

Analoge Prismaspectrometer: Dispersiekromme van een prisma

A.1 Doelstelling

Door meting van de minimumdeviatiehoeken van een prisma voor de verschillende lijnen van een helium spectraallamp kan de brekingsindex voor die verschillende lijnen berekend worden. Hiermee kan de dispersiekromme $n(\lambda)$ voor het gebruikte prisma bekomen worden, en ook de Cauchy-constanten voor het prisma worden berekend.

A.2 Vereiste voorkennis

Terugkaatsing en breking van vlakke golven, brekingsindex, het prisma, dispersie

A.3 Literatuur

Physics for scientists and engineers with Modern Physics, R.A. Serway, Saunders College Publ.

Physics for scientists and engineers with Modern Physics, D.C. Giancoli, Pearson

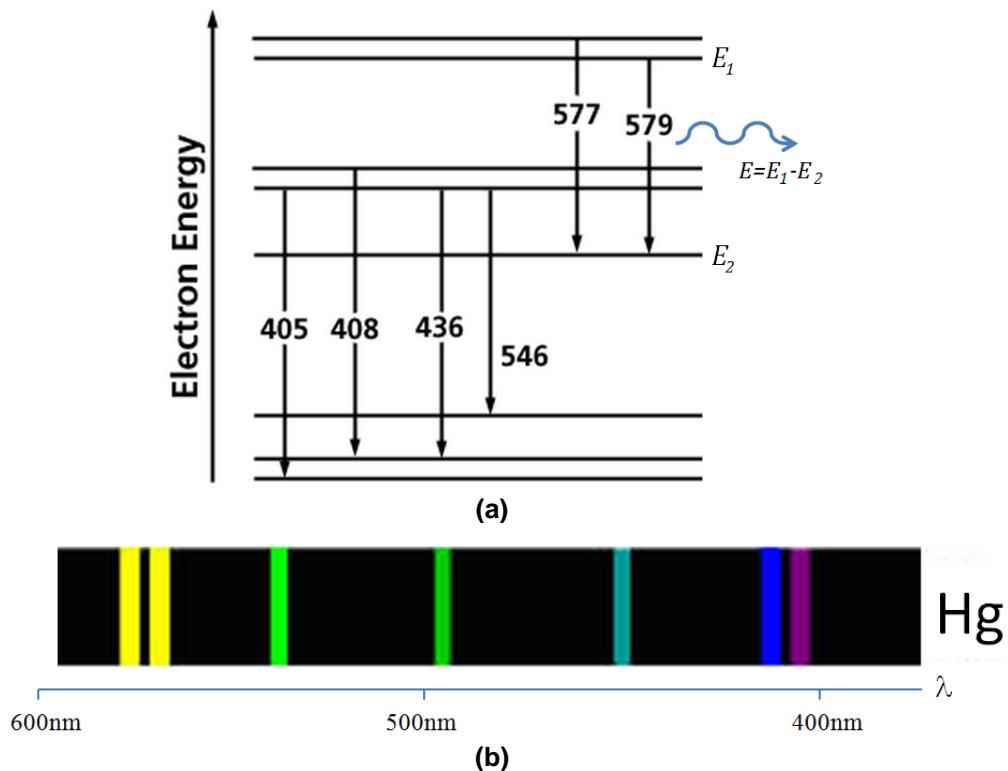
B.1 Fysische achtergrond

B.1.1. Inleiding

De (prisma)spectrometer is gebaseerd op het principe dat de hoek waaronder licht gebroken wordt afhankelijk is van de golflengte λ .

