disso, foram confeccionados gráficos histogramas com fito de auxiliar na verificação de qual distribuição seria a mais adequada. Assim como o gráfico de linhas que evidencia a evolução da variável High (Valor máximo da cotação diária) e prováveis propensões.

Figura 1 – Histogramas e Séries histórica do valor máximo da Cotação do Facebook e Twitter em Dólar (USD) diários



Os gráficos acima mostram que, para a empresa Facebook, houve uma crescente constante entre os anos analisados, mesmo que no final de 2018 e começo de 2020 tenham ocorrido quedas substanciais. O histograma aponta que seus valores, entre Novembro de 2013 e Setembro de 2021, começaram numerações relativamente baixas (mínimo de 46.17), até seu valor máximo alcançado no último mês do banco de dados (de 384.33).

Já para a empresa Twitter os dados se manifestaram de maneira distinta. A série histórica evidencia uma clara queda a parte de 2014, atingindo seus menores valores em Maio de 2016, para voltar a subir a partir de 2020. Seu histograma revela uma alta concentração de dados abaixo de 50, sendo seu máximo de 80.75.

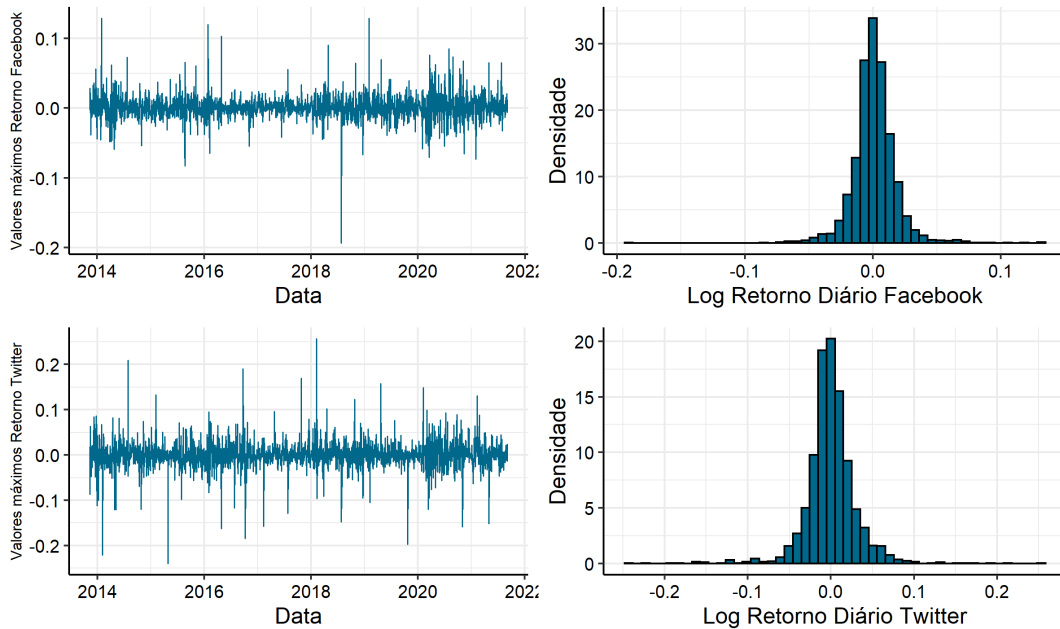
Para o estudo da variável de interesse, valor máximo diário obtido pela Cotação do Facebook e Twitter em Dólar(USD), é necessário utilizar log-retorno da mesma. Assim, temos a equação:

$$R_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

onde  $P_t$  caracteriza o último valor observado. Sendo dados de finanças, tem-se que  $P_t$  também simboliza o preço do fechamento de uma ação no tempo  $t$ .

Desse modo, é visível pelos histogramas da Figura 2 abaixo que o uso do log-retorno centrou os dados em torno do 0, tirando possível tendência dos dados.

Figura 2 – Histogramas e Séries históricas do log-Retorno do valor máximo da Cotação do Facebook e Twitter em Dólar (USD) diários



Corroborando com o que foi dito anteriormente, abaixo se encontra tabelas das principais estatísticas dos Retornos.

Tabela 3 – Estatísticas do log-Retorno do máximo diário do Facebook

Média	Mediana	Máximo	Mínimo	Variância	Desvio Padrão
0.001	0.0007	0.129	-0.194	0.0003	0.0176

Tabela 4 – Estatísticas do log-Retorno do máximo diário do Twitter

Média	Mediana	Máximo	Mínimo	Variância	Desvio Padrão
0.0002	-0.001	0.256	-0.2397	0.001	0.031

Dessa maneira, viu-se necessário encontrar uma distribuição que ajustasse bem os dados de retorno. A primeira considerada foi a distribuição Normal, a qual foi testada pelo Teste Shapiro-Wilk. Ambos conjuntos de dados apresentaram p-valores de  $2.2e^{-16}$ , o que demonstra que esses dados não seguem distribuição Normal, ao nível de significância de  $\alpha = 5\%$ . Esta distribuição foi representada na figura 3 pela cor preta.

Assim, viu-se necessária a procura por outra distribuição que se adequasse melhor aos dados obtidos. Por ser tratar de dados com cauda pesada, optou-se pelo uso da  $\alpha$ -estável. Então, foram estimados os parâmetros dessa distribuição, que se encontram abaixo.

Tabela 5 – Parâmetros estimados da  $\alpha$ -estável

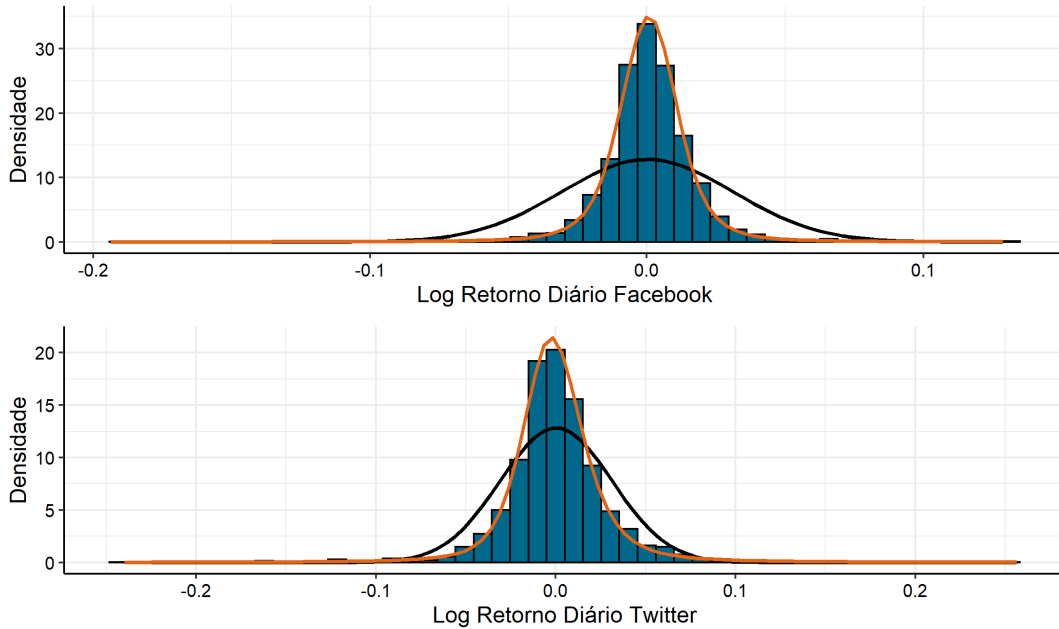
Dados	Alpha	Beta	Gamma	Delta
Facebook	1.539	-0.024	0.0081	0.0007
Twitter	1.456	0.203	0.0134	-0.0018

