

Onderzoek permeabiliteit μ_0 en veld B van een elektromagneet

Louis Claeys, Ruben Van der Borcht

8 mei 2022

1 Inleiding

In dit onderzoek wordt de waarde van de permeabiliteit μ_0 van het vacuüm berekend met behulp van een elektromagneet met variabele luchtspleet. Vervolgens wordt het veld in de luchtspleet voor radiale verschuivingen R en voor verschuivingen Δz in de richting van de gemeenschappelijke as van de spoelen gemeten. Als laatste wordt de afstand R tot de as bepaald waarop de sterkte van het veld 2% gezakt is in vergelijking met de waarde in het centrum voor twee waarden van L .

2 Materialen en Methoden

De meetopstelling bestaat uit een stroombron V in serie met een ampèremeter Am en een elektromagneet. De elektromagneet staat afgebeeld op Figuur 1 en bestaat uit twee spoelen met 842 windingen. [1] In de luchtspleet tussen beide delen van de magneet bevindt zich een Hallsonde H . Deze is via een LabPro-interface verbonden met een PC. De sensor van de opstelling is de Hallsonde. De conditionering en verwerking vindt plaats in de interface en de display gebeurt op de PC. Als laatste worden de positie van H en de breedte L van de luchtspleet gemeten met een meetlat. De resolutie van Am bedraagt $\Delta_{sys} = 0.03 \text{ A}$ en die van de meetlat is $\Delta_{sys} = 1 \text{ mm}$. De fout op het magnetisch veld dat de Hallsonde meet, bedraagt $\Delta_{sys} = 3\% + 0.1 \text{ mT}$. [1]

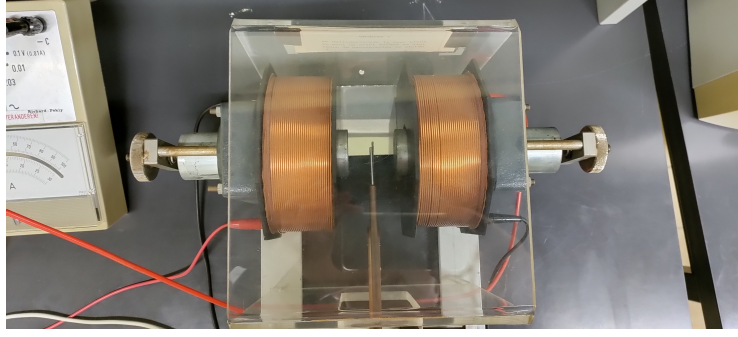
Voor de μ_0 -proef wordt L aangepast naar de breedte die onderzocht wordt en wordt H in het midden van de spleet geplaatst. Vervolgens wordt I gevarieerd over tien verschillende waarden tussen 0 A en 3 A. De stroom wordt telkens vergroot beginnend bij 0 A om de effecten van hysteresis te beperken. Er wordt ook enkele minuten gewacht tussen de metingen bij verschillende L om deze effecten te verminderen.

Bij de tweede proef worden L en H naar de gevraagde positie gebracht. De stroombron wordt op $I = 2 \text{ A}$ gezet en H wordt in de bestudeerde richting verplaatst. Zo wordt een $B(R)$ - en $B(\Delta z)$ -plot bekomen.

3 Resultaten

De metingen van het veld B bij verschillende waarden van L zijn weergegeven in Tabel 2 in de Bijlagen. Voor elke L werd het verband tussen B en I bepaald en gefit volgens een lineair profiel

$$B = aI + b, \tag{1}$$



Figuur 1: De gebruikte elektromagneet. De Hallsonde H bevindt zich in het midden van de luchtspleet tussen de spoelen. De afstand l is de afstand tussen de twee poolstukken die zich in de spoelen bevinden.