Een object kan onder bepaalde omstandigheden (bijvoorbeeld bij exciteren ervan met (wit) licht of bij verhitting) licht uitzenden. In een atoom bijvoorbeeld, zal een herschikking van de elektronenstructuur ervoor zorgen dat fotonen worden uitgestuurd met een energie gelijk aan het verschil tussen bepaalde energieniveaus ($E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$, met E de energie [eV], h de constante van Planck [eV·s], ν de frequentie [Hz], c de lichtsnelheid [nm/s] en λ de golflengte [nm], zie figuur 1(a)). Het licht afkomstig van zulk atoom (bijvoorbeeld door een edelgasatoom in een TL-lamp), bestaat dus uit een combinatie van fotonen met een welgedefinieerde energie, bepaald door de mogelijke transitities in de elektronenstructuur. Een voorbeeld van zulk een emissiespectrum voor kwik (Hg) is beschreven in figuur 1(b).

Het atomaire emissiespectrum bestaat dus uit discrete lijnen die als het ware een vingerafdruk vormen voor het atoom. Een (prisma)spectrometer laat dus toe (door het scheiden van verschillende golflengtes, zie hieronder) om zo een 'vingerafdruk' te ontrafelen. Deze techniek wordt zeker niet alleen gebruikt voor studies naar atomen: scheikundigen gebruiken dit om de samenstelling van moleculen te onderzoeken (de elektronenstructuur van een molecuul verschilt van die van de individuele atomen) en sterrenkundigen bepalen er bijvoorbeeld de samenstelling van sterren mee.

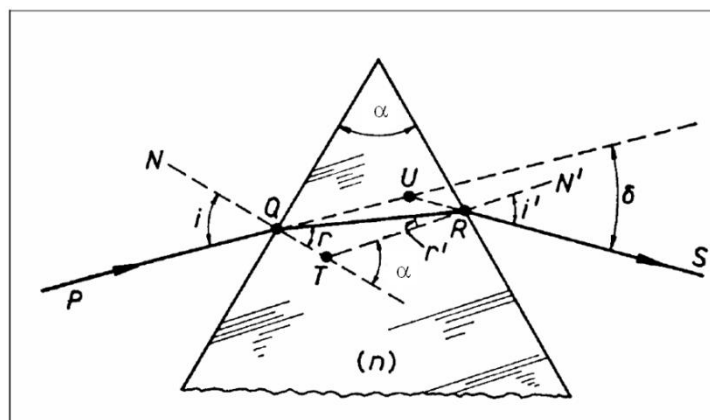


Figuur 1: Emissiespectrum van Hg. (a) Schets van de elektronenstructuur van Hg, waarbij een deel van de toegelaten transitie is voorgesteld met een pijl met daarbij de overeenkomstige golflengte van het uitgestuurd foton (in nm). Voor de $\lambda = 579$ nm transitie is het uitgezonden foton geschetst. Afbeelding aangepast naar [1]. (b) Illustratie van het emissiespectrum van Hg, aangepast naar [2].

B.1.2. Reflectie en breking van vlakke golven in een prisma: de dispersiekromme

Een prisma, in combinatie met het principe van dispersie, zal gebruikt worden om emissiespectra te ontleden. Het fenomeen van dispersie zegt dat de snelheid van een golf in een medium afhangt van zijn frequentie (en dus ook de golflengte). Een gevolg hiervan is dat ook de brekingsindex afhangt van de golflengte: $n(\lambda)$.