As estimações dos parâmetros tanto pelo método dos quantis quanto para o MLE deram os mesmos resultados. Para conceituar a distribuição  $\alpha$ -estável, pode-se pensar no conceito de que se as variáveis aleatórias independentes forem somadas, elas se mantêm constantes, com exceção de casos para locação e escala. Assim, ela pode ser considerada variável estável. A função de distribuição da  $\alpha$ -estável é complexa, então sua parametrização é representada por meio da função característica:

$$E[e^{itX}] = \begin{cases} \exp\{-\sigma |t|^\alpha [1 - \beta \sin(t) \tan(\frac{\pi\alpha}{2})] + i\mu t\}, & \alpha \neq 1 \\ \exp\{-\sigma |t| [1 + \beta \sin(t) \frac{\pi}{2} \ln(t)] + i\mu t\}, & \alpha = 1 \end{cases}$$

A distribuição  $\alpha$ -estável está representada no gráfico abaixo pela cor laranja. Nisso, é visível a melhor adequação da distribuição  $\alpha$ -estável aos dados.

Figura 3 – Histogramas do Retorno do Facebook e Twitter aproximados pelas distribuições Normal e  $\alpha$ -estável



Ademais, é possível fazer comparação entre os Value at Risk (VaR) das distribuições. Assim, abaixo se encontra os valores do VaR Histórico, Normal e  $\alpha$ -estável para vários níveis de confiança.

Tabela 6 – Value at Risk do Facebook

Nível de Confiança	VaR Histórico	VaR Normal	VaR $\alpha$ -estável
0.90	-0.0164689	-0.0215355	0.0294077
0.950	-0.0242505	-0.0279378	0.0461045
0.975	-0.0331586	-0.0334908	0.0710147
0.990	-0.0451596	-0.0399473	0.1279680
0.999	-0.0735385	-0.0534088	0.6013203

Tabela 7 – Value at Risk do Twitter

Nível de Confiança	VaR Histórico	VaR Normal	VaR $\alpha$ -estável
0.90	-0.0281164	-0.0396255	0.0294049
0.950	-0.0392745	-0.0509205	0.0461001
0.975	-0.0534029	-0.0607173	0.0710080
0.990	-0.0966751	-0.0721081	0.1279561
0.999	-0.1981904	-0.0958571	0.6012644

Sabe-se que o VaR expressa a perda máxima esperada (de forma mais clara, indica quanto um investimento pode perder seu valor), com um nível de confiança específico e em um dado intervalo de tempo. Acima podemos ver que para todos os intervalos de confiança o valor dos VaR Histórico e Normal, para ambos bancos, foram negativos. Isso pode significar que estes VaR podem estar subestimando os valores reais do VaR. Isso contrasta com o valor do VaR da  $\alpha$ -estável, que se manteve sempre positivo pra ambos dados.

Para exemplificar, analisando os dados obtidos pelo VaR  $\alpha$ -estável, pode-se dizer que, com base dos dados dos anos de 2013 até 2021, a probabilidade de se obter uma variabilidade maior que 0.0461 para o log-retorno das cotações máximas das duas empresas, é de 5%.

Assim, conceituando VaR com valores fictícios para melhor interpretação, admita-se um mercado em condições ideais com os seguintes valores: um VaR de US\$2.000,00, para o período de 2 dias com 95% de confiança, expressa que, uma perda maior que US\$2.000,00 em um período de 2 dias poderá ocorrer uma vez a cada 40 dias.

A partir disso, foi adotada a abordagem dos Blocos Máximos para aplicação da distribuição Generalizada do Valor Extremo (GEV) na modelagem dos retornos dos valores máximos da cotação das empresas Facebook e Twitter. Era necessário a escolha de um N tal que as observações dentro dos blocos se tornassem independentes entre si, isso significa que, foi escolhido o tamanho de bloco tal que o primeiro N tivesse p-valor acima do nível de significância escolhido. Foi utilizado o Teste de Ljung-Box para fazer essa verificação. Os valores obtidos estão expostos abaixo.

Tabela 8 – Primeiras 5 observações do Teste de Ljung-Box para Facebook

Tamanho do Bloco	P-valor (teste de Ljung-Box)
1	0.0069249
2	0.2293765
3	0.9664998
4	0.6223426
5	0.4563047

Tabela 9 – Primeiras 5 observações do Teste de Ljung-Box para Twitter

Tamanho do Bloco	P-valor (teste de Ljung-Box)
1	0.0015677
2	0.9009662
3	0.4718797
4	0.8133688
5	0.4743693

As tabelas acima mostram claramente que, para ambos conjuntos de dados, ao nível de significância de  $\alpha=0.05$ , não é rejeitada a hipótese de as observações serem independentes com N igual a 2, existindo a relação i.i.d. dos dados.

Desse modo, a aproximação dos valores dos retornos (log-retornos) foi realizada com blocos máximos de N igual á 2, obtendo os seguintes gráficos.

