



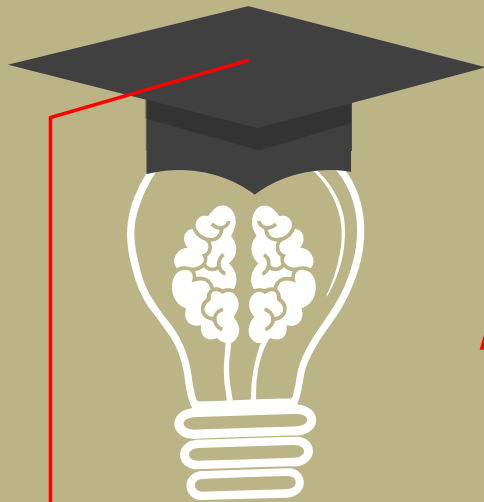
24년도 1학기 연구 주제

# Anomaly Detection in Time series

The Kalman Filter and

its application in mathematical modeling and deep learning

발표자 : 김건휘



01

## Research Topic

- ✓ Introduce Topic
- ✓ Concepts needed for research

02

## Kalman Filter

- ✓ Motivation
- ✓ Bayes Filter
- ✓ Kalman Filter
- ✓ Applications with Kalman Filter

03

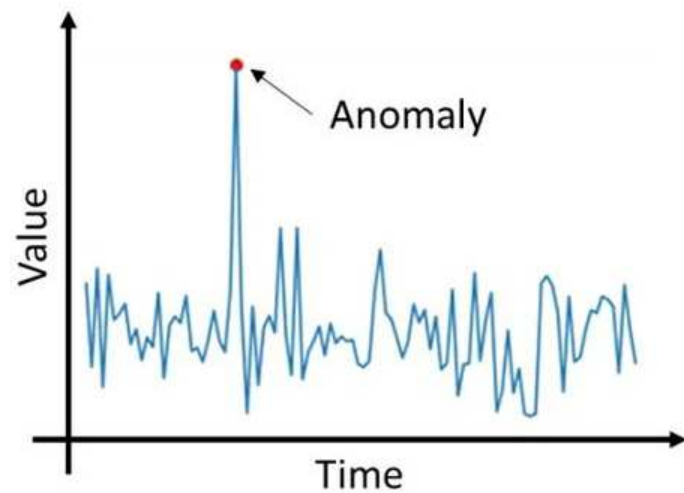
## Autoencoder

- ✓ Motivation
- ✓ Autoencoder
- ✓ Anomaly detection based on Autoencoder
- ✓ LSTM Autoencoder ( RNN )

# Research Topic

◆ The Kalman Filter and its application in mathematical modeling and deep learning

- **Anomaly Detection** in Time series

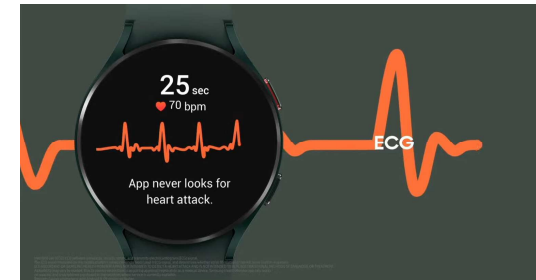


Anomaly Detect Methods

Isolation Forest, SVM, PCA, AnoGAN, **Autoencoder** ...



출처 : Ai times



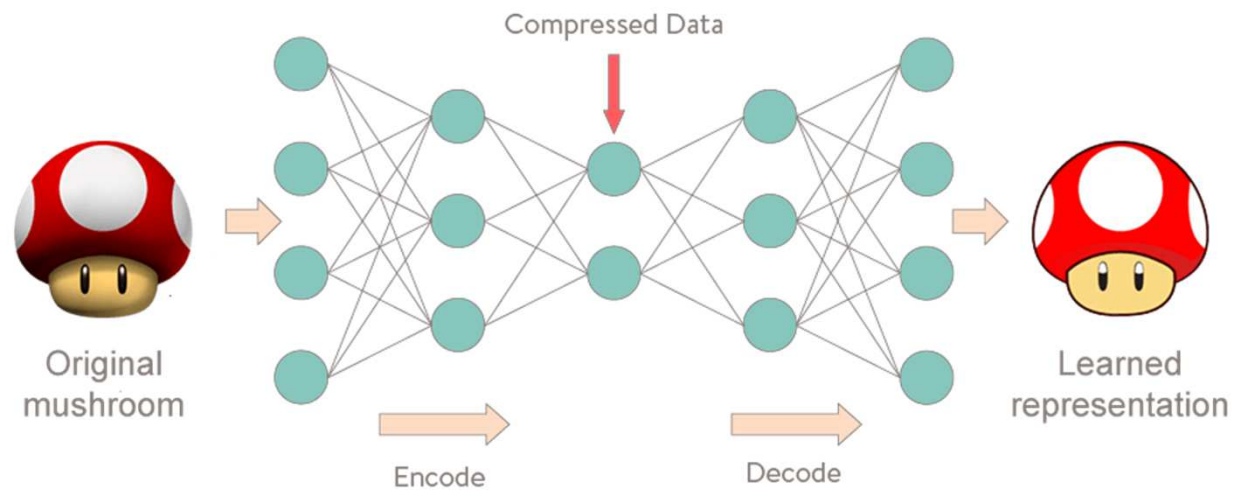
출처 : Samsung

# Autoencoder

Autoencoder

## ◆ Autoencoder란?

- 입력된 데이터를 복원하는 비지도학습 방법론
- 목표 : Input 과 output이 최대한 비슷하게 재구성



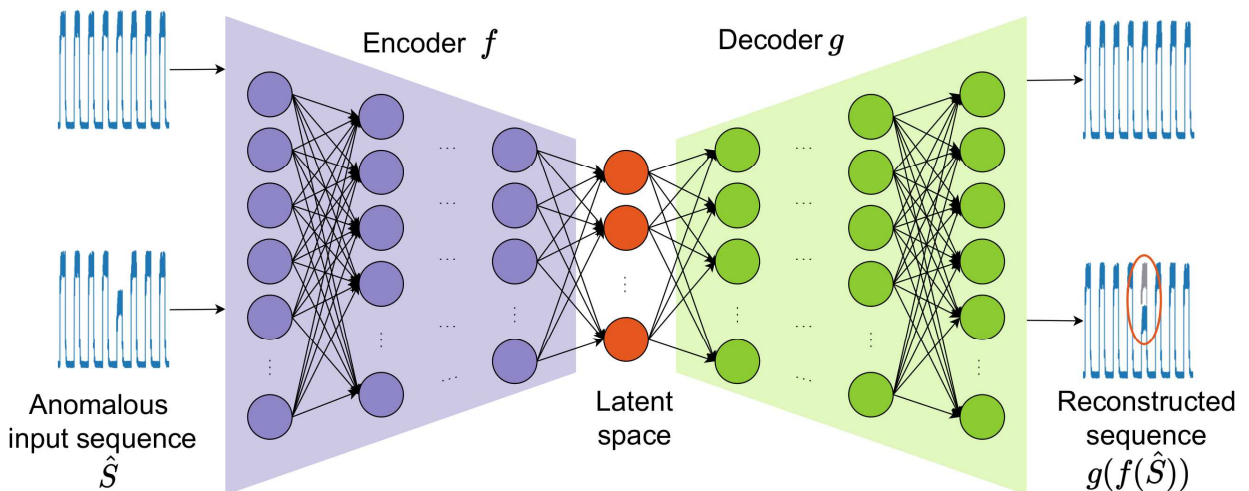
출처 : <https://hugrypiggykim.com/2018/01/16/fds-fraud-detection-system-with-autoencoder/>

# Autoencoder-based anomaly detection

Anomaly detection based on Autoencoder

## ◆ Anomaly detection based on Autoencoder

- 정상데이터만 가지고 학습
- Input data 와 Output data 차이 (Error)을 줄이면서 학습한다.
- 정상데이터가 들어오면 Error가 작다.  
( 잘 복원, 중요 특징들 잘 살림 )
- 비정상데이터가 들어오면 Error가 크다.  
( 잘 복원하지 못함. 이상치에만 있는 특징 중요하다고 생각하지 않음 )



-> 즉, 이러한 오차를 이용하여 이상탐지를 할 수 있다.