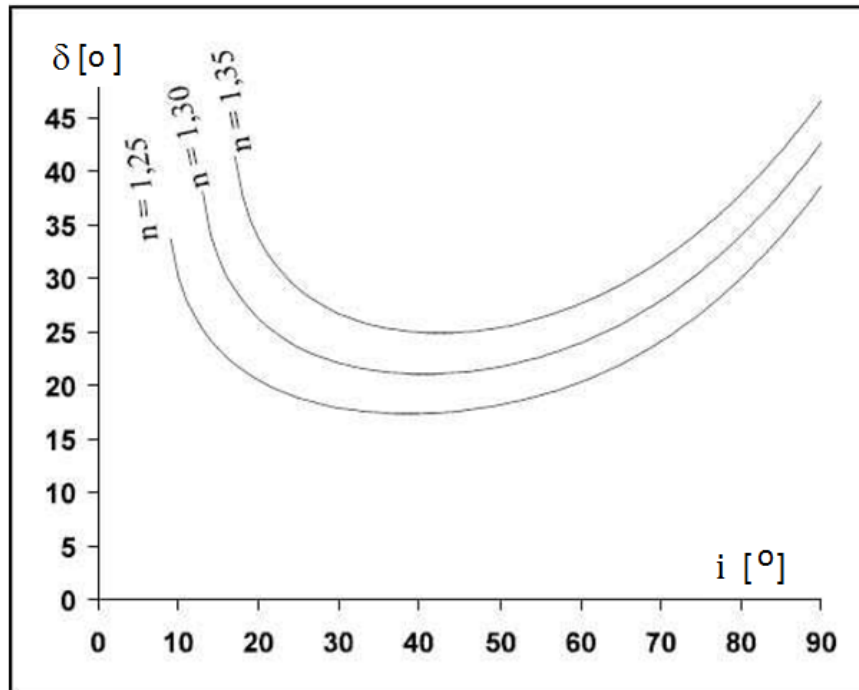
In essentie is een prisma een lichaam dat door twee platte vlakken begrensd is, en die een hoek α met elkaar maken: zie figuur 2.



Figuur 2: Prisma met hoek α en brekingsindex n

Een inkomende straal P valt in op het prisma in punt Q met een hoek i t.o.v. de normaal N, en na breking verlaat de straal het prisma in punt R. De hoek δ is de deviatiehoek: de hoek die de uitgaande straal maakt t.o.v. de invallende straal. De overige hulplijnen en hoeken worden gebruikt in appendix 2. Het prisma heeft een brekingsindex $n(\lambda)$, en voor de omgeving wordt aangenomen dat $n=1$ (vacuüm, en een goede benadering voor lucht). Voor het practicum is het prisma een gelijkzijdige driehoek ($\alpha=60^\circ$).

De deviatiehoek δ hangt af van (1) de invalshoek i , (2) de brekingsindex $n(\lambda)$ en (3) de tophoek α van de prisma. In figuur 3 staat een plot van deze deviatie hoek in functie van de invalshoek, voor een vaste α en verschillende n .



Figuur 3: δ als functie van i . Afbeelding aangepast naar [3].

Bemerk dat dit verband een minimum heeft, δ_m , dat afhangt van n (en dus van λ omwille van dispersie). Dit wordt de **minimum deviatie(hoek)** genoemd. Men kan aantonen (zie appendix 2) dat er het volgende verband is tussen $n(\lambda)$, α en $\delta_m(\lambda)$:

$$n(\lambda) = \frac{\sin\left[\frac{\delta_m(\lambda) + \alpha}{2}\right]}{\sin\left[\frac{\alpha}{2}\right]} \quad (1)$$

Deze vergelijking staat centraal in het werken met de prismaspectrometer, waarbij $\delta_m(\lambda)$ gemeten moet worden. Afhankelijk van de gekende en onbekende parameters kan deze op twee manieren gebruikt worden:

- i. Indien λ gekend is, kan $\delta_m(\lambda)$ gemeten worden en kan de waarde $n(\lambda)$ berekend via (1). Door dit te herhalen voor meerdere λ kan een ijkcurve $n(\lambda)$ opgesteld worden (i.e. de **dispersiekromme voor het prisma**).
- ii. Eens de dispersiekromme $n(\lambda)$ gekend is, kan een meting van $\delta_m(\lambda)$ gebruikt worden om de golflengte λ van het gemeten licht te bepalen. Op deze manier kan een emissiespectrum (zoals in figuur 1(b)) ontrafeld worden, en informatie verschaffen over bijvoorbeeld de samenstelling van de emitterende stof

(‘vingerafdruk’, welke uiteraard niet per se afkomstig is van een enkele atoomsoort) en de energie van de fotonen leert iets over de exacte energieniveaus (en dus bijvoorbeeld de elektronenstructuur zoals in figuur 1(a)).