Figura 4 – Retornos Máximos do Facebook a cada 2 dias

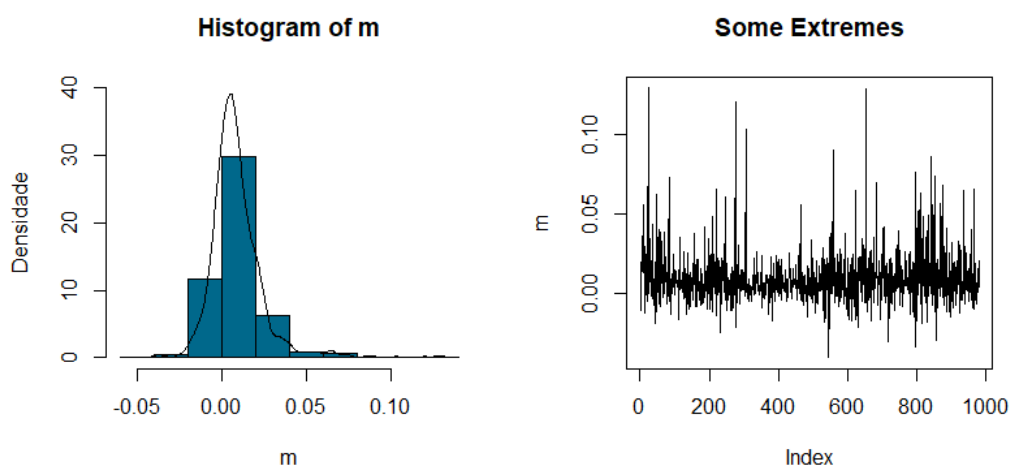
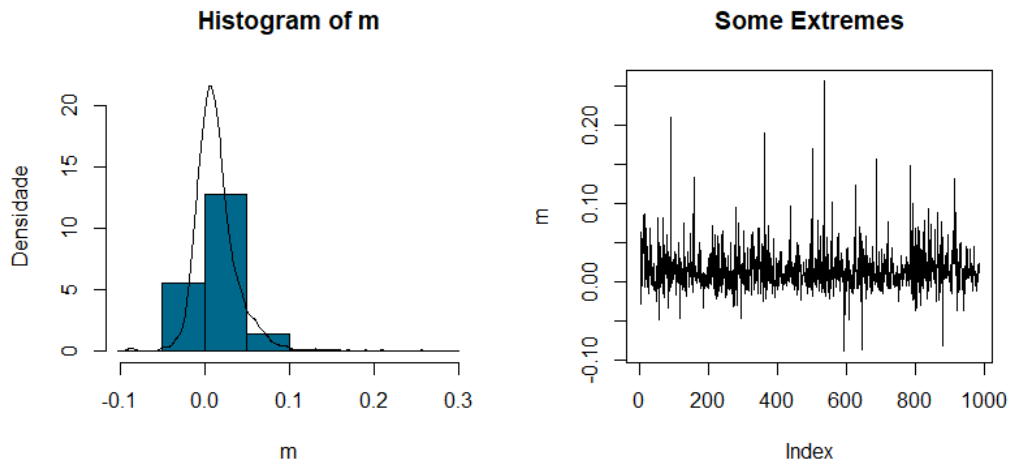


Figura 5 – Retornos Máximos do Twitter a cada 2 dias



Assim, temos tanto o histograma quanto a série histórica dos retornos máximos da cotação do Facebook e Twitter (USD), utilizando-se do valor máximo a cada 2 dias.

Abaixo se encontram os QQplots dos retornos máximos, mostrando que por haver uma certa concavidade dos dados, isso se torna um indicativo de uma possível aproximação da distribuição Frechet quando comparados os retornos máximos obtidos aos quantis teóricos da distribuição Gumbel.

Figura 6 – Retornos Máximos para Quantis Teóricos da Distribuição Gumbel do Facebook

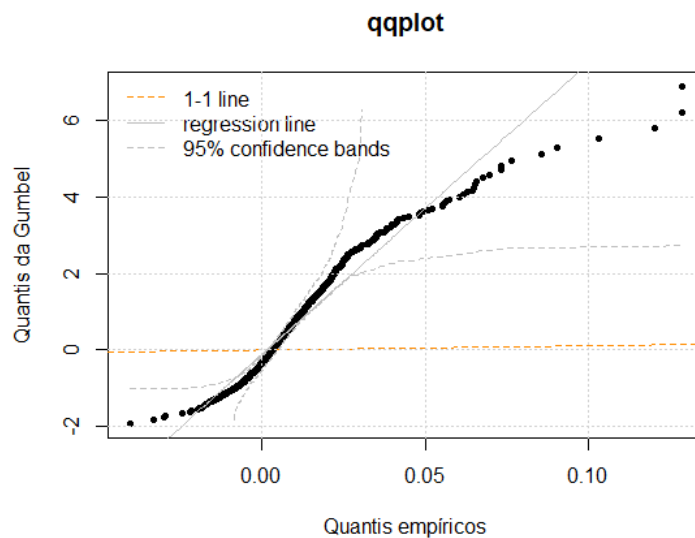
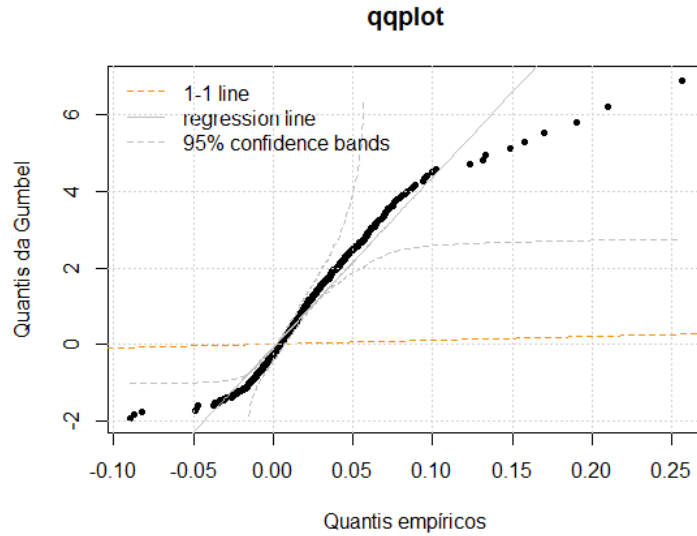




Figura 7 – Retornos Máximos para Quantis Teóricos da Distribuição Gumbel do Twitter



Em vista disso, o próximo passo foi calcular os valores dos parâmetros da GEV dos blocos máximos pelo método de verossimilhança (MLE) e pelo método de momentos ponderados (PWM).

Tabela 10 – Estimação de parâmetros da GEV para o Facebook

Método do Bloco	$\xi$	$\mu$	$\beta$
MLE	-0.03307	0.00266	0.01268
PWM	0.04551	0.00240	0.01079

Tabela 11 – Estimação de parâmetros da GEV para o Twitter

Método do Bloco	$\xi$	$\mu$	$\beta$
MLE	-0.06887	0.00345	0.02432
PWM	0.02844	0.00287	0.01911

É sabido que, ao calcular os parâmetros da GEV, caso o  $\xi$  seja positivo esta função se caracteriza por uma Frechet. Caso nulo, a distribuição mais adequada seria a Gumbel, e se negativo a melhor ajustada seria a Weibull. Entretanto, pelos métodos acima há uma discrepância quanto ao sinal do  $\xi$  para ambos bancos, o que requer uma análise gráfica para verificação do modelo mais ajustado.

