

Voortplantingssnelheid van geluid

Doelstelling

De voortplantingssnelheid van geluid in lucht wordt berekend door de golflengtes te meten van staande geluidsgolven die bij bepaalde frequenties opgewekt kunnen worden in een akoestische buis. Er wordt ook nagegaan of de geluidssnelheid afhankelijk is van de frequentie in het bestudeerde frequentiegebied.

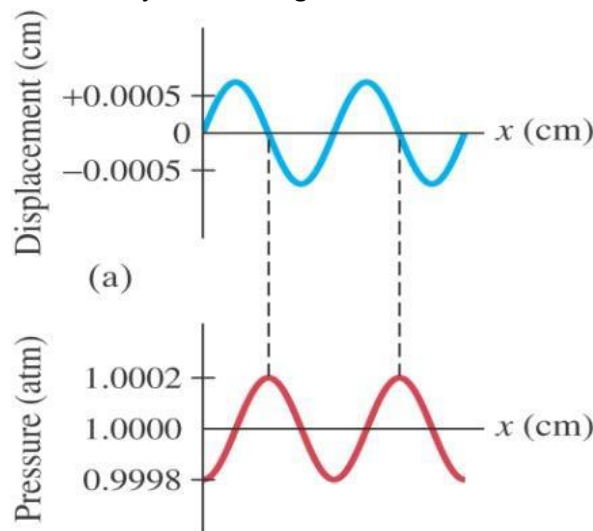
Vereiste voorkennis en relevante literatuur

- Voorkennis: golven, geluid, staande golven
- Handboek: "Physics for scientists and engineers with Modern Physics" van Giancoli, Pearson Education; Chapter 15 – Wave motion (15.6, 15.9), Section 16.2 – Mathematical representation of longitudinal waves.

Theoretische achtergrond

Geluidsgolven

Geluidsgolven zijn longitudinale golven die ontstaan ten gevolge van drukvariaties. Wanneer een geluidsgolf opgewekt wordt in een gas, bv. lucht, dan plant deze zich voort als een opeenvolging van samendrukkingen en uitrekkingen van het gas. Indien er drukfluctuaties opgewekt worden in een gas, oscilleert ook de dichtheid. Gassen zijn immers erg samendrukbaar.



Figuur 1: Verplaatsingsgolf en drukgolf in een geluidsgolf (voorgesteld als functie van de plaats x op een welbepaald ogenblik t)

Harmonische geluidsgolven in lucht kunnen beschreven worden aan de hand van een verplaatsingsgolf:

$$s(x, t) = s_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

met $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ het golfgetal, $\omega = 2\pi f$ de pulsatie, en s_{\max} de verplaatsingsamplitude, i.e. de maximale uitwijking van een luchtdeeltje ten opzichte van de evenwichtspositie. De drukvariatie in het gas, ΔP , gemeten relatief tot de evenwichtsdruk P_0 voert ook een golfbeweging uit. Deze wordt gegeven door:

$$\Delta P(x, t) = \Delta P_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

met de drukamplitude gegeven door $\Delta P_{max} = \rho v \omega s_{max}$ waarin ρ de dichtheid van het gas is en v de geluidssnelheid¹. De drukgolf en de verplaatsingsgolf zijn dus 90° uit fase (zie figuur 1), met andere worden maxima en minima in de druk komen overeen met $s(x,t) = 0$ en omgekeerd.

De snelheid van geluid in een gas hangt af van de verhouding van de soortelijke warmte bij constante druk en volume, de druk en de dichtheid van het gas. Dit betekent dat als de temperatuur verandert de geluidssnelheid ook zal veranderen. Tabel 1 geeft ter illustratie de geluidssnelheid in verschillende gassen.

Tabel 1: Geluidssnelheid in bepaalde media bij gegeven temperatuur.