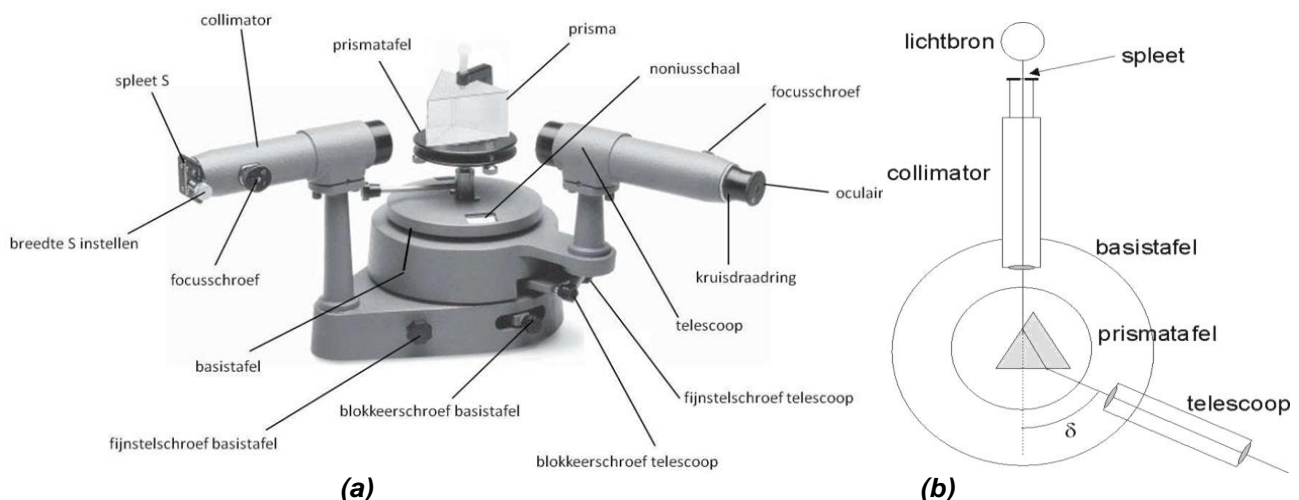
Het zijn deze twee procedures die in dit practicum uitgevoerd dienen te worden: eerst een ijkcurve opstellen, om vervolgens een onbekende stof te identificeren.

B.2. Meetopstelling: de prismaspectrometer

Als eerste dient vermeld te worden dat de prismaspectrometer een delicaat en duur toestel is. Ga hier dus voorzichtig mee om, enerzijds om goede resultaten te bekomen, en anderszijds om het toestel niet te beschadigen!

B.2.1. De prismaspectrometer

Zoals beschreven in sectie B.1. is het nodig om de minimum deviatiehoek $\delta_m(\lambda)$ nauwkeurig te bepalen. In essentie is dit hetgeen waarvoor de prismaspectrometer gebruikt wordt, die afgebeeld staat in figuur 4.



Figuur 4: (a) Prismaspectrometer met belangrijkste onderdelen, aangepast naar [3].
(b) Schematisch bovenaanzicht van de gehele opstelling.


Een korte uitleg over de belangrijkste onderdelen:

- *Collimator met aan de ingang een spleet S.* Deze bestaat uit een convergerende lens waarvan S in het brandpunt moet liggen (te regelen met de focusschroef). De lichtbundel wordt door deze lens omgezet in een parallelle bundel.
- *Basistafel,* uitgevoerd als een ronde schijf met een gradenverdeling op de rand. Deze tafel wordt door twee schroeven aan de basis van de opstelling geblokkeerd en afgeregeld.
- *Prismatafel.* Hierop rust het prisma, en in principe hoeft deze niet versteld te worden en blijft in de oorspronkelijke stand staan. De prisma zelf is gemonteerd tussen twee cilinders waarvan een zijde is afgeplat.
- *Telescoop op draaitafel.* Deze vangt de uitgaande lichtbundel op en vormt een beeld op en oculair. In de telescoop zijn kruisdraden ingebouwd voor een nauwkeurige aflezing (zie hieronder). De telescoop kan uiteraard draaien, en kan geblokkeerd worden met de blokkeerschroef. Met de fijnstelschroef gebeurt de fijnafstelling. Op de rand van de draaitafel bevindt zich een noniusschaal die in combinatie met de gradenboog op de basistafel dient om hoeken af te lezen (zie hieronder).