waarbij B het magnetisch veld is, I de stroom door de spoelen en a, b fitparameters zijn. De metingen samen met de fits zijn weergegeven in Figuur 2. Omdat bij de fit de fout op I wordt verwaarloosd, werd telkens $\sigma_{B,fit} = \sqrt{\sigma_B^2 + 1 \text{ mT}}$ genomen, met σ_B de 1σ -fout op B . De bijhorende fitparameters en kwaliteitswaarden zijn te zien in Tabel 1. Uit [1] volgt dat

$$a = \frac{N\mu_0}{L}, \quad (2)$$

waarmee μ_0 kan bepaald worden. Er geldt namelijk $N = 2 \cdot 842$ zoals beschreven in paragraaf 2. De waarde van μ_0 die zo berekend is, staat ook in Tabel 1 voor de verschillende fits. Via deze methode bekomt men een gewogen gemiddelde voor μ_0 van

$$\mu_0 = (3.65 \pm 0.06) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

met 1σ -fout. Een tweede manier om μ_0 te bepalen uit deze data is door een fit uit te voeren van a en L via de volgende relatie

$$\frac{N}{a} = \alpha + \frac{1}{\mu_0} L, \quad (3)$$

waarbij a de fitparameter is zoals bepaald via (1) voor een afstand L , $N = 2 \cdot 842$ zoals eerder en α, μ_0 fitparameters zijn. [1] De resultaten van deze fit zijn

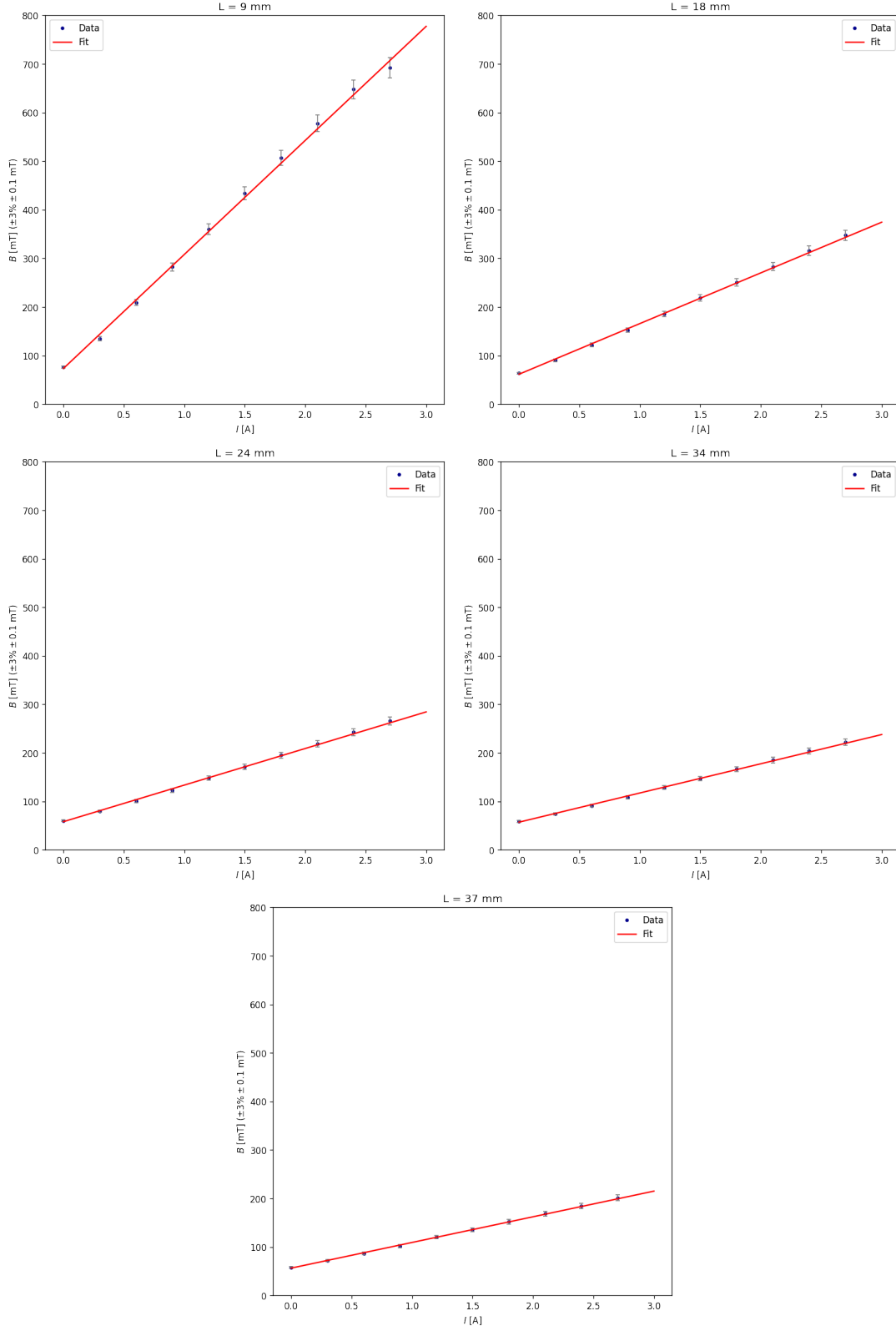
$$\alpha = (-0.3 \pm 0.5) \text{ A/mT}$$