As Figuras abaixo 8 e 9 retratam os resíduos do ajuste pela GEV dos métodos MLE e PWM citados acima. Assim, é possível uma melhor visualização de qual método melhor se adequa ao dados. Para ambos bancos de dados a conclusão é semelhante. Primeiramente, pode-se observar o gráfico "Scatterplot of Residuals" o segundo da esquerda para direita. Nele percebe-se que os dados no método MLE se encontram mais dispersos, logo menos

tendenciosos comparado ao outro método. Já no gráfico "QQ Plot of Residuals", o último da esquerda para direita, percebe-se que pelo método do MLE os dados se ajustam melhor à linha graficada, mesmo que ainda apresente certa dispersão nos pontos finais. Com isso, conclui-se que o modelo produziu um bom ajuste pelos métodos apontados, porém se ajustou melhor ao método de verossimilhança (MLE).

Figura 8 – Resíduos do ajuste pela GEV pelos métodos MLE (acima) e PWM (abaixo) respectivamente do Facebook

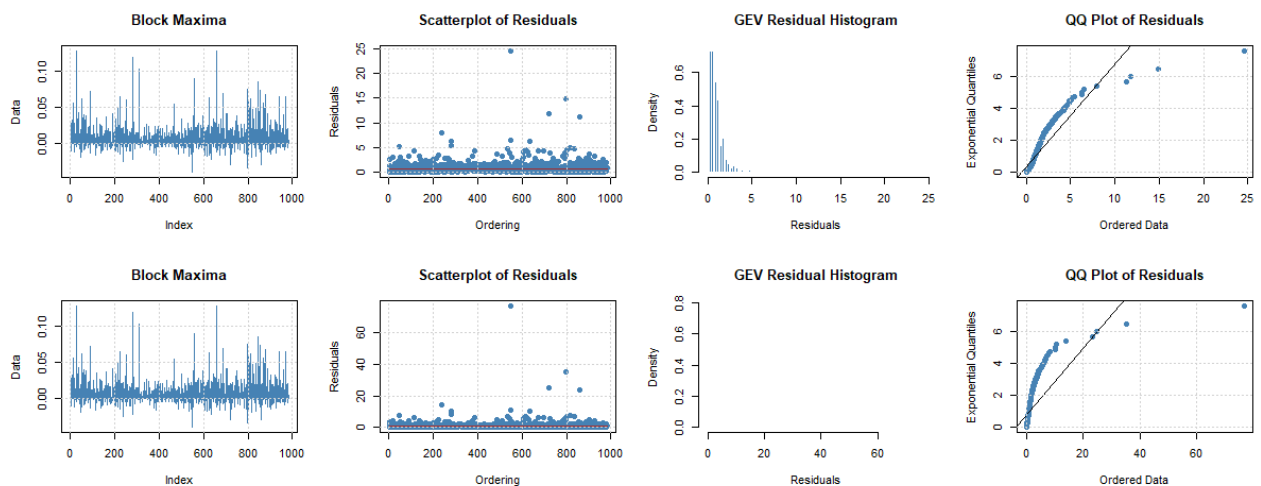
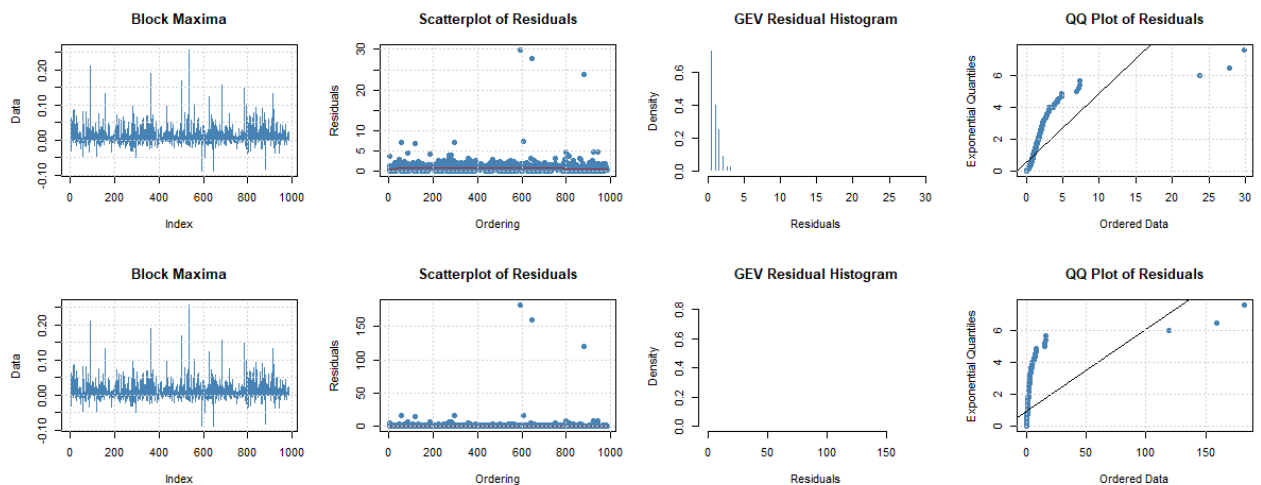


Figura 9 – Resíduos do ajuste pela GEV pelos métodos MLE (acima) e PWM (abaixo) respectivamente do Twitter



Isso pode ser comprovado visualmente com os gráficos dos valores ajustados pelos dois métodos, como abaixo:

Figura 10 – Ajuste pela GEV pelos métodos MLE e PWM dos blocos máximos do Facebook