B.2.1.1 Afregeling prismaspectrometer

De afregeling is reeds gebeurd voor aanvang van de proef. Wel is het nodig om de afstelling te checken en deze zeer goed te begrijpen voor aanvang van de metingen: zie hieronder sectie B.2.1.2. Indien het niet goed afgeregeld is, moet dit nagekeken worden en eventueel opnieuw gebeuren. We gebruiken in eerste instantie een helium (He) lamp.

B.2.1.2. Testen nulinstelling prismaspectrometer

1. Doe de He-lamp aan.
2. Check of de basistafel geblokkeerd staat (blokkeerschroef vast).
3. Verwijder het prisma van de prismatafel, en richt de telescoop zo (deblokkeer eventueel), zodat je recht naar de spleet kijkt.
4. Zorg ervoor dat je ook de kruisdraad ziet: doe eventueel het LED-lampje aan wat dit eventueel kan verbeteren.
5. Lijn de kruisdraad op met de spleet. Draai eens aan collimator om een gevoel te krijgen hiervoor: de spleet wordt uiteraard breder of smaller. De lamp staat normaal gezien precies achter de spleet.
6. Deze positie wordt de 'nulinstelling' genoemd. **Deze nulinstelling is de hoek die de noniusschaal aangeeft voor de invallende straal** (de telescoop staat immers gericht op de lamp na stap 3, zie ook figuur 4(b)). Voor het aflezen van de noniusschaal: zie appendix 3. Je zult van de metingen deze 'nulhoek' moeten aftrekken voor het bepalen van δ .
7. Plaats nu het prisma op de prismatafel. Wanneer je de afgeplatte kant van de cilinders oplijnt met de streep die al getrokken is op de tafel, zal de invalshoek i al ongeveer optimaal gekozen zijn, **i.e. zodat δ kort bij δ_m is voor een groot aantal λ** (zie figuur 3).
8. Voor een eerste ruwe oriëntatie kun je met het blote oog (waarbij je kijkt ter hoogte van de telescoop) trachten de gebroken straal te zien aan de rechterkant van de telescoop in het prisma. Het invallende licht wordt gebroken in verschillende kleuren, en je zult een klein 'regenboogje'  kunnen zien. Het is op deze hoek dat je hieronder met de telescoop zult gaan zoeken naar de spectraallijnen

Je kunt ook met het blote oog proberen om het fenomeen van minimumdeviatie vast te stellen: i.e. een minimale δ vaststellen in functie van de invalshoek i . Draai het prisma (voorzichtig!) rond - je verandert nu i - en volg de gebroken stralen. Wanneer je in 1 bepaalde zin blijft draaien, zal het 'regenboogje' verschuiven (δ wordt kleiner) en vervolgens terugkeren - dan ben je δ_m gepasseerd: vergelijk met figuur 3. Als je de terugkeer niet ziet, zul je waarschijnlijk in de andere richting moeten draaien.

9. Zoek nu met de telescoop de spectraallijnen (deblokkeer deze eventueel eerst). Draai weer met het prisma om het fenomeen van minimumdeviatie vast te stellen. Voor ver uit elkaar liggende lijnen is het duidelijk dat deze niet hetzelfde is voor verschillende golflengten (dispersie! - figuur 3).

B.2.1.3. Een meting uitvoeren

Een meting wil dus zeggen: het bepalen van de minimumdeviatie δ_m voor een bepaalde spectraallijn (en dus een bepaalde λ).