출처 : <https://hugrypiggykim.com/2018/01/16/fds-fraud-detection-system-with-autoencoder/>

# LSTM Autoencoder( Long Short - Term Memory Autoencoder )

Autoencoder

◆ LSTM Autoencoder 란 ?( Long Short – Term Memory Autoencoder )

- 시계열 데이터의 Anomaly detection 에 적합한 모델

- Time series data : 앞의 상황, 상태에 영향을 받는 데이터.

즉, 시간에 따른 **연관성, 의존성**이 있는 데이터

- LSTM Network : Recurrent Neural Network의 한 종류

-> 시간 종속성과 장기 의존성을 처리하는데 특화된 모델

- 순차적 데이터를 처리 할 때, 이전 시간의 단계의 정보를 현재 시간 단계로 전달 가능

- 오래전에 있었지만, 중요했던 정보는 c라는 셀에 넣어놓고 계속 유지, 기억하여 전달

가능

- 현재만 사용할 정보는 Forget gate에서 처리 가능

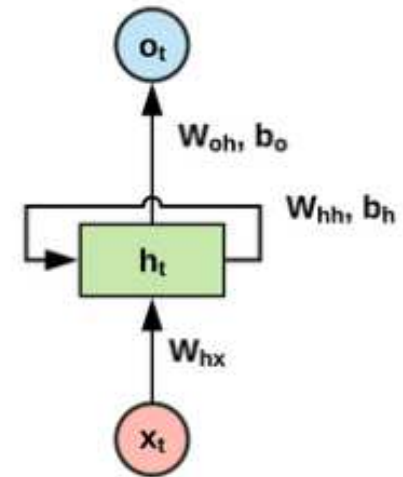
# RNN (Recurrent Neural Network)

LSTM Autoencoder

## ◆ RNN ( Recurrent Neural Network )

- RNN : 시계열 데이터와 같은 순차적 데이터를 처리하는 신경망 구조
  - > RNN은 이전 시간 단계의 출력을 현재 시간 단계의 입력으로 사용하여 시간 종속성 학습
  - > 각 Time step에서 동일한 가중치를 공유하는 순환 구조를 가짐
    - 시간 종속성 유지 ( 과거 정보가 현재 상태에 영향 )
    - 일관된 패턴 학습에 용이
- 오래된 정보를 기억하기 어려움 ( Gradient Vanishing Problem)

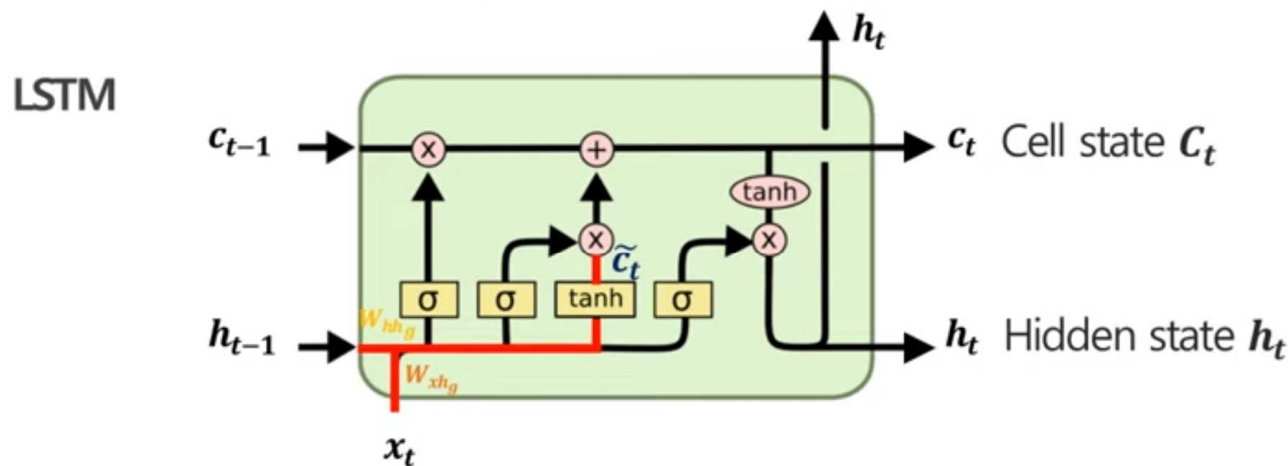
※ Autoencoder에서는 오래된 정보이더라도, 중요한 정보면 잘 기억 해야함



# Autoencoder

LSTM Autoencoder

◆ LSTM의 기본 구성요소 : LSTM 셀 구조 ( Long – Short Term )



$$f_t = \sigma(W_{xhf} x_t + W_{hhf} h_{t-1} + b_{hf})$$

$$i_t = \sigma(W_{xhi} x_t + W_{hhi} h_{t-1} + b_{hi})$$

$$o_t = \sigma(W_{xho} x_t + W_{hho} h_{t-1} + b_{ho})$$

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_{xhg} x_t + W_{hhg} h_{t-1} + b_{hg})$$

$$c_t = f_t \otimes c_{t-1} \oplus i_t \otimes \tilde{c}_t$$

$$h_t = o_t \otimes \tanh(c_t)$$

-F는 forget gate로 현재 입력 값  $x$  와 이전 hidden state를 사용하여 이전 셀 C 에서 어떤 정보를 버릴지 결정합니다. (0~1 가중치)

-I 는 input gate로 현재 입력값  $x$  와 이전 hidden state를 사용하여 새로운 정보를 얼마나 받아들일지, 어떤 정보들을 주로 가져 갈 건지 결정합니다.

-C틸다는 셀 상태 업데이트로, input gate와 forget gate를 조합하여 새로운 현재 셀 상태 C틸다로 계산합니다. 이는 장기적인 정보를 유지하고 업데이트하는 역할을 하게 됩니다.

-O는 output gate로, 현재 셀 상태를 기반으로 최종 출력 상태  $h$ 를 결정합니다.

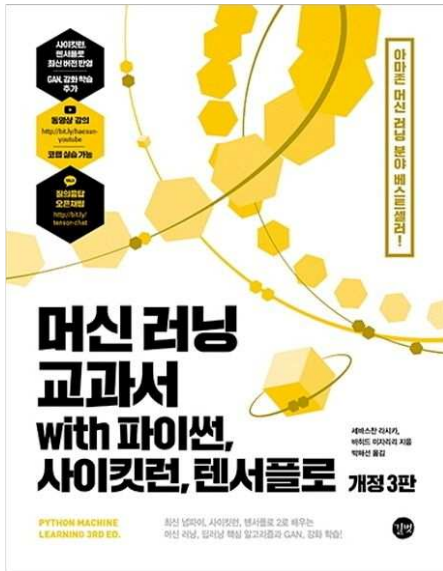
목표 :  $h$  구하기  
필요한 것 :  $c$

출처 : <https://www.youtube.com/@user-yu5qs4ct2b>



# Reference

Reference



고려대 김성범 교수님  
AI/ML 오픈 세미나, ML 강좌

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLpIPLT0Pf7IoTxTCi2MEQ94MznHaxrP0j>

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLpIPLT0Pf7IoTAvBJ6FX1vAi-PIeSw9xK>



[논문 분석] Unsupervised Anomaly Detection in Time Series Using LSTM-Based Autoencoders.PDF