$$\mu_0 = (3.6 \pm 0.1) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

met kwaliteitswaarden $\chi_{red}^2 = 2.448$ en $p = 0.062$.

Tabel 1: Fitparameters a en b bij verschillende lengten L naast de bepaalde waarde van μ_0 . De fouten zijn allen de 1σ -fouten.

$L[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	$a [\text{mT/A}]$	$b [\text{mT}]$	p	χ_{red}^2	$\mu_0 [\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2]$
9.0	235 ± 5	74 ± 3	0.315	1.18	4.0 ± 0.2
18.0	104 ± 2	62 ± 2	0.924	0.39	3.6 ± 0.1
24.0	75 ± 2	58 ± 2	0.848	0.51	3.4 ± 0.1
34.0	60 ± 2	57 ± 2	0.968	0.29	3.9 ± 0.1
37.0	53 ± 2	57 ± 2	0.986	0.23	3.7 ± 0.1



Figuur 2: Het $B(I)$ -profiel bij verschillende afstanden L . De fitwaarden zijn weergegeven in Tabel 1. De fouten zijn allen uniform. De fout op I is $\Delta_{sys} = 0.03$ A.

Voor $L = 15$ mm en $L = 40$ mm werd het ruimtelijk profiel van B gemeten bij een stroom van $I = 2$ A. De resultaten in de radiale richting en volgens de as van de spoel zijn gegeven in Figuur 3 respectievelijk Figuur 4. Omdat bij de fit de fout op I wordt verwaarloosd, werd opnieuw $\sigma_{B,fit} = \sqrt{\sigma_B^2 + 1 \text{ mT}}$ genomen. Op basis van deze grafieken wordt een schatting gemaakt van de afstand R van het centrum waarbij het magnetisch veld 98 % van haar centrumwaarde bereikt. De geschatte waarde is de R -waarde waarvoor $B(R)$ het dichtst bij 98 % van de B -waarde voor $R = 0$ mm ligt. Dit levert een waarde van $R = (12.0 \pm 0.5)$ mm voor $L = 15$ mm en $R = (8.0 \pm 0.5)$ mm voor $L = 40$ mm.