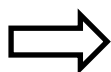
1. Deblokkeer de telescoop en draai tot de gewenste lijn gezien wordt.
2. Draai zachtjes met het prisma naar links en volg met de telescoop. Stel met de prisma de δ_m in: tijdens het draaien in de juiste zin zie je de lijnen eerst naar links verschuiven (δ wordt kleiner) en vervolgens weer naar rechts als je het minimum passeert (zie figuur 3). Stel de microscoop in op de lijn (i.e. de verticale kruisdraad valt samen met de lijn). Blokkeer de microscoop voor een laatste fijnafstelling met de fijnstelschroef.

* Eventueel kan de spleet groter of kleiner gemaakt worden, afhankelijk van hoe goed je de lijn ziet. Hoe smaller, hoe beter natuurlijk, maar voor zwakke lijnen kan het helpen deze breder te maken.

* Wanneer je de kruisdraad slecht zien, kan het helpen om het LED-lampje te ontsteken.

* Als de kruisdraad scheef staat, kun je dit regelen door aan de kruisdraadring te draaien (zie figuur 4a).

3. Na de microscoop te blokkeren, kun je de hoek aflezen met het vergrootglas (zie appendix 3 voor het aflezen van de noniusschaal). Je verkrijgt de gemeten δ_m door de nulhoek af te trekken van de afgelezen hoek (zie eventueel uitleg op het blad onder de spectrometer).



4. **Herhaal stappen een of twee keer per student per lijn (verschuif de telescoop/prisma tussendoor). Deze verschillende metingen gaan een statistische fout geven.**

5. Noteer de resultaten en ga verder met de volgende lijn in het spectrum.

C.1. Voorbereidende opgaven

1. Bereken de brekingsindex en de fout hierop voor een prisma met een tophoek van $60^\circ 18' \pm 10'$ en een minimumdeviatiehoek van $35^\circ 46' \pm 20'$.
2. a) Verklaar waarom de kleuren van de regenboog (van buiten naar binnen) gaan van rood tot violet.
b) Wat is het verschil als er geen waterdruppels maar een groot prisma in de lucht voor een regenboog zorgt? *De positie van het prisma is tussen de observator en de zon.* Heeft dit verschil een invloed op de kleurenvolgorde die je ziet als je de regenboog observeert?

C.2. Opgaven

1. Leren werken met de prismaspectrometer

Neem de stappen in secties B.2.1.2 en B.2.1.3 goed door vooraleer aan een reeks metingen te beginnen. Zie dat je het toestel goed begrijpt en kan bedienen!

2. Opstellen van de dispersiekromme.

- a. Bepaal de minimum deviatiehoek en de brekingsindex van het prismaglas voor de lijnen van het helium spectrum. Deze staan opgelijst in tabel 1. Het kan uiteraard zo zijn dat sommige lijnen te zwak zijn om te herkennen of juist te meten. Laat deze dan weg, of maak zo goed mogelijk een schatting.
- b. Fit uw data aan de zogenaamde Cauchy-vergelijking:

$$n(\lambda) = C + \frac{B}{\lambda^2}$$

Dit is een bevredigende benadering voor $n(\lambda)$. C en B zijn de zogenaamde Cauchy-constanten. Doe dit middels een lineaire fit, door $n(\lambda)$ (berekend via formule (1)) te plotten tegen $1/\lambda^2$. Deze fit doet dienst als uw dispersiekromme.

3. Identificeren van een onbekende bron

Julie wordt een lamp toegewezen met een onbekende stof. Meet hiervoor ook δ_m voor alle lijnen. Gebruik de verkregen dispersiekromme om de golflengtes toe te kennen aan de lijnen in het spectrum. Probeer te achterhalen wat er in de lamp zit, door je verkregen spectrum op te zoeken, bijvoorbeeld via:

<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/discharge/>

<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/discharge/discharge.html>

Merk op dat het kan helpen om ook te noteren welke lijnen sterk of zwak zijn!