Medium	T (°C)	v(m/s)
Gassen		
Lucht	0	331
	20	343
Waterstof	0	1286
Zuurstof	0	317
Stikstof	0	339
helium	0	972

Zoals voor alle golven geldt dat de voortplantingssnelheid van de golf gelijk is aan het product van de frequentie en de golflengte:

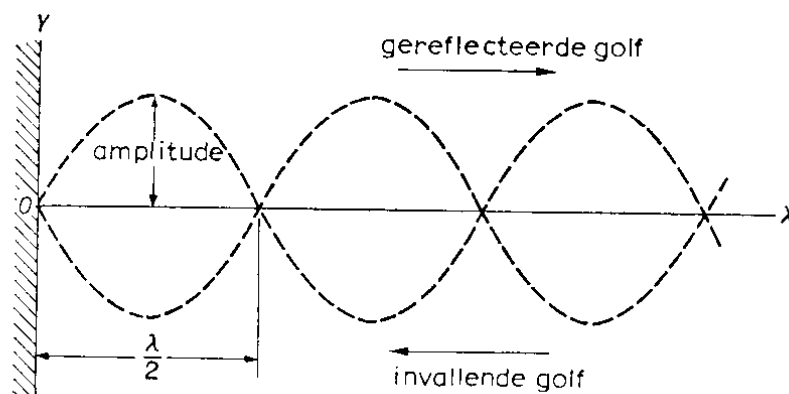
$$v = \lambda f$$

Staande golven

Wanneer een golf met zichzelf interfereert (na weerkaatsing) kan dit voor welbepaalde frequenties leiden tot de vorming van staande golven. Beschouw een transversale golf op een snaar die naar links beweegt en voldoet aan de vergelijking, $y_1 = A_0 \sin(kx + \omega t)$ (zie figuur 2). Wanneer deze in een vast punt O (bv. vastgeknoot uiteinde van de snaar) wordt gereflecteerd ontstaat een nieuwe golf naar rechts met als vergelijking $y_2 = A_0 \sin(kx - \omega t)$. De verplaatsing in elk punt van de snaar wordt verkregen door superpositie van y_1 en y_2 :

$$y = y_1 + y_2 = A_0 \sin(kx + \omega t) + A_0 \sin(kx - \omega t) = 2A_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$$

met $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi f$. λ is de golflengte en f de frequentie van de golf. Dit is de vergelijking van een **staande golf**. Een staande golf is een stationair trillingspatroon gevormd door de samenstelling van twee golven met dezelfde frequentie die lopen in tegenovergestelde richting. Deze staande golf heeft pulsatie ω en amplitude $A(x) = 2A_0 \sin(kx)$. Elk deeltje van de snaar trilt harmonisch met dezelfde frequentie, maar de amplitude van de oscillatie hangt af van de positie x . Punten die niet



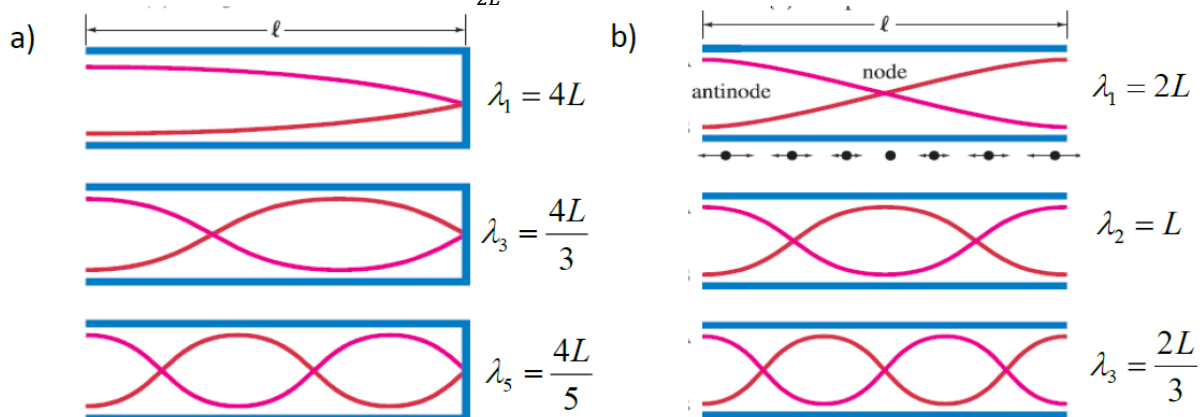
Figuur 2: Oorspong van een staande golf op een snaar.

¹De afleiding van deze formule vind je in het handboek van Serway & Jewett in sectie 17.2 – Periodic sound waves.

bewegen, $A = 0$ worden **knopen** genoemd. Punten die oscilleren met maximale amplitude $A_{\max} = 2A_0$ worden **buiken** genoemd.