UnsuperVised Anomaly Detection 찾아본 것들\_머신러닝 포함.pdf



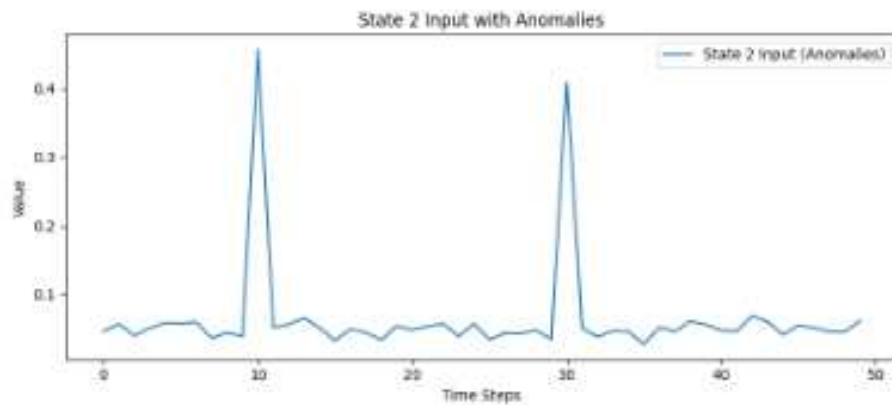
Autoencoder\_Time\_series\_Test2.ipynb



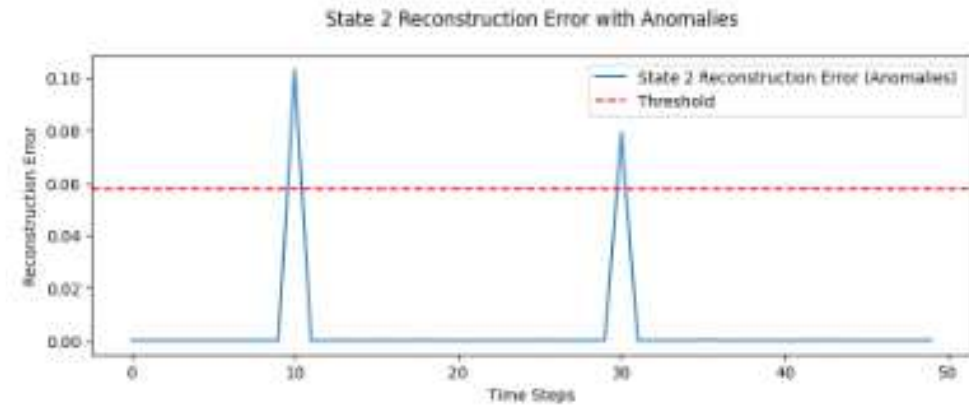
Kalman\_Filter\_CONSTANT\_Changed\_Recovery&Decomposition.ipynb