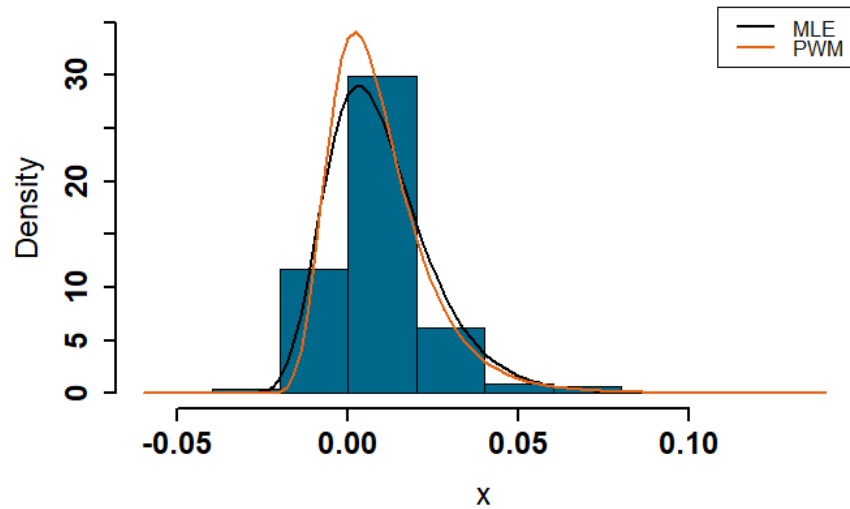
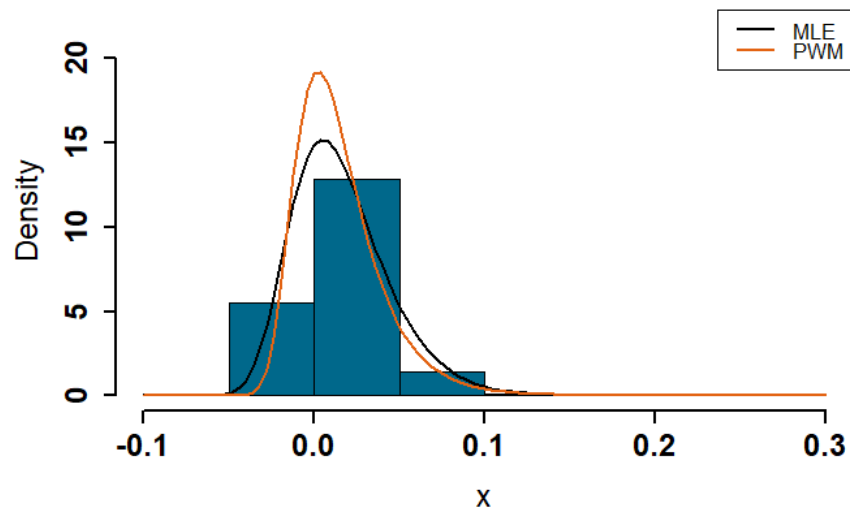


Figura 11 – Ajuste pela GEV pelos métodos MLE e PWM dos blocos máximos do Twitter



Nestes gráficos é possível perceber como o método de verossimilhança (MLE) fica melhor ajustado aos dados da GEV do que pelo método de momentos ponderados (PWM). Isso mostra que domínio maximal dos conjuntos de dados foi uma Weibull.

Sabendo disso, utilizou-se o o método de verossimilhança (MLE) para estimar o índice caudal, pela estimação semi-paramétrica. Assim, função GEV foi ajustada e, a partir disso, foi feito cálculo da estimação dos parâmetros e da estimativa dos seus respectivos erros.

Tabela 12 – Estimativa do parâmetros da GEV e do erro padrão para o Facebook

	Localção	Escala	Forma
Parâmetros	0.00268	0.01268	-0.03313
Erro Padrão	0.00043	0.00028	0.01084

Tabela 13 – Estimativa do parâmetros da GEV e do erro padrão para o Twitter

	Localção	Escala	Forma
Parâmetros	0.00345	0.024317	-0.06886
Erro Padrão	0.00082	0.00050	0.00704

Dessa forma, é necessário avaliar se qualidade do ajuste foi boa suficiente. Isso será feito ao comparar os quantis empíricos com seus respectivos quantis teóricos, nas figuras abaixo.

Figura 12 – Ajuste pela GEV dos quantis empíricos e teóricos do Facebook

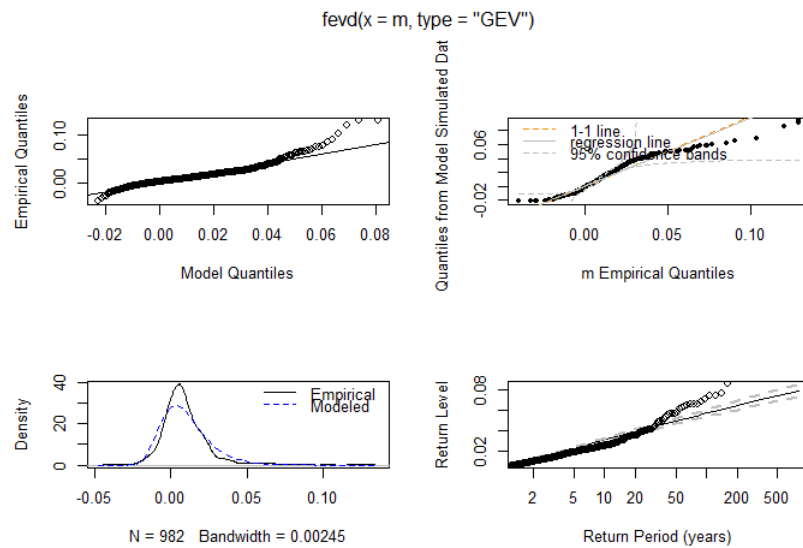
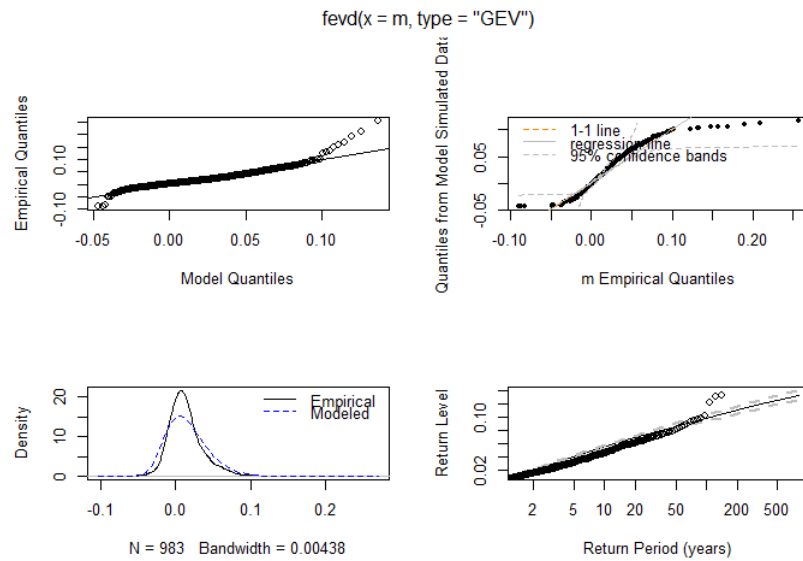


Figura 13 – Ajuste pela GEV dos quantis empíricos e teóricos do Twitter



Vários aspectos podem ser observados, a começar com o ajuste suficientemente bom das curvas de densidade empírica e teórica no canto inferior esquerdo. Também é notório como os dados se ajustam à reta na primeira imagem à esquerda, mesmo que alguns pontos ao final divirjam. Além disso, é importante perceber que no gráfico superior direito os dados não saíram do intervalo de confiança em nenhum momento para nenhum dos conjuntos de dados.

Com isso, o resultado final desse trabalho irá trazer as estimativas e intervalos de confiança para o nível de retorno das variáveis em estudo, por meio do método da máxima verossimilhança (MLE). Os resultados a seguir são de suma importância para conclusões finais.