4 Discussie

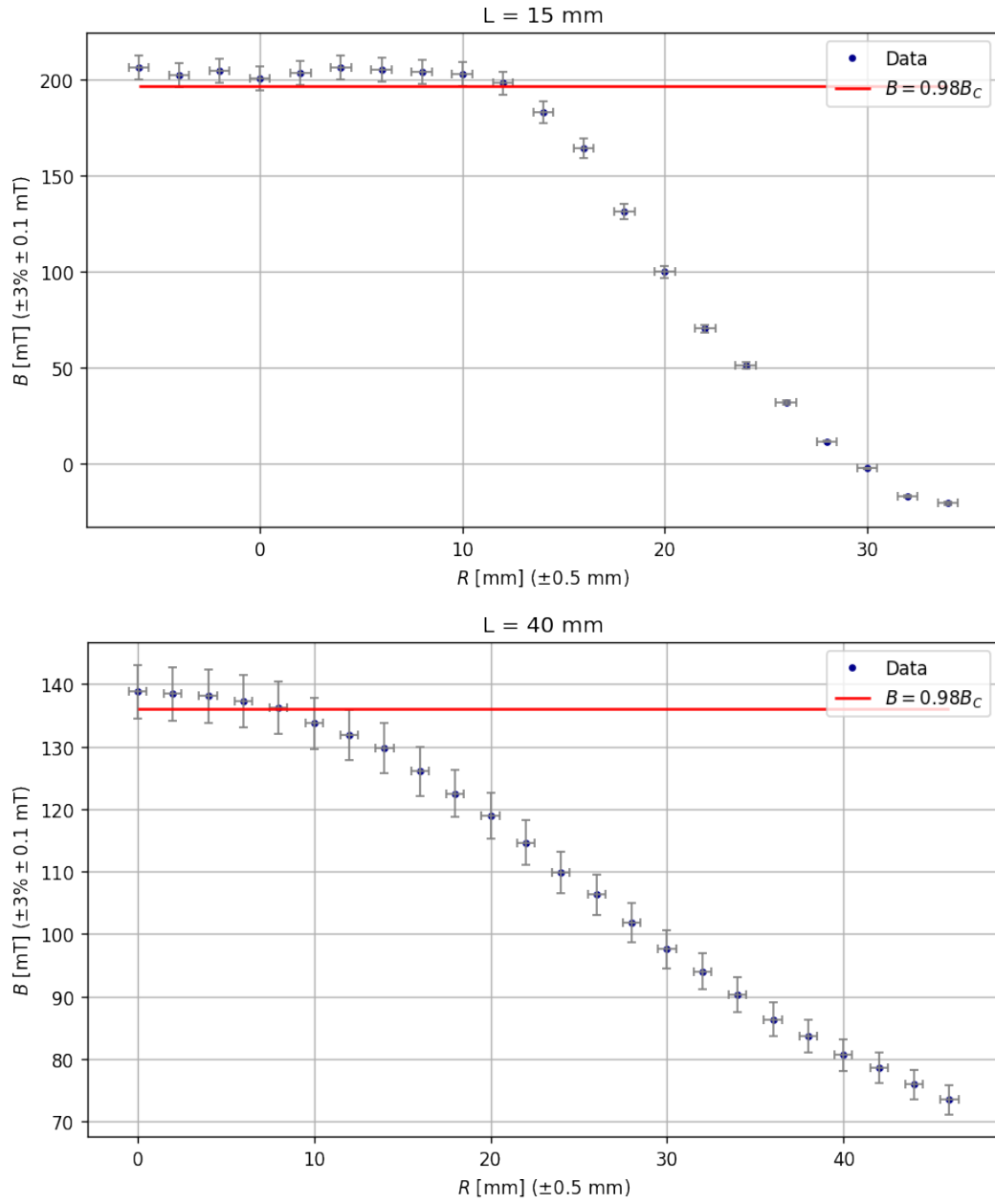
De uitgevoerde fits voor de $B(I)$ -profielen van de elektromagneet bij verschillende afstanden L worden allemaal aanvaard op niveau $\alpha = 5\%$, zoals in Tabel 1 te zien is. In vier van de vijf uitgevoerde metingen is de fit wel een overfit. De gewogen gemiddelde waarde voor μ_0 bedraagt $(3.65 \pm 0.06) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$. Er wordt getest of deze waarde verenigbaar is met de literatuurwaarde van $\mu_0 = 4 \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$ via een tweezijdige t-test. De teststatistiek is $T = \mu_0$ die normaal verdeeld is. Dan is $p(|T| > 4) < 10^{-5}$. De hypothese wordt dus verworpen en de gevonden μ_0 is niet verenigbaar met de literatuur. De lineaire fit voor N/a in functie van L wordt aanvaard op niveau $\alpha = 5\%$ met $(3.6 \pm 0.1) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$ als bijhorende waarde voor μ_0 . Via dezelfde hypothesetest geldt opnieuw $p(|T| > 4) < 10^{-5}$ en deze waarde wordt ook niet aanvaard.