# Simple signal is easy to detect anomaly

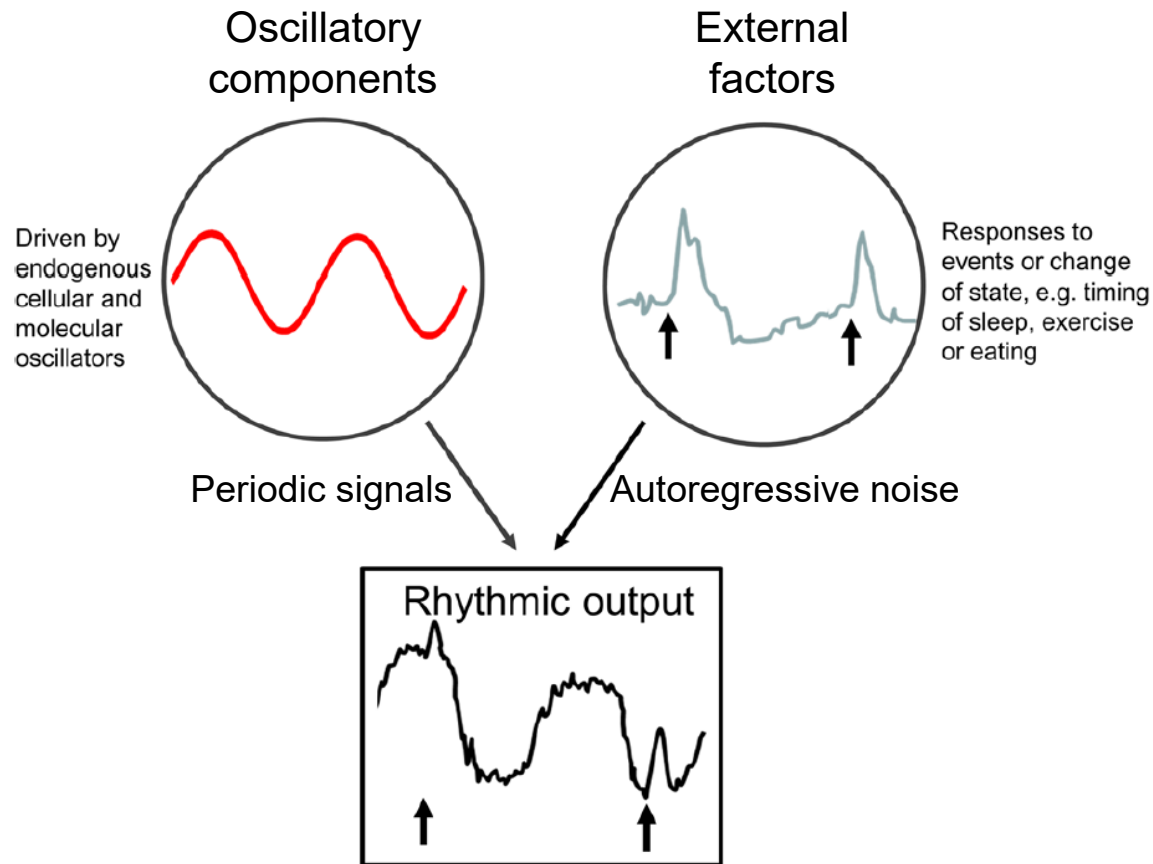
- ◆ Anomaly detection
- Easy case



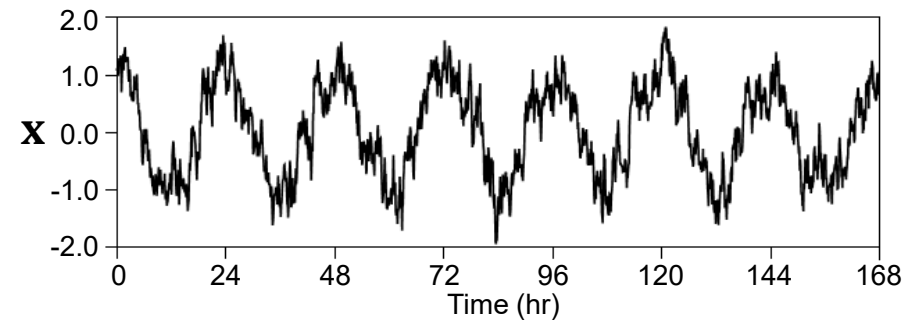
➔  
Autoencoder



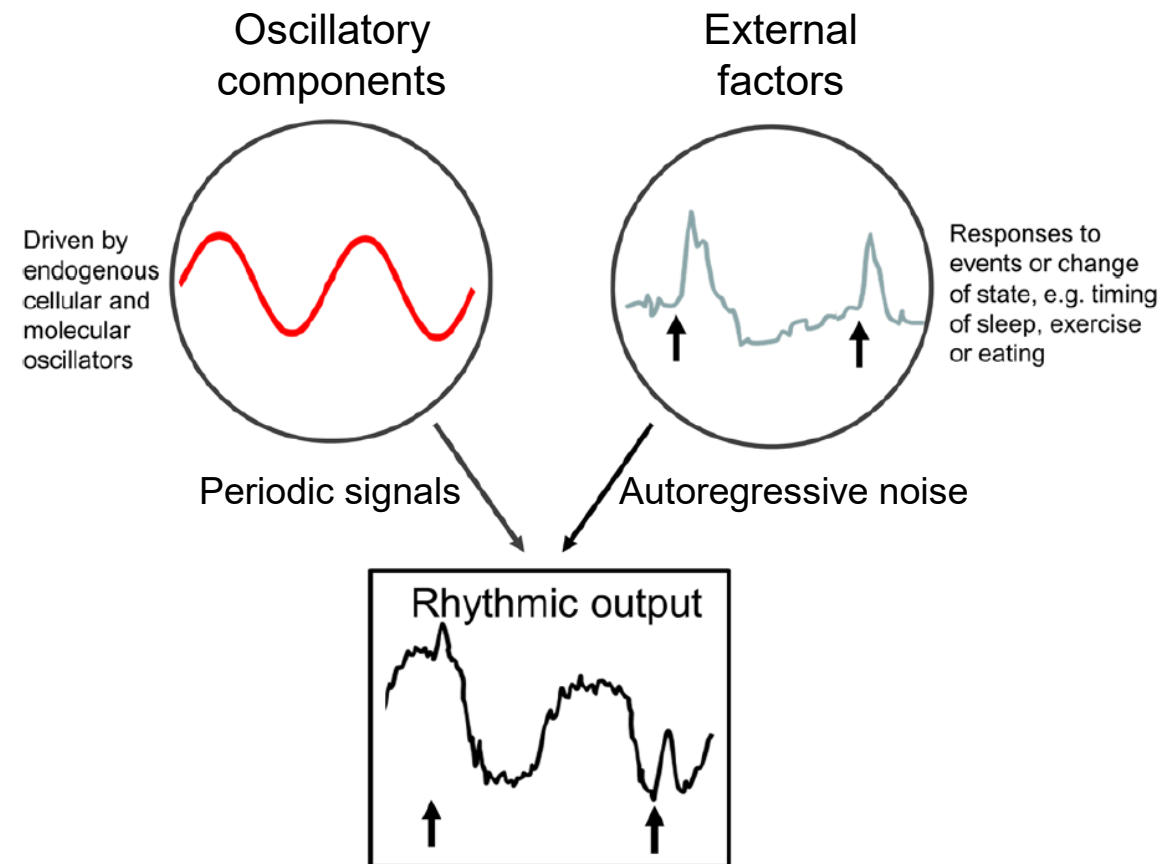
# A real-world signal is a composite of many signals



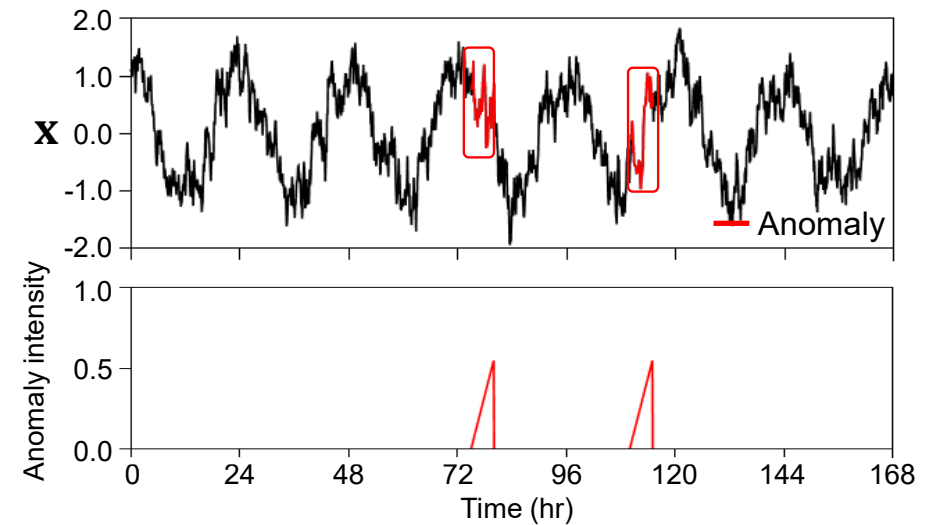
Two anomalies were introduced into the following time series  
Which segments of the time series are considered anomalous?



# A real-world signal is a composite of many signals



Two anomalies were introduced into the following time series  
Which segments of the time series are considered anomalous?

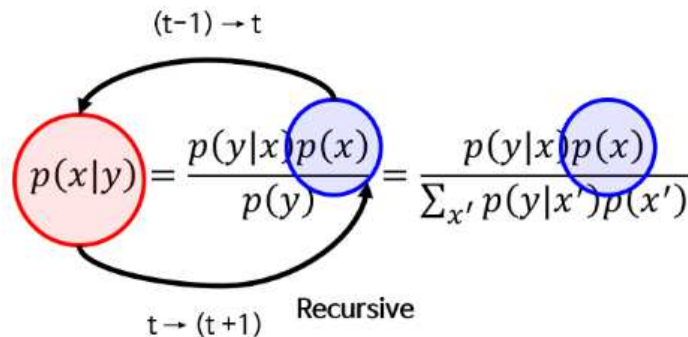


# Kalman Filter

Kalman Filter

## ◆ Kalman Filter 란?

- Filter : 노이즈가 섞인 관측 데이터로부터 신호를 추출하거나 추정하는 과정
- Bayes Filter의 한 종류
- Bayes Filter : 이전 상태와 현재 측정값을 바탕으로, 시스템의 현재 상태를 추정하는 알고리즘
  - Bayes Rule :
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{\sum_A P(B|A)P(A)}$$
  - Bayes Filter은 Bayes Rule을 Recursive 하게 따른다



출처 : [https://gaussian37.github.io/autodrive-ose-bayes\\_filter/](https://gaussian37.github.io/autodrive-ose-bayes_filter/)

# Bayes Filter

Bayes Filter

## ◆ Bayes Filter

- Bayes Rule을 이용, 즉 Prior과 likelihood를 이용하여, Posterior을 구한다.
- 가능도 (Likelihood) :  $p(y|x)$ , 어떤 모델에서 해당 데이터(관측값)이 나올 확률
- 사전확률(prior probability) :  $p(x)$ , 관측을 하기 전에 시스템 또는 모델에 대해 가지고 있는 선형적 확률.
- 사후확률(posterior probability) :  $p(x|y)$ , 사건이 발생한 후(관측이 진행된 후) 그 사건이 특정 모델에서 발생했을 확률

관측 데이터 :  $y$

관측전 상태 :  $x$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\sum_{x'} p(y|x')p(x')}$$

Recursive

출처 : [https://gaussian37.github.io/autodrive-ose-bayes\\_filter/](https://gaussian37.github.io/autodrive-ose-bayes_filter/)

# Kalman Filter

Kalman Filter

## ◆ Kalman Filter

- Bayes Filter의 구조를 따른다
- Linear Model ( Discrete Time Domain)
- In linear model, everything stays Gaussian

A : 이전 상태와 현재 상태의 관계

H : 관측치와 현재 상태의 관계

W : system equation, 동적 모델의 노이즈

V : Measurement equation, 관측 모델의 노이즈

$$\text{System equation } x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1}$$

$$\text{Measurement equation } z_k = Hx_k + v_k$$

$$p(w) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

출처 : <https://courses.cs.washington.edu/courses/cse571/03wi/notes/welch-bishop-tutorial.pdf>