Tabel 1: He lijnen

λ (in nm)	kleur
706.5	rood
667.8	rood
587.5	geel
504.8	groen (zwak)
501.6	groen
492.1	blauw-groen (zwak)
471.3	blauw
447.1	paars
438.8	violet (zeer zwak)

Opmerkingen bij de opgaven:

- Uiteraard is het nodig om de fouten op de fitparameters te bepalen, en de foutenpropagatie correct uit te voeren.
- Kopieer niet de gehele uitleg over hoe de spectrometer afgesteld moet worden in het verslag: enkel de zaken nodig voor de analyse en/of om te laten zien dat de opstelling begrepen is.
- Voor dit practicum en het volgend practicum (digitale spectrometer) dient een enkel verslag te worden gemaakt. Dit laat toe om de systemen te vergelijken zoals gezien in de les – zie practicumhandleiding van de digitale spectrometer. Concreet kun je wel al eens nadenken over de volgende ‘aspecten’ van het meetsysteem van de analoge spectrometer:
 - o Hoe zou je dit meetsysteem schematisch kunnen weergeven? B.v., wat is de sensor?
 - o Wat bepaald de resolutie van je experiment?
- **Fouten:**
 - o Op het oplijnen van de kruisdraad op de lijn, en het aflezen van de nonius, zijn een aantal bronnen van fouten (parallax). Het is daarmee dat iedere meting herhaald moet worden door verschillende studenten, om deze onbekende (systematische) afwijkingen te vatten door een statische fout.
 - o De fout op de tophoek van het prisma (60°) en op de gegeven golflengtes λ mag verwaarloosd worden.
 - o Bepaal en argumenteer zelf welke fout je best neemt voor het aflezen van de nonius (kleinste divisie?). Is deze misschien te verwaarlozen (in bepaalde gevallen)? Bedenk dat je bij het opmeten van een hoek je de nulinstelling aftrekt!
 - o Voor het combineren van de statistische en meetfout: zie de theorieles eerste semester!

D. Referenties

[1] Optical Spectroscopy in and Neon Lights, ACEPT W³ Group Arizona State University, <http://www.asu.edu/courses/phs208/patternsbb/PiN/rdg/optical/optical.shtml>, geraadpleegd op 04-03-2015

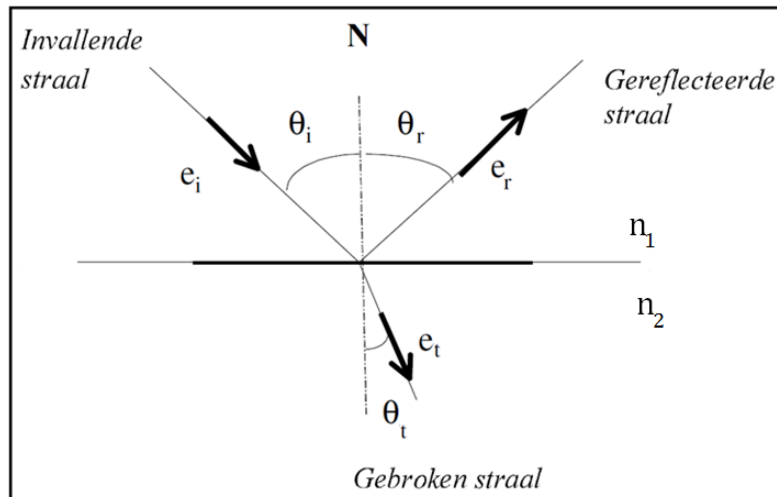
[2] NAU WWW4, Northern Arizona University, <http://www4.nau.edu/meteorite/Meteorite/Images/EmissionLines.jpg>, geraadpleegd op 04-03-2015

[3] Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model SP-9268A, Pasco Scientific, 012-02135F.

Appendix

App.1. Reflectie en breking van vlakke golven

We bekijken een vlakke golf die het scheidingsvlak tussen twee media bereikt met een verschillende brekingsindex in figuur App.1. De grootheden die gedefinieerd zijn op deze figuur, staan met elkaar in verband volgende de volgende wetten (af te leiden uit de wetten van Maxwell):



Figuur App.1: Invallende, gereflecteerde en gebroken straal voor een vlakke golf die invalt op het scheidingsvlak tussen twee media met verschillende brekingsindices (n_1 en n_2). N stelt de normaal op het oppervlak voor. θ_i zijn de hoeken met de normaal en e_i de eenheidsvectoren volgens de voortplanting van de invallende (i), gereflecteerde (r) en gebroken (t) straal.