De waarde voor de permeabiliteit in vacuüm μ_0 wordt in dit experiment dus consequent onderschat, zoals ook duidelijk zichtbaar in Tabel 1. Dat komt onder andere door de aannames in [1] bij de afleiding van (1), (2) en (3). Er wordt aangenomen dat het veld constant is over de oppervlakte en dat het magnetisch veld altijd parallel is met de oppervlaktevector. Zoals Figuur 4 en Figuur 3 tonen is dit niet het geval. Als resultaat zal B kleiner zijn voor dezelfde I . Uit (2) volgt dat μ_0 dan ook kleiner is.

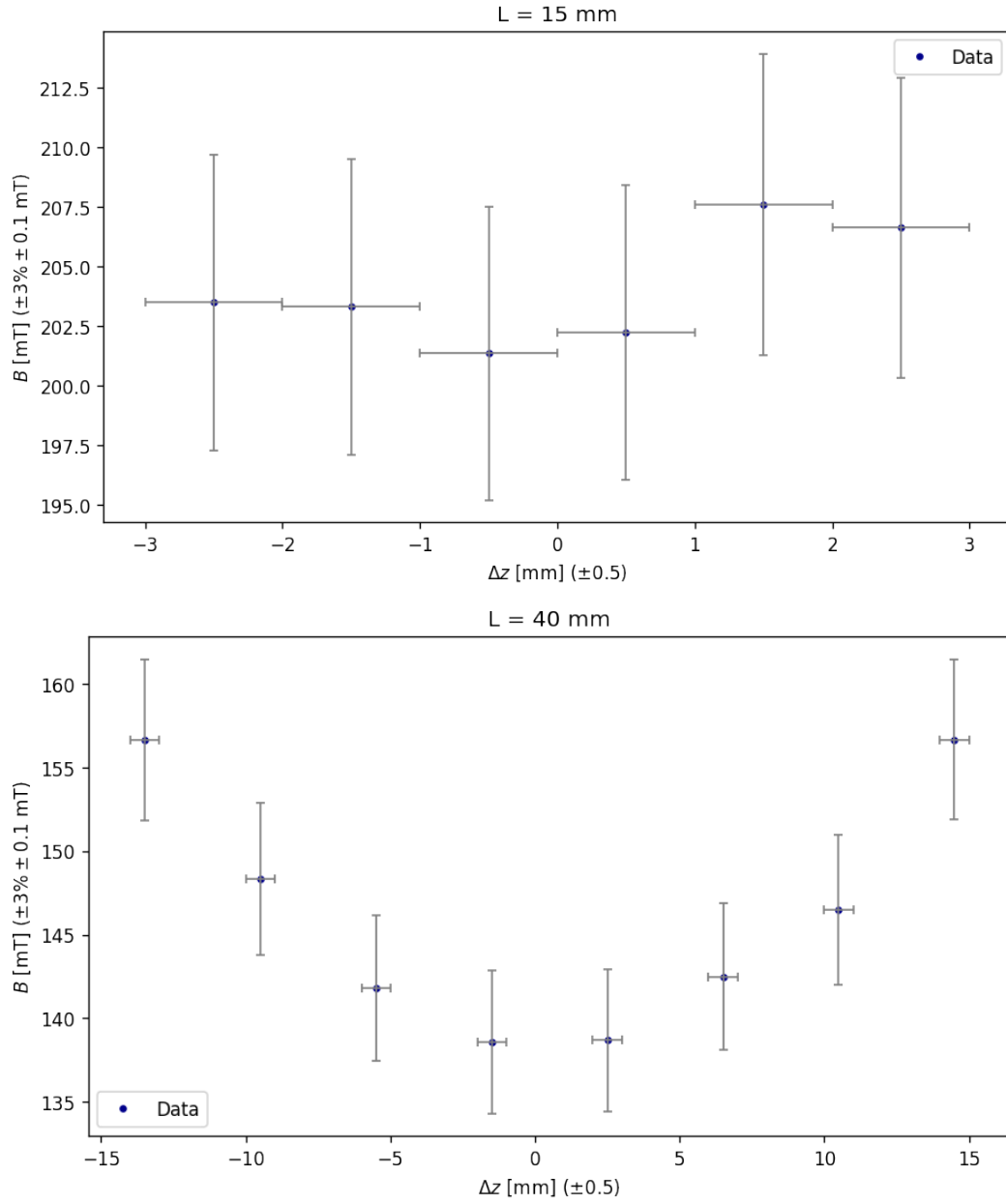
Vanuit het ruimtelijk profiel van B weergegeven in Figuur 3 en Figuur 4 is duidelijk te zien dat de variatie in de radiale richting groter is dan deze volgens de as. Dit valt te verwachten, aangezien het veld van een ideale solenoïde volgens de as loopt en 0 is buiten de spoel. De randeffecten in de niet-ideale solenoïde zullen er dus voor moeten zorgen dat het magnetisch veld van haar centrumwaarde naar 0 gaat in de radiale richting. Omdat de solenoïde niet-ideaal is, wordt verwacht dat het veld in deze richting ook niet constant is. Voor het geval $L = 15$ mm is het veld constant over het hele veld binnen de foutenmarge dus hier geldt de benadering van de ideale solenoïde. Bij $L = 40$ mm is er wel een variatie zichtbaar die minimaal is in het midden van de luchtspleet en maximaal dicht bij de magneet.