칼만필터는 상태x를 직접 측정할 수 없지만, 다른 관측값을 이용하여 더 나은 추정, 분해가 가능하게 한다

# Kalman Filter Example

Kalman Filter

로켓엔진의 내부 온도

: 관측 불가능 / 수리 모델링 가능

-> System equation

로켓엔진의 외부 온도

: 관측 가능 / 수리 모델링 가능

+

로켓 내부온도와 외부온도 상관관계

: 수리모델링 가능, H로 알고있음

-> Measurement equation

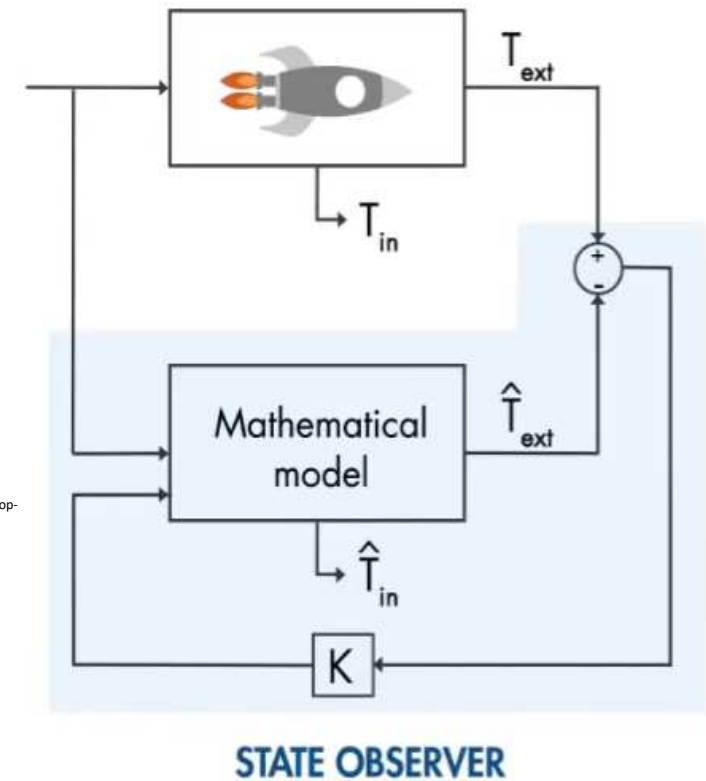
$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1}$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$p(w) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

출처 : <https://courses.cs.washington.edu/courses/cse571/03wi/notes/welch-bishop-tutorial.pdf>



출처 : MATLAB KOREA



# Kalman Filter Algorithm

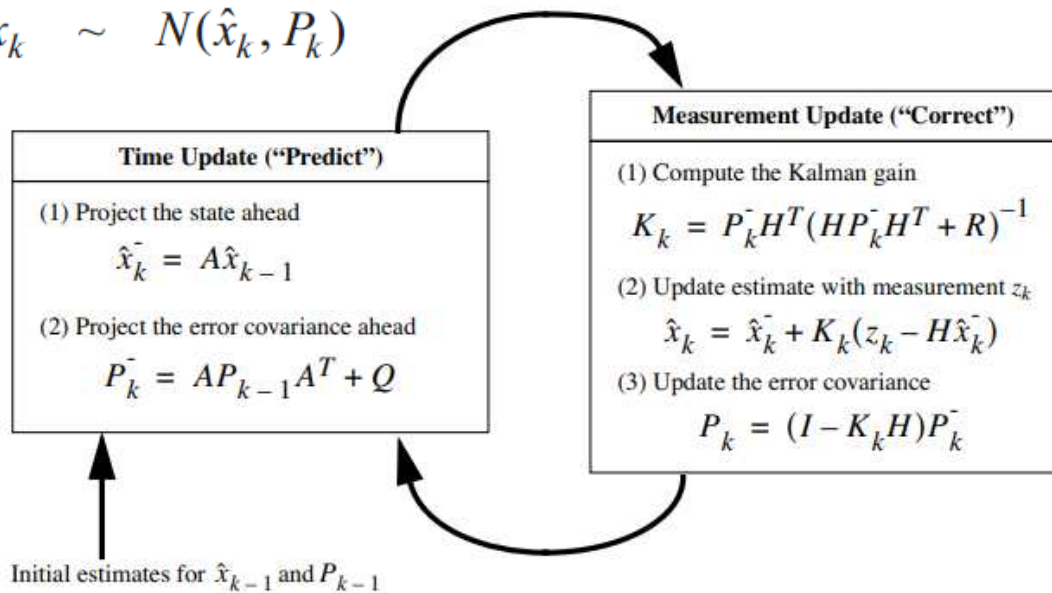
Kalman Filter

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1} \quad p(w) \sim N(0, Q)$$

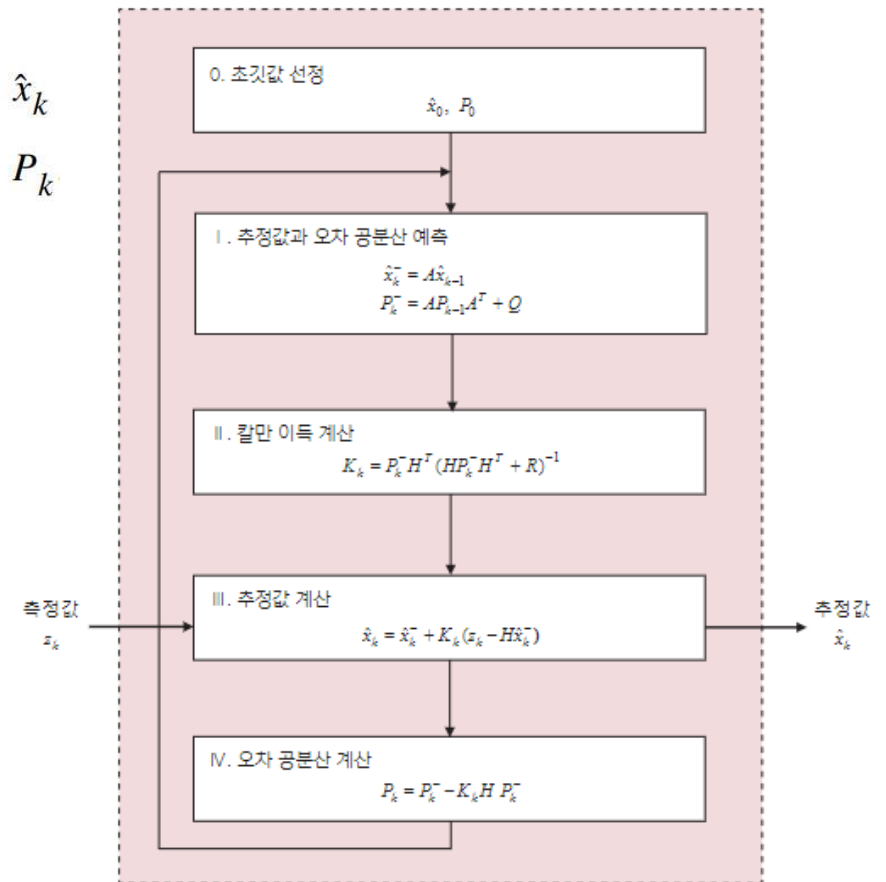
$$E[x_k] = \hat{x}_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad p(v) \sim N(0, R) \quad E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = P_k$$

$$x_k \sim N(\hat{x}_k, P_k)$$



출처 : <https://courses.cs.washington.edu/courses/cse571/03wi/notes/welch-bishop-tutorial.pdf>



[그림 4-1] 칼만 필터 알고리즘

출처 : 칼만 필터는 어렵지 않아

# Kalman Gain

Kalman Filter

## ◆ Kalman gain

: System equation을 더 신뢰할 것인지, Measurement를 더 신뢰할 것인지 결정하는 가중치.

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R} \frac{\text{Sys\_error}}{H * \text{Sys\_error} + M\_error}$$

칼만필터는

예측치과 관측치 두개를 한번에

고려한 좋은 추정 모델

$$p(w) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

관측 오차 클때

$$\cancel{K}_k = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + \cancel{R}} \quad \hat{x}_k = (\cancel{1} - K_k) \hat{x}_k^- + \cancel{K}_k z_k$$

추정 오차 클때

$$\cancel{P}_{k+1} = A P_k A^T + \cancel{Q}$$

$$\cancel{K}_k = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R}$$

$P_k^- H^T$ 로 나누면, 분자 항만 작아져 R값 증가

$$\hat{x}_k = \cancel{(1 - K_k)} \hat{x}_k^- + \cancel{K}_k z_k$$

# Kalman Filter

Kalman Filter

## ◆ 칼만필터의 활용

- 칼만필터를 신호를 잘 분해하는 목적으로도 사용 가능하다.

Ex) 가정 : 심박수 데이터가 5개의 신호들로 합성되어 있는 것을 알고 있고, 식 또한 알고 있을 때

알고자 하는 상태 :  $X = [m, a1, a2, b1, b2]$

관측한 심박수 데이터 :  $Z = H X$

➔ 심박수 데이터를 관측할 수 있다면, 상태  $x$ 를 잘 추정할 수 있다.