Tabela 14 – Níveis de retorno estimados para Facebook e Twitter - Intervalo de confiança de 95%

Banco	Nível de retorno		
	2 Anos	20 Anos	100 Anos
Facebook	0.0073	0.0385	0.0568
Twitter	0.0122	0.0688	0.0993

Tabela 15 – Níveis de retorno para Facebook e Twitter - Intervalo de confiança de 95%

Banco	Intervalo de Confiança para o nível de retorno		
	2 Anos	20 Anos	100 Anos
Facebook	0.0064 ; 0.0082	0.0364 ; 0.0407	0.0532 ; 0.0603
Twitter	0.0105 ; 0.0139	0.0654 ; 0.0722	0.0944 ; 0.1043

Nas tabelas 15 e 20 acima está retratada a estimativa do nível de retorno e seu intervalo de confiança (95%) para 2 anos, 20 anos e 100 anos respectivamente, considerando a GEV. Assim, vê-se que se trata de quantis, sendo o tempo de 20 anos o quantil 95%, o tempo de 100 anos o quantil de 99%, e assim por diante.

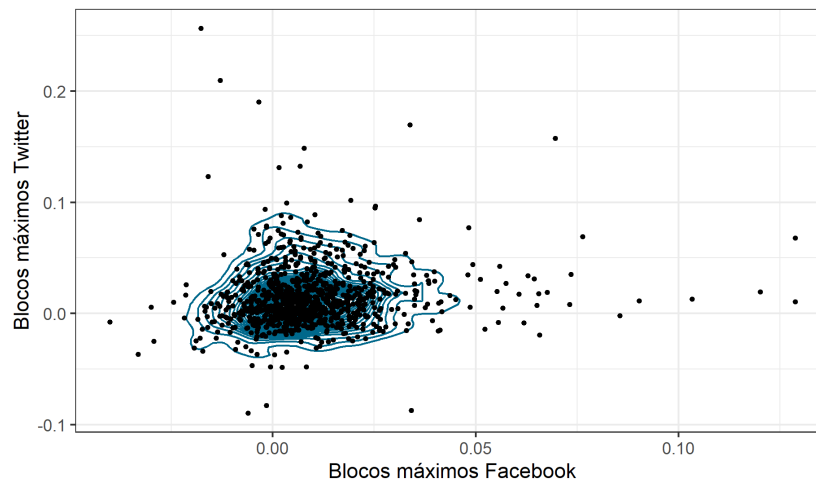
Esses níveis significam que, em média, demorar-se-á o tempo especificado para que as cotações passem aquele valor encontrado de nível de retorno. O intervalo de confiança aponta que a probabilidade do valor parâmetro estar contido no intervalo é de 95%.

Nelas vemos que todos os valores retradados são positivos e crescentes, comparando curto com longo prazo. Também é notório que a empresa Twitter possui um aumento mais acelerado que o do Facebook, tendo seus valores de 20 anos superiores aos do 100 anos do Facebook. Isso mostra que, por as empresas Facebook e Twitter serem redes sociais de alto alcance, elas tem maior chance de possuírem tendências crescentes.

## 3.2 Análise Bivariada

Para modelarmos os dados com cópulas Bivariadas, é preciso descrever a densidade e dispersão desses dados. Desse modo, será possível, inicialmente, definir os prováveis modelos que se ajustam a essa análise, mostrado no gráfico abaixo.

Figura 14 – Gráfico dispersão e densidade bivariado dos Blocos Máximos do Facebook e Twitter



Após ter-se uma noção visual da dispersão dos dados, foi calculado os parâmetros da GEV para verificar sua conformidade à essa modelagem. As variáveis calculadas são  $\mu$  - locação,  $\beta$  - escala e  $\xi$  - forma. Isso pode ser visto na tabela 16 abaixo.

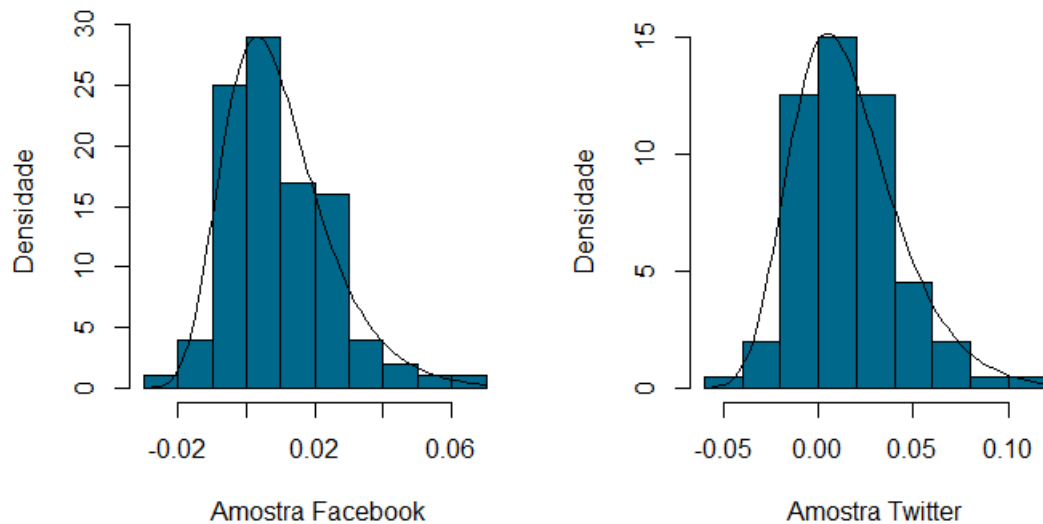
Tabela 16 – Parâmetros estimados da GEV

Empresas	$\xi$	$\mu$	$\beta$
Facebook	-0.03307	0.00266	0.01268
Twitter	-0.06887	0.00345	0.02432

Com  $\xi < 1$  em ambos os casos, pode-se considerar como um estimador consistente. Portanto, a distribuição GEV é um modelo apropriado para os dados, como já visto na análise univariada.

Desse modo, na Figura 15 temos o cálculo da GEV para as amostras de tamanho 100 de vetores que seguem os mesmos parâmetros estimados do Twitter e Facebook, em forma de histograma.