Voor het geval $L = 15$ mm is er translatie-symmetrie volgens de as aanwezig, dus het volume waarin de waarde minder dan 2 % van de centrumwaarde verschilt is een cilinder met straal (12 ± 1) mm. Voor de grotere luchtspleet $L = 40$ mm lijkt deze symmetrie gebroken te zijn. Het volume van variatie kleiner dan 2 % heeft dus een complexere vorm. De aanname van radiale symmetrie waarmee (8 ± 1) mm werd berekend geldt dus niet. In een vervollexperiment zou men kunnen bepalen of het radiale profiel voor $\Delta z \neq 0$ van dezelfde aard is als in het midden.

Voor veel toepassingen zoals de Helmholtzconstructie bij de proef e/m , is een constant magnetisch



Figuur 3: Magneetveld B in functie van de radiale afstand van het midden R bij $L = 15, 40 \text{ mm}$. Ook weergegeven is de horizontale rechte waarbij B gelijk is aan 98% van de centrumwaarde. Alle fouten zijn uniform.



Figuur 4: Magneetveld B in functie van de afstand van het midden volgens de as Δz bij $L = 15, 40 \text{ mm}$.

veld nodig. Als men weet tot op welke afstand van de centrale as van de spoelen het veld minder dan 2% afwijkt van de centrale waarde, dan zal binnen deze straal het magnetisch veld constant zijn met een fout van 2%.

De grootte van de luchtspleet L heeft dus duidelijk effecten op het gedrag van de elektromagneet. In Tabel 1 is de waarde van b een indicatie van de grootte van het remanente veld. Het is namelijk het magnetisch veld dat overblijft als $I = 0$. Uit de tabel volgt direct dat deze waarde ook afhangt van L en dat een grotere luchtspleet een kleiner remanent veld teweegbrengt. Dit komt overeen met de theorie die voorspelt dat B afvalt volgens $1/r^2$ wanneer de afstand r tot de bron vergroot. [2] Omdat een grotere B ook zorgt voor een groter remanent veld, zal een kleinere L dat ook veroorzaken.

5 Conclusie

De waarde van μ_0 werd bepaald via twee fits bepaald als $(3.65 \pm 0.06) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$ en μ_0 is $(3.6 \pm 0.1) \cdot \pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$. Beide waarden zijn lager dan de literatuurwaarden en komen niet met de literatuur overeen. Het $B(R)$ - en $B(\Delta z)$ -profiel staan afgebeeld op Figuur 4 resp. Figuur 3. De veldsterke van B daalt 2% na $R = (12 \pm 1) \text{ mm}$ voor $L = 15.0 \text{ mm}$.