( $z$ 를 이루고 있는 신호들의 값들에 대한 더 정확한 데이터들 얻을 수 있다)

이는  $z$ 가 상태  $x$ 에  $H$ 가 곱해진 형태로 더해진 값이기 때문에,

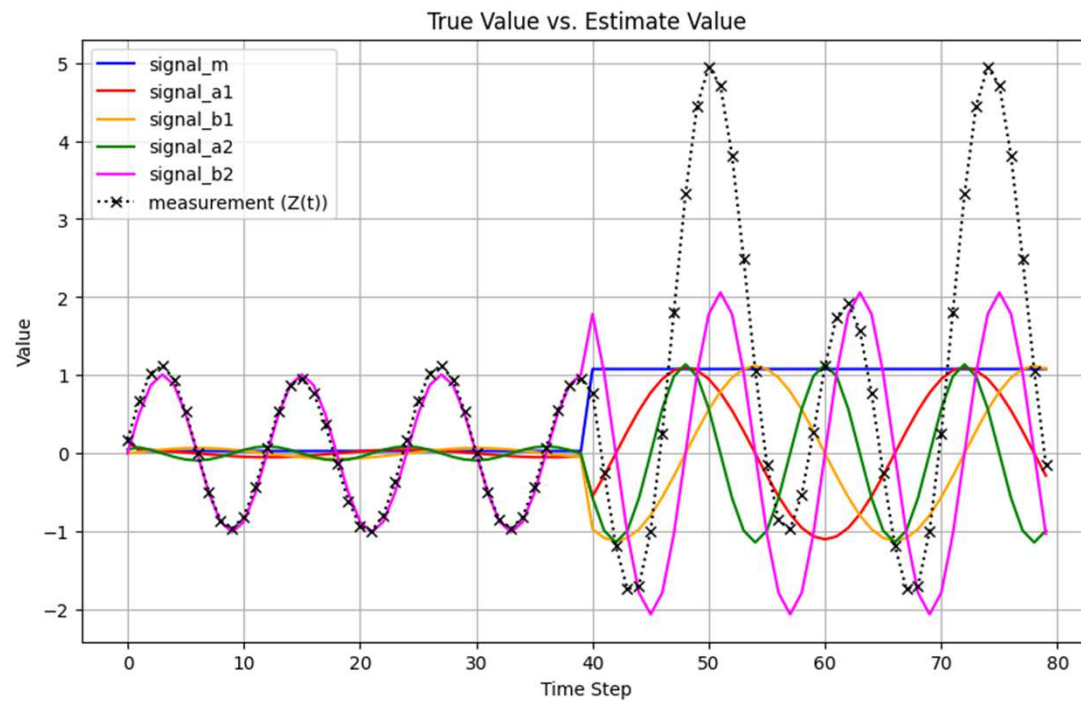
더해진 값들의 각각에서  $H$ 만큼의 영향을 빼 주게 되면, 각각의 신호들의 더 정확한 그래프 개형을 얻을 수 있다

# Kalman Filter

Application in mathematical model

## ◆ 칼만필터의 활용

- 칼만필터를 신호를 잘 분해하는 목적으로도 사용 가능하다.

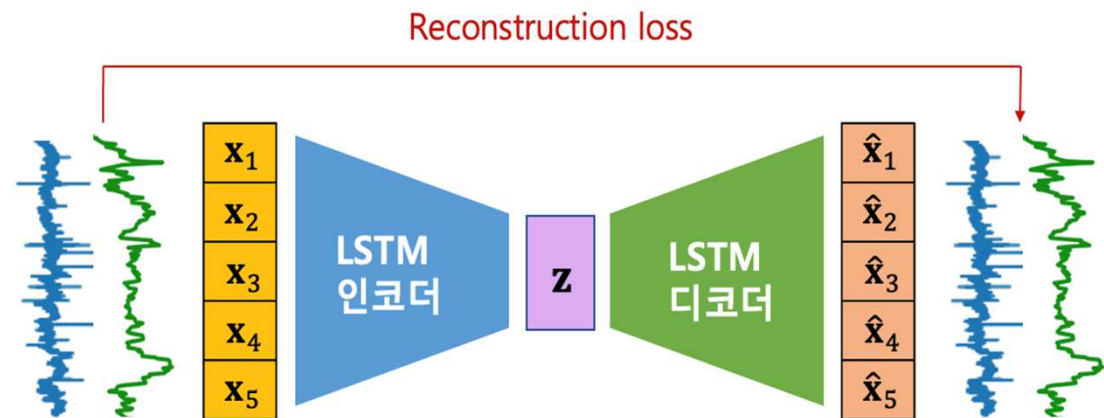
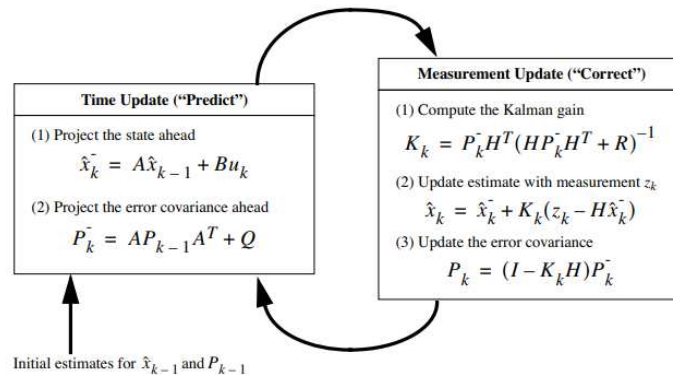


# Review

Kalman Filter + Autoencoder (LSTM)

## ◆ 연구 주제

- Anomaly detection in time series data with Kalman Filter by decomposing signal
- Main Tool : **Kalman filter + LSTM Autoencoder**



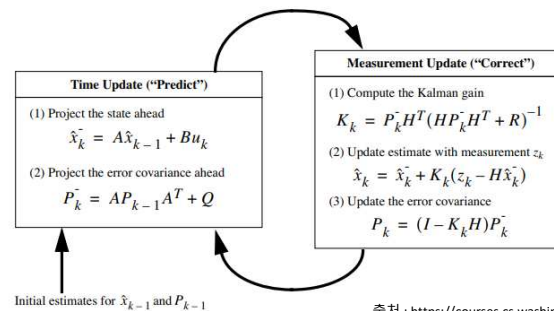
출처 : <https://pasus.tistory.com/267>

# To Do

TO DO

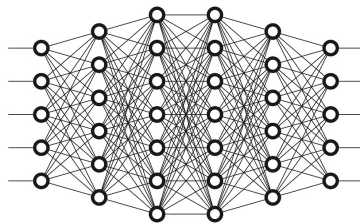
## ◆ Things to Study During the Master's Program

### 1. 다양한 Kalman Filter 에 대한 수학적 이해와 공학적 사고력 개발

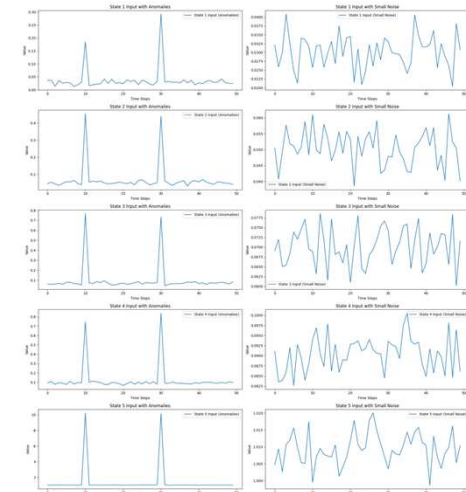
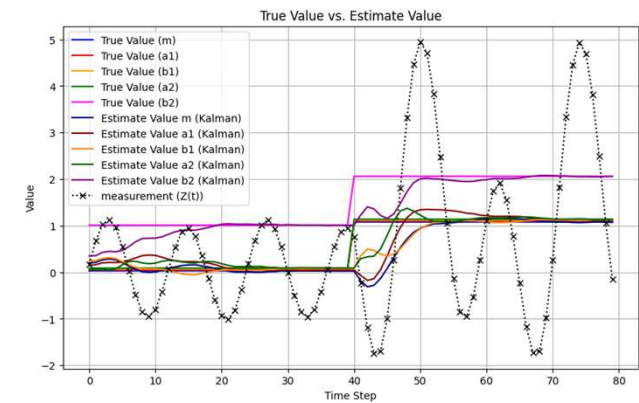