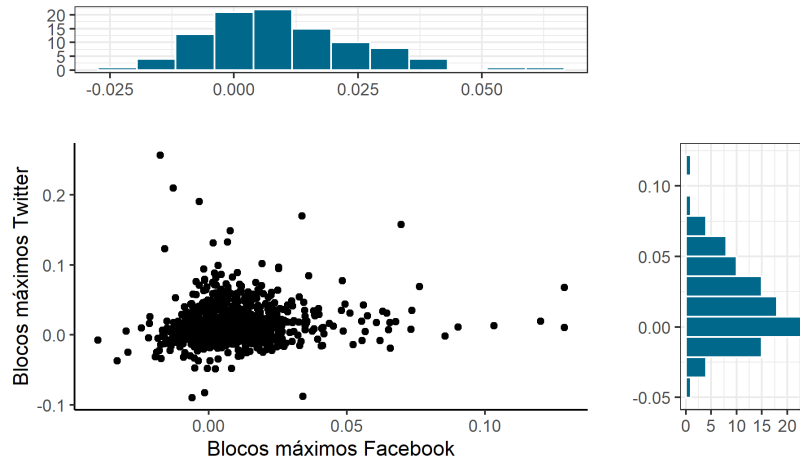
Figura 15 – Histograma das Amostras da GEV segundo parâmetros do Facebook e Twitter



Os histogramas mostram que ambas distribuições se encontram em torno do zero, sendo levemente deslocadas para a direita, por ter sido usados Blocos Máximos. Também é possível perceber que os dados do Twitter possuem uma amplitude maior, assim como maior simetria, quando comparados aos do Facebook.

Na figura 16 temos a dispersão dos dados conjuntos associada ao seu respectivo histograma de densidade.

Figura 16 – Gráfico da GEV pelos Blocos Máximos do Facebook e Twitter



Os histogramas trazem outra perspectiva do que foi mostrado pelo gráfico de dispersão. Neles é possível enxergar a presença de valores levemente discrepantes e a aglomeração substancial de dados em torno do da origem do gráfico.

Para selecionar a cópula que melhor se ajustou aos dados, foram comparados os valores do critério de informação bayesiano (BIC), critério de informação de Akaike (AIC) e o parâmetro Theta, escolhendo aquela que apresenta os menores valores. Na Tabela 17 estima-se esses parâmetros e valores e, por consequência, a cópula arquimediana de Frank teve uma melhor adequação e será a cópula utilizada.

Tabela 17 – Estimativas dos parâmetros, AIC e BIC

Cópuas	Estimativa	AIC	BIC
Clayton	Não finito	-	-
Gumbel	1.057	-7.109	0.102
Frank	1.305	-20.665	-13.455

Também foram obtidos os parâmetros estimados pelo método de Máxima Verossimilhança, o qual traz informações do ajuste da Cópula Frank escolhida.

Tabela 18 – Tau, Rho Theta e Lambda

Tau	Rho	Theta	Lambda Superior	Lambda Inferior
0.1425998	0.2127167	1.305	0	0

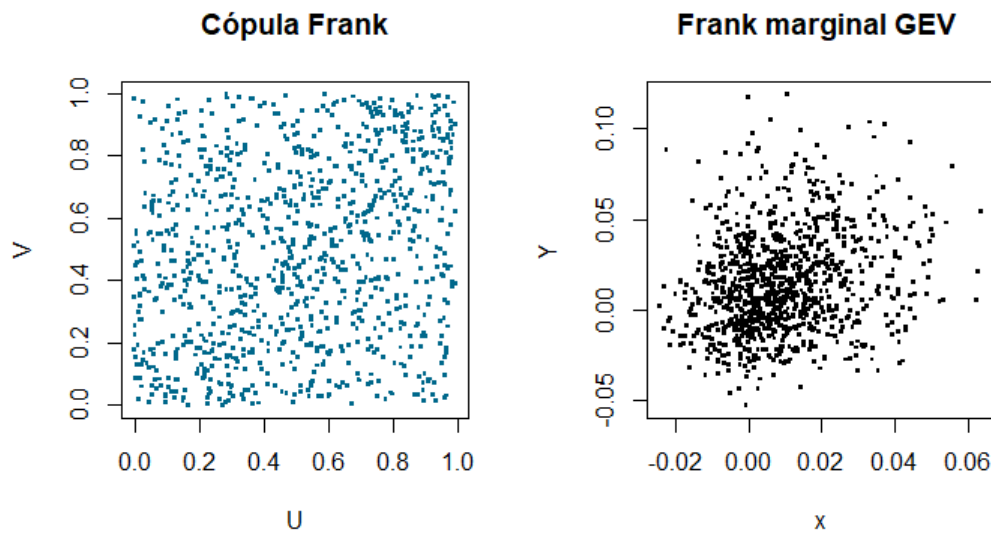
É possível ver que tanto o Lambda Superior quanto o Inferior, que são referentes ao coeficiente Caudal superior e inferior, são iguais à zero, o que caracteriza serem pertencentes à Cópula Frank. Assim como o valor do Tau e do Rho, que são coeficientes de correlação, baseado nos parâmetros da cópula. Além disso, têm-se também o Theta, que



já estava evidenciado na tabela 17, como sendo o vetor maximizado da cópula, também correlacionado ao Tau.

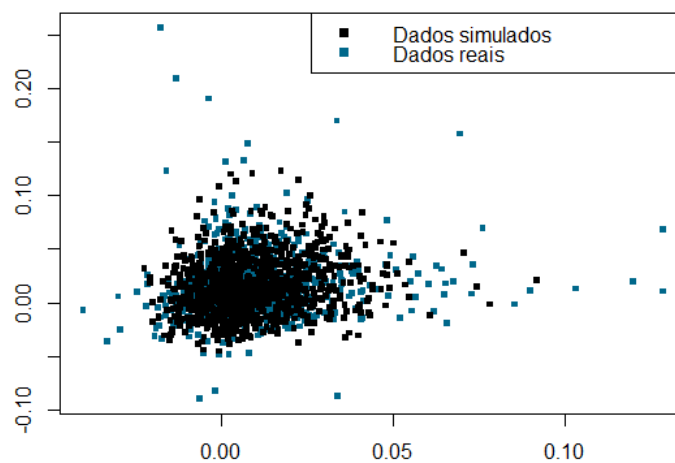
Na figura 17 temos a Cópula de Frank gerada, utilizando a estimativa dos parâmetros da Tabela 16 e os valores de X e Y que foram obtidos através do quantil da distribuição GEV.

Figura 17 – Cópula de Frank com os parametros estimados



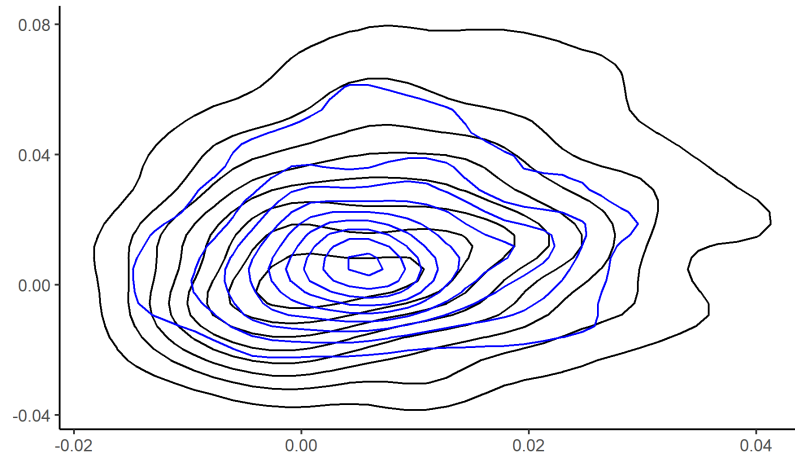
Visto que a Cópula Frank é a mais adequada aos dados, está representado abaixo o gráfico de dispersão os Dados reais das empresas estudadas e os Dados simulados da Cópula Frank, sobrepostos.