Referenties

- [1] Het magnetisch veld van een elektromagneet. Experimentele basistechnieken in de natuurkunde G0P32A. KU Leuven; 2022.
- [2] Giancoli D. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics. 4th ed. Essex: Pearson Education Ltd; 2014.

Bijlagen

Tabellen

Tabel 2: De gemeten B in functie van I voor de verschillende breedtes L . De afstand L staat in dezelfde kolom als de waarden van B bij deze afstand. De fouten bij de resultaten zijn allen uniform.

$I[\text{A}] \pm 0.03 \text{ A}$	$B[\text{mT}]$				
0.00	77 ± 2	64 ± 2	60 ± 2	59 ± 2	58 ± 2
0.30	130 ± 4	90 ± 3	80 ± 2	74 ± 2	72 ± 2
0.60	209 ± 6	122 ± 4	100 ± 3	91 ± 3	86 ± 3
0.90	282 ± 9	153 ± 5	122 ± 4	109 ± 3	102 ± 3
1.20	360 ± 10	186 ± 6	148 ± 5	129 ± 4	120 ± 4
1.50	430 ± 10	218 ± 7	171 ± 5	147 ± 5	135 ± 4
1.80	510 ± 20	251 ± 8	195 ± 6	166 ± 5	152 ± 5
2.10	580 ± 20	283 ± 9	219 ± 7	185 ± 6	169 ± 5
2.40	650 ± 20	320 ± 10	243 ± 7	204 ± 6	185 ± 6
2.70	690 ± 20	350 ± 10	266 ± 8	222 ± 7	201 ± 6
$L[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	9.0	18.0	24.0	34.0	37.0

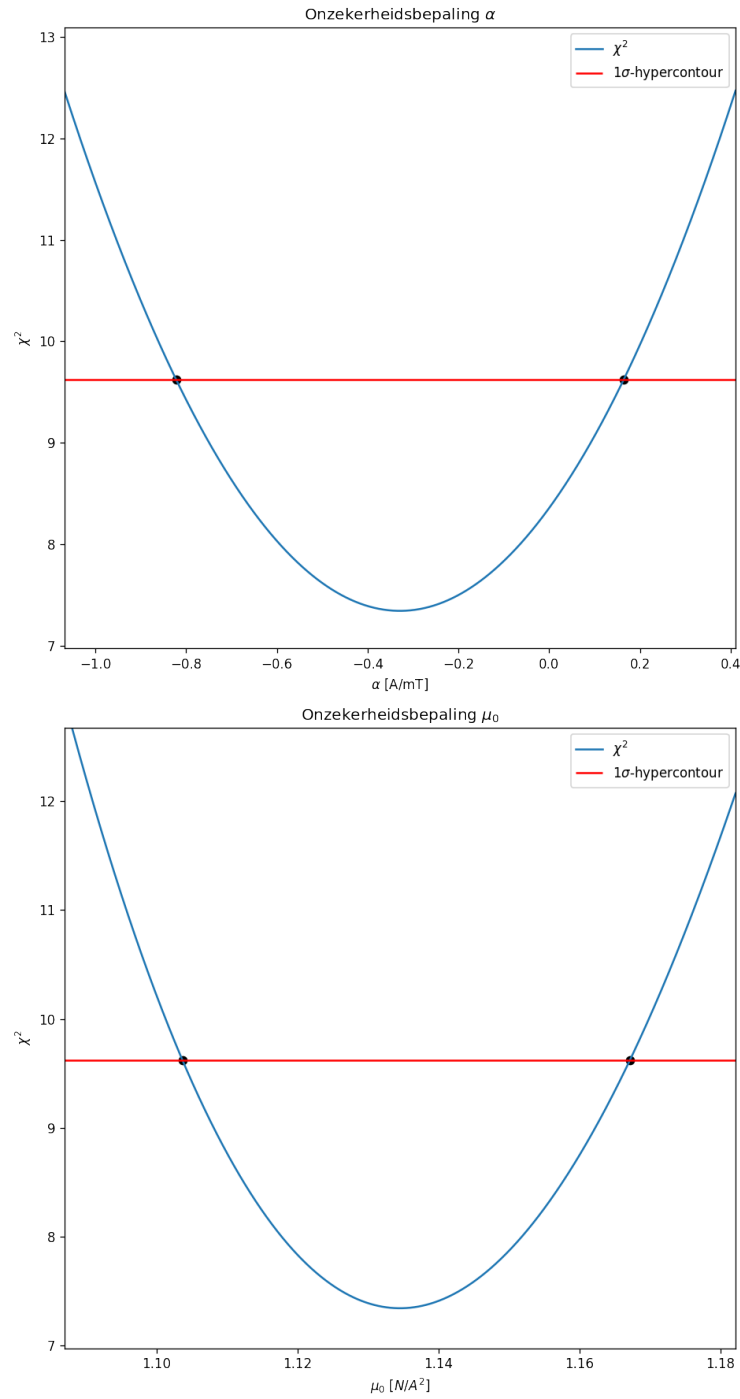
Tabel 3: De waarden van het magneetveld voor verschillende afstanden R tot de centrale as. Tabel 3a geeft de waarden voor $L = (15.0 \pm 0.5)$ mm en Tabel 3b voor $L = (40.0 \pm 0.5)$ mm. Alle fouten zijn uniform.