De frequenties (en dus ook de golflengtes) waarvoor staande golven optreden hangen af van de randvoorwaarden. We onderscheiden drie situaties waarbij L de lengte van de snaar (of luchtkolom) is en v de golfsnelheid:

- Vaste punten (knopen) aan beide uiteinden (bv. golf op snaar):
 - golflengtes behorende bij staande golven: $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$
 - eigenfrequenties: $f_n = \frac{nv}{2L}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$
- Knoop aan één uiteinde en buik aan ander uiteinde (bv. halfopen luchtkolom):
 - golflengtes behorende bij staande golven: $\lambda_n = \frac{4L}{n}$ met $n = 1, 3, 5, \dots$
 - eigenfrequenties: $f_n = \frac{nv}{4L}$ met $n = 1, 3, 5, \dots$
enkel oneven harmonischen!
- Buiken aan beide uiteinden (bv. open luchtkolom):
 - golflengtes behorende bij staande golven: $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$
 - eigenfrequenties: $f_n = \frac{nv}{2L}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$



Figuur 3: Schematische voorstelling van a) de eerste drie harmonischen in een halfopen luchtkolom met lengte L , b) de eerste drie harmonischen in een open luchtkolom met lengte L .

Een staande geluidsgolf heeft verplaatsingsknopen waar de lucht niet beweegt en verplaatsingsbuiken waar de lucht met maximale amplitude vibreert.

Let op: aangezien de drukgolf en de verplaatsingsgolf 90° in fase verschoven zijn komen verplaatsingsknopen overeen met drukbuiken en verplaatsingsbuiken met drukknopen.

Reflectie van geluidsgolven treedt op bij zowel open als gesloten buisuiteinden. Als het uiteinde van de buis gesloten is, wordt de lucht op deze plaats geïmmobiliseerd en ontstaat hier een verplaatsingsknoop (en dus een drukbuik). Als het uiteinde van de buis open is, wordt de luchtdruk hier constant gehouden door de druk in de kamer, zodat er hier nu een drukknoop (en verplaatsingsbuik) ontstaat.

Staande-golf verhouding r

Bij de eindvlakken van een ideale buis is er geen uitwijking in een knoop. In de praktijk is de weerkaatsing echter niet ideaal en heeft een zekere fractie van de golf een lopend karakter. Als gevolg hiervan heffen de inkomende en de teruggekaatste golf elkaar niet volledig op in een knoop en wordt er een minimale amplitude A_{\min} groter dan nul gemeten. Analooq noemen we de amplitude in een buik A_{\max} .

Het aandeel van staande golven wordt gegeven door de staande-golf verhouding r :

$$r = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$$

r hangt onder meer af van de mate van reflectie tegen de buisuiteinden. Bij open uiteinden wordt de reflectie bepaald door de grootte van de golflengte ten opzichte van de diameter van de opening. Naarmate de golflengte groter is, reflecteert de opening beter en is het aandeel van de staande golven groter. Bij voldoende kleine golflengte is de buis als het ware transparant: net als in de vrije ruimte zijn er alleen lopende golven.