- i. De richtingen van de invallende, gebroken en gereflecteerde golf liggen allen in eenzelfde vlak dat loodrecht op het scheidingsvlak staat (en dus de normaal N bevat).
- ii. De invalshoek is gelijk aan de reflectiehoek: $\theta_i = \theta_r$
- iii. De wet van Snellius:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{A.1})$$

App.2. Afleiding van formule (1)

Uit figuur 2 volgt :

$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r & (\text{A.2}) \\ \sin i' &= n \sin r' & (\text{A.3}) \\ r + r' &= \alpha & (\text{A.4}) \\ \delta &= i + i' - \alpha \end{aligned}$$

(A.2) en (A.3) volgen uit de wet van Snellius (A.1) toegepast op de twee scheidingsvlakken, met de aanname dat de brekingsindex voor lucht constant is: ($n(\lambda) = 1$). (A.4) en (A.5) gelden per constructie. (A.5) afleiden naar i levert:

$$\frac{d\delta}{di} = \frac{di'}{di} + 1 \quad \text{A.5}$$

De minimale deviatiehoek wordt bereikt wanneer $\frac{d\delta}{di} = 0$. Dan is $\delta = \delta_m$ en in dat geval geldt:

$$\frac{di'}{di} = -1 \quad \text{A.6}$$

Uit vergelijkingen (A.2), (A.3) en (A.4) kan afgeleid worden dat:

$$\cos i \, di = n \cos r \, dr, \quad \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr', \quad dr = -dr'$$

Dit kan herschreven worden tot:

$$\frac{di'}{di} = -\frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$$

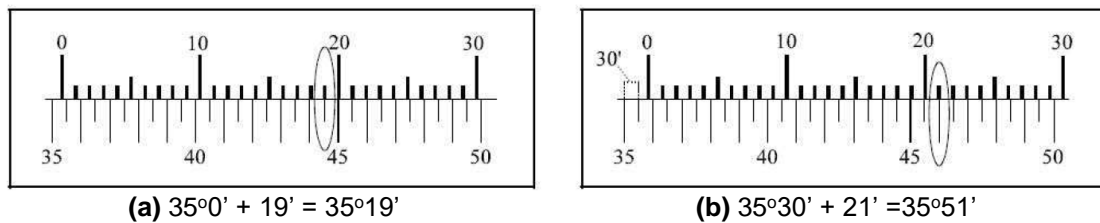
Omdat de vier hoeken i, i', r en r' kleiner zijn dan $\pi/2$ en aan vergelijkingen (A.2) en (A.3) voldoen, is aan vergelijkingen (A.7) en (A.8) voldaan als $i=i'$ en $r=r'$. Dit gebruiken in (A.4) en (A.5) levert:

$$i = \frac{\alpha + \delta_m}{2}, \quad r = \frac{\alpha}{2}$$

(A.9) substitueren in (A.2) levert dan de gezochte formule (1).

App.3. Aflezen van de nonius

Lees tegenover de '0' van de nonius op de gradenboog de hoek af tot op de halve graad (=30') nauwkeurig. **Rond hierbij altijd naar beneden af!** In figuur App.2(a) is dat 35°0', en figuur App.2(b) is dat 35°30'. Zoek vervolgens welk streepje van de nonius zo goed mogelijk recht tegenover de verdeling van de gradenboog staat. Dit streepje geeft het aantal boogminuten dat bij de vorige aflezing opgeteld dient te worden: zie de voorbeelden in figuur App.2.



Figuur App.2: Voorbeelden van het aflezen van de nonius

Let erop bij het werken met hoeken (in software...) dat deze op de juiste manier geïnterpreteerd worden (graden, radians, $35^\circ 30' = 35.5^\circ, \dots$).