출처 : <https://courses.cs.washington.edu/courses/cse571/03wi/notes/welch-bishop-tutorial.pdf>

### 2. 최적의 Anomaly Detection을 위한 Deep Learning 분야 역량 개발



출처 : Implementation of a Novel DNN Accelerator with Simultaneous Multi-threading



## Q&A

---

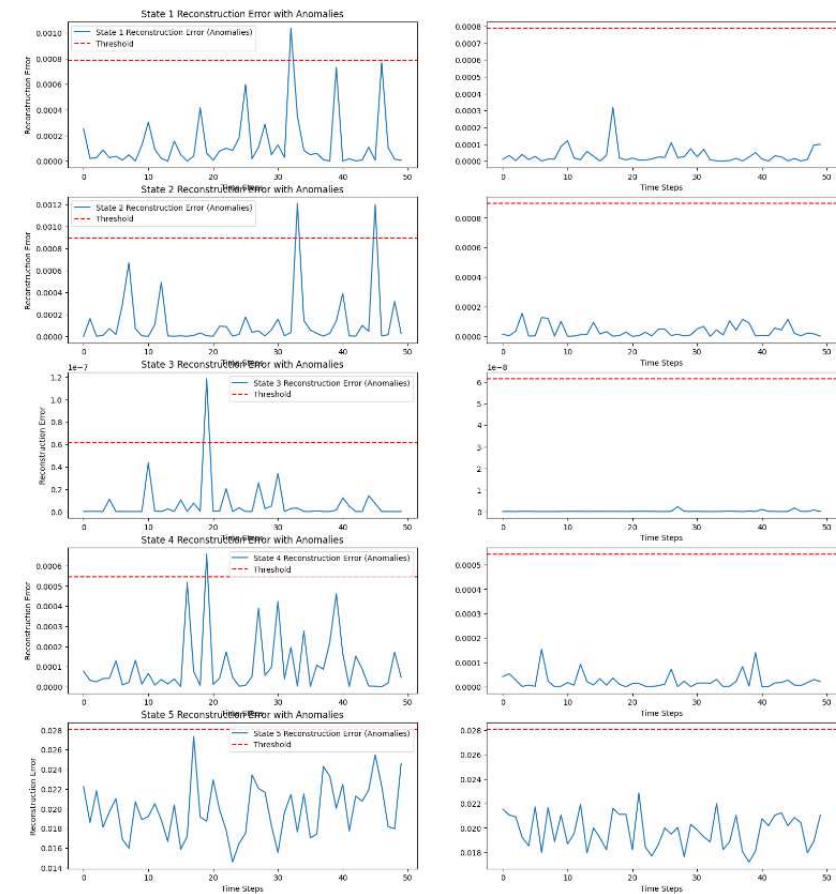
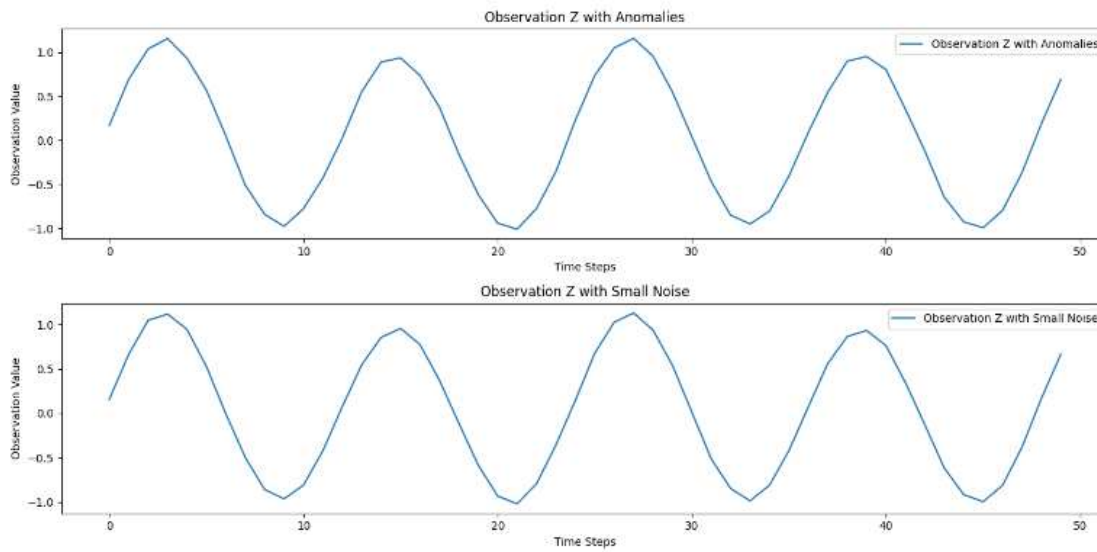
Thank you for your attention

Thank you!

# Anomaly detection

## ◆ Anomaly detection

- Real case
- 복잡하게 여러 신호가 합성되어 있는 경우





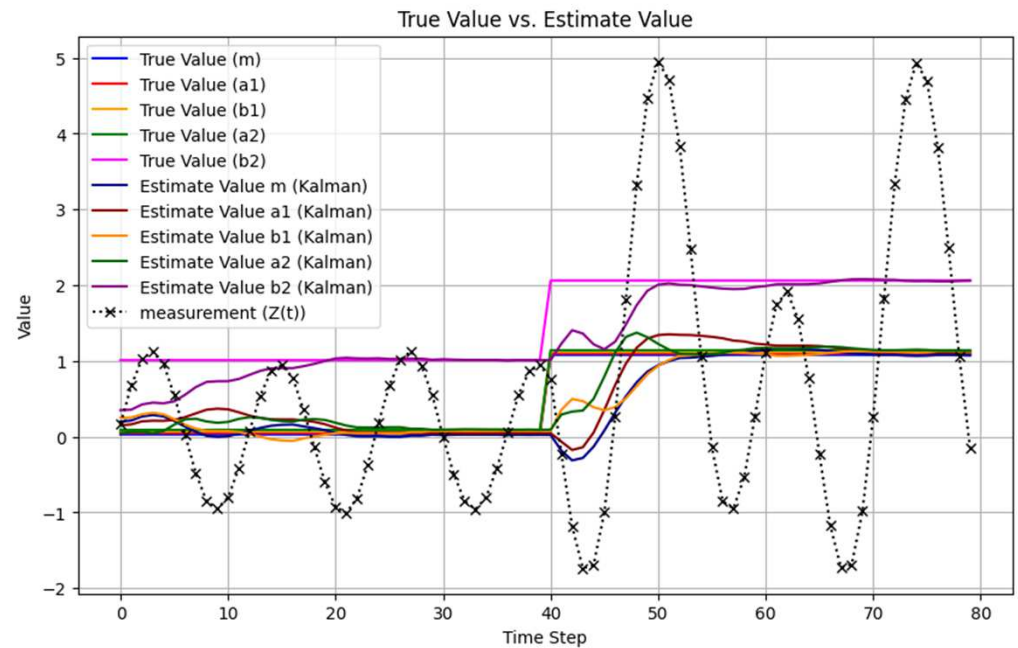
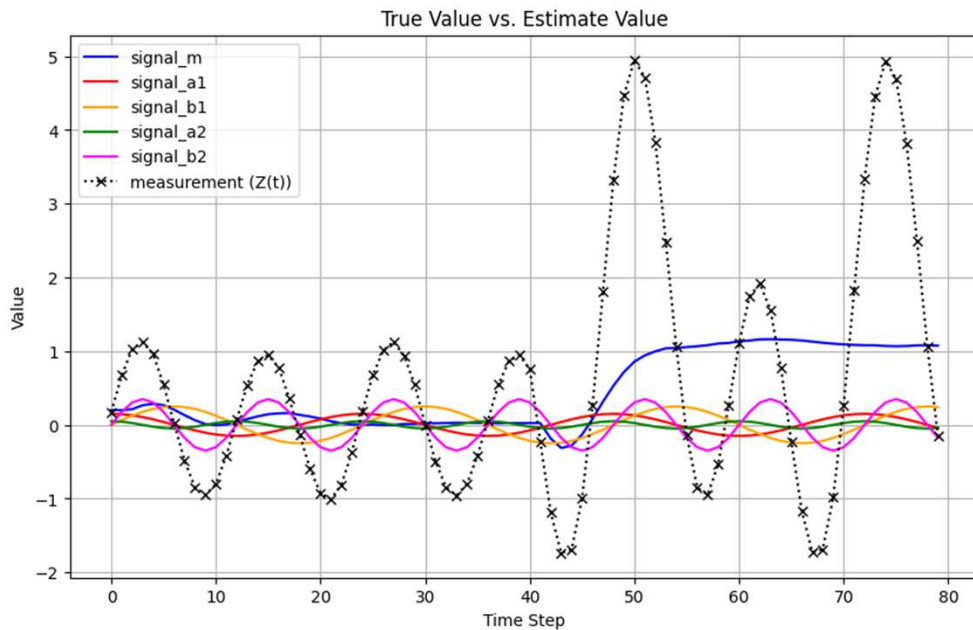
# Decomposing Signal