Apparatuur en meetmethode

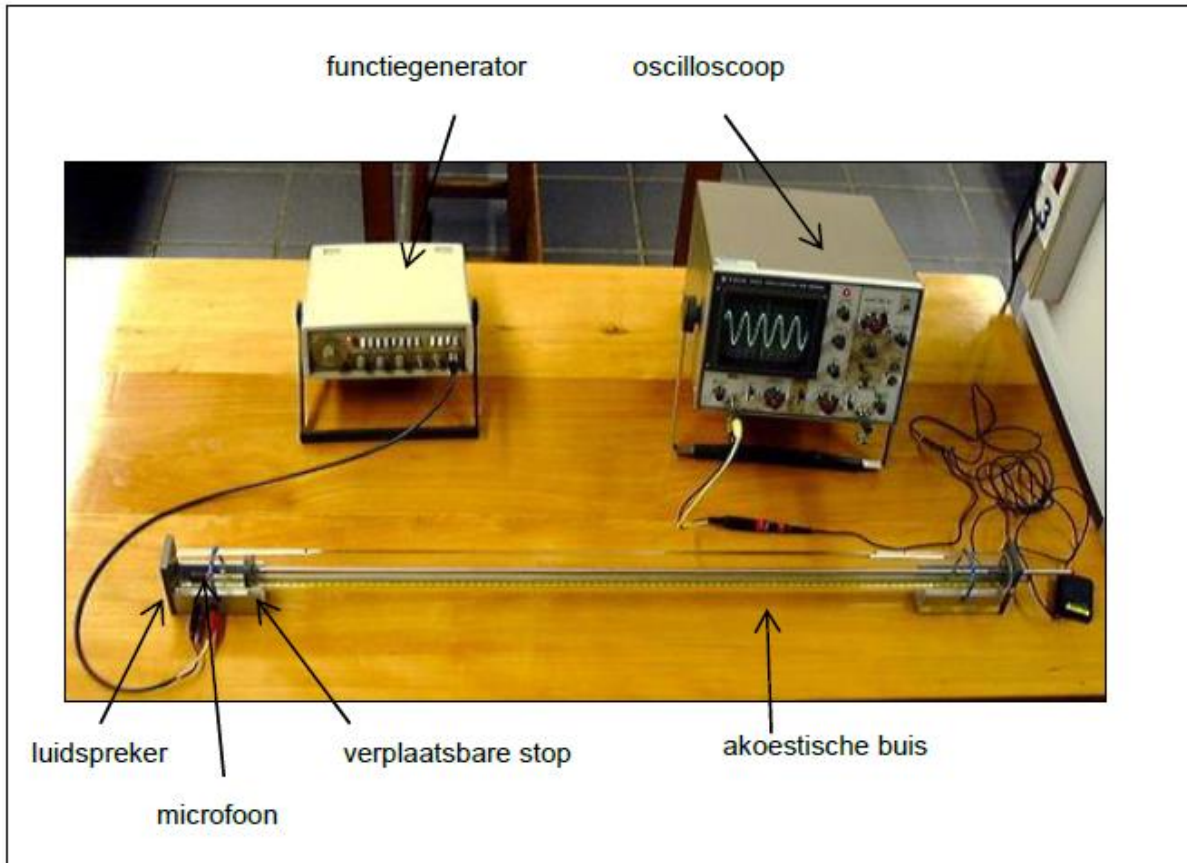


Figure 4: Foto van de proefopstelling "voortplantingssnelheid van geluid"

Figuur 4 toont de gebruikte meetopstelling. Het signaal van een functiegenerator wordt via een luidspreker aan het begin van een akoestische buis gebracht. Een microfoon meet de geluidsdruk (NIET de deeltjesverplaatsing) en maakt deze zichtbaar op een oscilloscoop. Door de afstand tussen de luidspreker en een verplaatsbare stop te regelen kan men ervoor zorgen dat de geluidsgolf in de buis zich ontwikkelt tot een staande golf. Het ontstaan van een staande golf kan men eenvoudig auditief vaststellen.

In het ideale geval is aan een open uiteinde de amplitude van de drukvariatie nul (in de praktijk zal ze er klein zijn) en aan een gesloten uiteinde de drukamplitude maximaal. Bij het verplaatsen van de stop zal per $\lambda/2$ een maximum in de geluidsdruk optreden.

Op de oscilloscoop wordt de geluidsdruk voorgesteld als functie van de tijd (gemeten op één plaats). Indien je de relevante tijdsschaal selecteert (afhankelijk van de frequentie gekozen op de functiegenerator) zou je een sinusfunctie moeten waarnemen. De amplitude en frequentie van de geluidsdrukvariatie kan je bepalen door het golfpatroon op te slaan op een USB-stick en deze met Python te fitten met een sinusfunctie. Als eerste ruwe afschatting mag je de amplitude en periode

meten gebruik makend van de horizontale/verticale cursors op de oscilloscoop. **In het verslag wordt er verwacht dat je de gefitte amplitude en frequentie gebruikt en deze ook bespreekt.** Wanneer je grootheden afleest/opslaat, onderbreek je best de continue meting. Dit kan de doen door gebruik te maken van de RUN/STOP knop op de oscilloscoop.

Opslaan van data van de oscilloscoop:

Neem je eigen USB stick mee om de nodige data op te slaan. Voor je de data kan opslaan, moet je deze eerst configureren. Hiervoor druk je op de "Utility" knop en selecteer je bij "Function" de "Save" instelling, verder selecteer je bij "Type" de "Wave" instelling. Zodra je dit hebt gedaan, krijg je het menu in figuur 5 te zien.