(a)		(b)	
$R[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	$B[\text{mT}]$	$R[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	$B[\text{mT}]$
-5.0	206 ± 6	0.0	139 ± 4
-3.0	202 ± 6	2.0	138 ± 4
-1.0	204 ± 6	4.0	138 ± 4
1.0	201 ± 6	6.0	137 ± 4
3.0	204 ± 6	8.0	136 ± 4
5.0	206 ± 6	10.0	134 ± 4
7.0	205 ± 6	12.0	132 ± 4
9.0	204 ± 6	14.0	130 ± 4
11.0	203 ± 6	16.0	126 ± 4
13.0	198 ± 6	18.0	123 ± 4
15.0	183 ± 6	20.0	119 ± 4
17.0	164 ± 5	22.0	115 ± 4
19.0	131 ± 4	24.0	110 ± 3
21.0	100 ± 3	26.0	106 ± 3
23.0	70 ± 2	28.0	102 ± 3
25.0	51 ± 2	30.0	98 ± 3
27.0	32 ± 1	32.0	94 ± 3
29.0	11.5 ± 0.2	34.0	90 ± 3
31.0	-2.4 ± 0.2	36.0	86 ± 3
33.0	-17.2 ± 0.6	38.0	84 ± 3
35.0	-20.6 ± 0.7	40.0	81 ± 3
		42.0	79 ± 2
		44.0	76 ± 2
		46.0	73 ± 2

Tabel 4: De waarden van het magneetveld voor verschillende afstanden Δz tot het midden van de centrale as. Tabel 4a geeft de waarden voor $L = (15.0 \pm 0.5)$ mm en Tabel 4b voor $L = (40.0 \pm 0.5)$ mm. Alle fouten zijn uniform.

(a)		(b)	
$\Delta z[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	$B[\text{mT}]$	$\Delta z[\text{mm}] \pm 0.5 \text{ mm}$	$B[\text{mT}]$
-2.5	203 ± 6	-16	157 ± 5
-1.5	203 ± 6	-12	148 ± 5
-0.5	201 ± 6	-8	142 ± 4
0.5	202 ± 6	-4	139 ± 4
1.5	208 ± 6	0	139 ± 4
2.5	207 ± 6	4	142 ± 4
		8	147 ± 4
		12	157 ± 5

Foutenanalyse



Figuur 5: Onzekerheidsbepaling van de verschillende fitparameters weergegeven in (3).