## ◆ Anomaly detection after decomposing signal

- 심박수 신호 :  $HR_t = a - b \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}(t - c)\right) + d \cdot Activity + \varepsilon_t$
- Kalman Filter 을 이용하여, 신호를 잘 분해

출처 : A method for characterizing daily physiology from widely used wearables

## “어떠한 신호들” 의 “합성”



# Main expected effect

Main expected effect

◆ 연구의 목적성과 기대되는 효과:

본 연구의 목적은 웨어러블 기기로부터 실시간으로 수집되는 심박수 데이터를 분석하여 이상 탐지를 빠르게 수행하는 것입니다.

이를 통해 건강 신호에 문제가 발생할 경우 즉시 감지하고, 의심되는 질환을 파악할 수 있습니다.

연구가 성공적으로 완료될 경우, 개인 맞춤형 건강 솔루션을 제공할 수 있을 것으로 기대됩니다.

예를 들어, 개선된 수면 패턴, 식습관 추천, 병원 방문 등의 조언을 맞춤형으로 제시할 수 있을 것입니다.

# Gradient Vanishing Problem

Gradient Vanishing Problem

## ◆ Gradient Vanishing

- Autoencoder는 학습 시 오차를 줄이기 위한 방법으로, MSE 최소화 방법 채택
- 이에 따른 수단으로 해당 함수의 미분 값이 0에 가까운 지점을 계속해서 찾아 가중치를 업데이트 하는

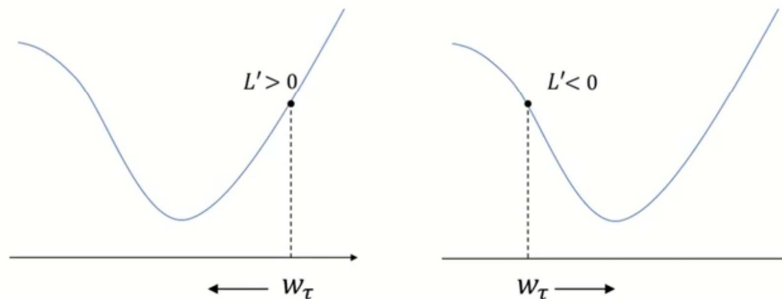
$$w_{\tau+1} = w_{\tau} - \alpha \cdot L'(w_{\tau})$$

Gradient Descent 방법 채택

$0 < \alpha < 1$ : learning rate

좀 더 섬세하고 촘촘히? Small  $\alpha$

좀 더 빠르게? Large  $\alpha$



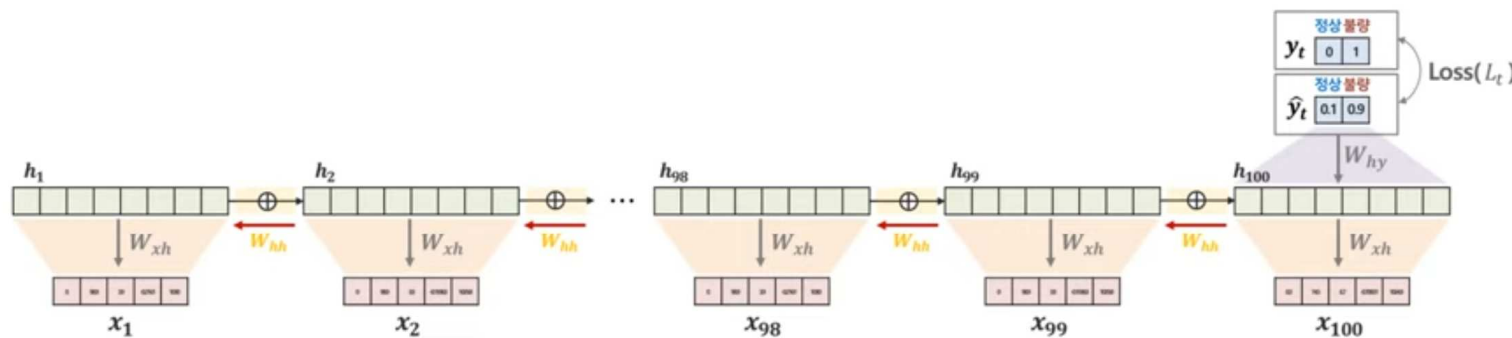
출처 : <https://www.youtube.com/@user-yu5qs4ct2b>

# Gradient Vanishing Problem

Gradient Vanishing Problem

## ◆ Gradient Vanishing

- Backpropagation 때 가중치를 업데이트 하면서 생기는 문제



$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{Loss}}{\partial W_{hh}} &= \underbrace{\frac{\partial \text{Loss}}{\partial \hat{y}_t} \times \frac{\partial \hat{y}_t}{\partial h_{100}} \times \frac{\partial h_{100}}{\partial W_{hh}}}_{T_{100}: \text{시점 100에서의 영향}} + \underbrace{\frac{\partial \text{Loss}}{\partial \hat{y}_t} \times \frac{\partial \hat{y}_t}{\partial h_{100}} \times \frac{\partial h_{100}}{\partial h_{99}} \times \frac{\partial h_{99}}{\partial W_{hh}}}_{T_{99}: \text{시점 100으로부터 전해진 영향 고려}} + \underbrace{\frac{\partial \text{Loss}}{\partial \hat{y}_t} \times \frac{\partial \hat{y}_t}{\partial h_{100}} \times \frac{\partial h_{100}}{\partial h_{99}} \times \frac{\partial h_{99}}{\partial h_{98}} \times \frac{\partial h_{98}}{\partial W_{hh}}}_{T_{98}: \text{시점 99으로부터 전해진 영향 고려}} \\
 &+ \underbrace{\frac{\partial \text{Loss}}{\partial \hat{y}_t} \times \frac{\partial \hat{y}_t}{\partial h_{100}} \times \frac{\partial h_{100}}{\partial h_{99}} \times \dots \times \frac{\partial h_6}{\partial h_5} \times \frac{\partial h_5}{\partial h_4} \times \frac{\partial h_4}{\partial h_3} \times \frac{\partial h_3}{\partial h_2} \times \frac{\partial h_2}{\partial h_1} \times \frac{\partial h_1}{\partial W_{hh}}}_{T_1: \text{시점 2으로부터 전해진 영향 고려}}
 \end{aligned}$$

출처 : <https://www.youtube.com/@user-yu5qs4ct2b>