Function Menu	Setting	Description
Function	Save	Display the save function menu
Type	Wave	Choose the saving type as wave.
Source	CH1 CH2 Math All	Choose the waveform to be saved. (Choose All to save all the waveforms that are turned on. You can save into the current internal object address, or into USB storage as a single file.)
Object	ON OFF	The object 0 – 15 are listed in the left menu, turn the M knob to choose the object which the waveform is saved to or recall from. Recall or close the waveform stored in the current object address. When the show is ON, if the current object address has been used, the stored waveform will be shown, the address number and relevant information will be displayed at the top left of the screen; if the address is empty, it will prompt "None is saved".
Next Page		Enter next page
Close All		Close all the waveforms stored in the object address.
File Format	BIN TXT CSV	For internal storage, only BIN can be selected. For external storage, the format can be BIN, TXT or CSV.
Save		Save the waveform of the source to the selected address.
Storage	Internal External	Save to internal storage or USB storage. When External is selected, the file name is editable. The BIN waveform file could be open by OWON waveform analysis software (on the supplied CD).
Prev Page		Enter previous page

Figuur 5: Snippet van SDS1000 series manual

Zorg hier dat "Function" op "Save", "Type" op "Wave", "Source" op de channel waar je microfoon is aangesloten, "File Format" in "TXT" of "CSV", en "Storage" op "External" staat. Check ook altijd op Python/in het bestand zelf of de data ook effectief is opgeslagen!

Opmerking: de apparatuur kan een luid en storend geluid produceren. Probeer steeds te werken met een zo laag mogelijk geluidsintensiteit (die nog toelaat om goede waarnemingen te doen), gebruik de dempings-knop (die het geluidsniveau met 30 dB onderdrukt) wanneer je niet aan het meten bent, en **draag de voorziene gehoorbescherming** (oordopjes of gehoorkappen)!

Opgaven

Opgave tijdens de proef

1. Genereer en meet een golf met een frequentie van 1000 Hz. Plaats de microfoon nabij de luidspreker waar de drukvariaties groot zijn (bui in de drukvariatie, knoop in de deeltjesverplaatsing). Zoek minstens drie posities van de stop waarvoor in de buis een akoestische staande golf optreedt. Dit kan je (ruwweg) auditief vaststellen. Nauwkeuriger is echter maxima in de geluidsdrukvariatie waar te nemen op de oscilloscoop.
Opmerking: Vergeet niet dat je de 1000 Hz golf ook moet opslaan, plotten en fitten om de effectieve frequentie te bepalen.
2. Eenmaal je de lengtes van de buis, L_n , heb vastgelegd waarvoor staande golven optreden, tast je voor elk van deze lengtes het staande golfpatroon af. Dit doe je door de microfoon te verplaatsen tussen de luidspreker en de stop. Maak telkens een figuur van het verloop van de geluidsdrukamplitude als functie van de positie (in +/- 30 punten) en bespreek. Hiervoor kan je de data opnieuw opslaan en de een fit gebruiken om voor elke positie de amplitude te bepalen.
3. Herhaal de metingen uit 1 voor een frequentie van 2000 Hz. Bepaal uit voor elk van de opgemeten golflengtes de voortplantingssnelheid v van het geluid en bespreek.
Opmerking: ook hier moet de 2000 Hz opgeslagen, en gefit worden om de effectieve frequentie te bepalen.
4. Zet de stop vast bij $L = 200$ mm en wijzig de frequentie van de functiegenerator in het gebied tot 2000 Hz waarbij je de resonantiefrequenties zoekt. Maak bij elke resonantiefrequentie telkens een figuur van het verloop van de geluidsdrukamplitude als functie van de positie en bespreek.
5. Herhaal de metingen uit 4. voor $L = 300$ mm. Bepaal voor elk van de opgemeten frequenties de voortplantingssnelheid van het geluid.
6. Bepaal de staande golf-verhouding r voor een vijftal metingen en bespreek.

Bijkomende inzichtsvragen

1. De voortplantingssnelheid zou onafhankelijk van de frequentie moeten zijn. Is dit in overeenstemming met je meetresultaten? Waarom (niet)?
2. Wat zou het effect zijn van het vullen van de buis met een ander gas of het leegpompen van de buis?
3. Wat betekent $r = 0$ en $r = 1$?