Figura 18 – Ajuste dos dados pela copula Frank



Dessa forma, é possível concluir que há uma boa adequação dos dados estudados para a Cópula Frank, já que estes visivelmente ofereceram um bom ajuste. Isso também pode ser notado no gráfico de densidade abaixo.

Figura 19 – Densidade dos valores da Cópula Frank e dos dados da GEV



É notório que os dados reais, representados pela cor azul, estão contidos nos dados ajustados, representados pela cor preta. Estes se encontram dispersos no gráfico, de forma à mostrar independência caudal característica da Cópula Frank.

O VaR (Valor em Risco) estima um limite mínimo referente a intensidade que se pode ter perdas ou ganhos. A perda esperada estima o quanto será em média essa perda caso ela tenha ocorrido. Para o VaR Bivariado usa-se cópulas na cauda do octante inferior das perdas/ganhos. Assim, para análise bivariada no octante inferior gera-se uma amostra aleatória uniforme, usada na inversão da função geradora da cópula e também utilizada para gerar o quantil das marginais X e Y. Com isso, a análise do VaR está representada abaixo, descrita na Tabela 19.

Tabela 19 – VaR bivariado para o octante inferior

Nível de confiança	VaR Facebook	VaR Twitter
95%	0.3857492	0.3559277
97,5%	0.3859233	0.3562613
99%	0.3860240	0.3564543

A média esperada de ganhos, com 95% de confiança, é de 385% para o Facebook e 355% para o Twitter. Assim, para todos os níveis de confiança, a empresa Facebook oferece maior ganho médio, a cada 2 dias, do que a empresa do Twitter. Exemplificando para melhor interpretação, se tivermos uma carteira para investimento pelas duas ações dessas empresas com 95% de significância no período de 2 dias, teremos um retorno de ganhos de 0.385 para o Facebook e 0.356 para o Twitter. Considerando um investimento

de R\$10 mil em cada uma das ações, terá ganhos de R\$38.500,00 nas ações do Facebook e R\$35.600,00 em ações do Twitter.

Para efeito de comparação, abaixo estão as análises univariadas do VaR, a qual já foi apresentada na sessão anterior:

Tabela 20 – Níveis de retorno estimados para Facebook e Twitter - Intervalo de confiança de 95%

Banco	Nível de retorno		
	2 Anos	20 Anos	100 Anos
Facebook	0.0073	0.0385	0.0568
Twitter	0.0122	0.0688	0.0993

Comparando os VaR's, pode-se chegar à algumas conclusões, sendo umas delas a de que o VaR bivariado, por ter sido majoritariamente superior ao univariado de ambas empresas, evidencia que a presença de uma Empresa no mercado melhora as ações outra empresa.

Para a análise univariada, utiliza-se o nível de retorno pelo VaR  $\alpha$ -estável em um nível de significância de 99%, que é o mesmo do nível de retorno de 100 anos. Nele pode ser visto que tanto o Twitter, quanto o Facebook possuem o VaR inferiores à 0,1 ou 100%. Já no VaR bivariado, com o mesmo nível de confiança, temos o Twitter com 0.356 ou 356% e o Facebook com 0.386 ou 386%. Observando os valores acima, conclui-se que na análise univariada, além de terem o mesmo valor para o risco, obteve-se um VaR mais baixo que na análise bivariada. Por conseguinte, o VaR Bivariado se apresenta mais preciso e com maior ganho para ambas.

Também é importante ressaltar que na análise univariada, para todos os níveis de confiança, o VaR do Twitter foi superior ao do Facebook. O inverso acontece no VaR bivariado, onde o Facebook se mostra superior. Isso demonstra o diferente retorno dessas empresas uma vez analisada com a presença da outra, onde por mais que sejam redes sociais concorrentes, elas se complementam.

## 4 Conclusões

Pode-se perfazer que a teoria dos valores extremos utilizada em variadas áreas, por exemplo em hidrologia, mostrou-se eficaz para dados de finanças.

Para a análise Univariada as distribuições utilizadas mostraram-se bons ajustes aos dados utilizados, a  $\alpha$ -estável apresentou um exímio ajustamento para a variabilidade dos dados de retornos diários. Já a GEV apresentou um bom ajuste para a amostra

das observações obtidas através da teoria de blocos máximos, onde esses dados, após a modelagem, se aproximaram de uma distribuição Weibull. Na análise bivariada, a Cópula mais adequada foi a Frank, por meio da GEV.

A estimativa em que ficou mais claro os parâmetros da GEV foi obtida pelo método de verossimilhança, cujo nível de retorno representou melhor as variáveis com intervalos de confiança mais semelhantes as duas variáveis. Nas estimativas do VaR, tanto na análise univariada quanto bivariada, podemos enxergar que nos próximos anos o número de pessoas aderindo a essas redes sociais será cada vez mais crescente e alcançará mais pessoas.

## 5 Referências

MACERAU, W. **Comparação das Distribuições alpha-estável, Normal, t de Student e Laplace Assimétricas**. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4555/4185.pdf>. Acesso em: 8 de Setembro de 2021.

MURPHY, H. **Vendas e lucros do Facebook disparam com aumento de preços de anúncios**. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2021/04/vendas-e-lucros-do-facebook-disparam-com-aumento-de-precos-de-anuncios.shtml>. Acesso em: 14 de Setembro de 2021.

PANCINI, L. **Twitter bate recorde de 2014 e fatura US\$ 1,19 bilhão em receita**. Disponível em: <https://exame.com/tecnologia/twitter-resultados-segundo-trimestre-2021/>. Acesso em: 16 de Setembro de 2021.

RIBEIRO, F. **Por que o Facebook comprou o Whatsapp?** Disponível em: <http://pyme.com.br/blog/por-que-o-facebook-comprou-o-whatsapp/>. Acesso em: 14 de Setembro de 2021.

Yahoo Finanças. **Facebook, Inc. (FB)**. Disponível em: <https://finance.yahoo.com/quote/FB/history?p=FB> Acesso em: 2 de Setembro de 2021.

Yahoo Finance. **Twitter, Inc. (TWTR)**. Disponível em: <https://finance.yahoo.com/quote/TWTR/history?p=TWTR>. Acesso em: 2 de Setembro de 2021