

mm-golven : interferentie en diffractie

A.1 Doelstelling

De fenomenen "interferentie" en "diffractie" bestuderen met elektromagnetische straling met een golflengte in het mm-gebied. Met behulp van een diffractierooster en een Fabry-Perot interferometer wordt o.a. de golflengte van de gebruikte golven bepaald. Van een diëlektrische plaat met variabele dikte wordt de brekingsindex bepaald.

A.2 Vereiste voorkennis

Golven, breking en reflectie, brekingsindex, diëlektricum, interferentie en diffractie

A.3 Literatuur

"Physics for scientists and engineers with Modern Physics" R.A. Serway, Saunders College Publ., Light and Optics : Interference of Light Waves, Diffraction and Polarization
"Fundamentele natuurkunde, deel 3 golven" M. Alonso en E.J. Finn, ed. Elsevier Amsterdam, Brussel, paragrafen 5.1, 5.2, 6.1, 6.2 en 6.4

B.1 Fysische achtergrond

Deze proef is een toepassing op interferentie en diffractie van golven. Vermits de theorie over interferentie en diffractie in vele tekstboeken uitvoerig behandeld wordt (zie o.a. Serway of Giancoli), zullen we hier slechts kort ingaan op enkele begrippen.

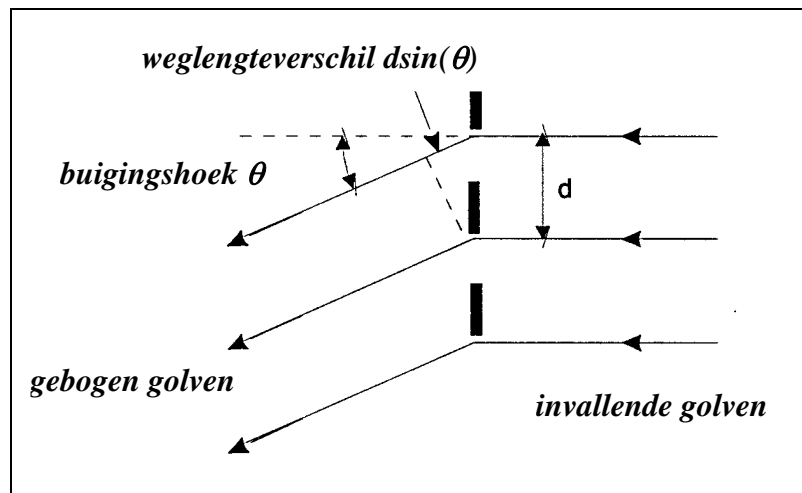
De golflengte van de elektromagnetische straling die in deze proef gebruikt wordt is ongeveer gelijk aan **2 mm ("mm-golven")**. Dit is 4000 maal de golflengte van bijvoorbeeld groen licht ($\lambda \approx 0.5 \mu\text{m}$). De mm-straling is bijgevolg niet zichtbaar met het menselijk oog en zijn golflengte is vergelijkbaar met de **"menselijke" afmetingen** (een diffractiepatroon van bv. een vinger kan geobserveerd worden).

B.1.1 Diffractierooster

Figuur 1 toont een diffractie- of buigingsrooster met een afstand d tussen de spleten. Er zal constructieve interferentie optreden van de elektromagnetische golven op een afstand r van het rooster bij de volgende hoeken θ_m waar geldt:

$$d \sin(\theta_m) = \pm m\lambda \quad \text{met } m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad (1)$$

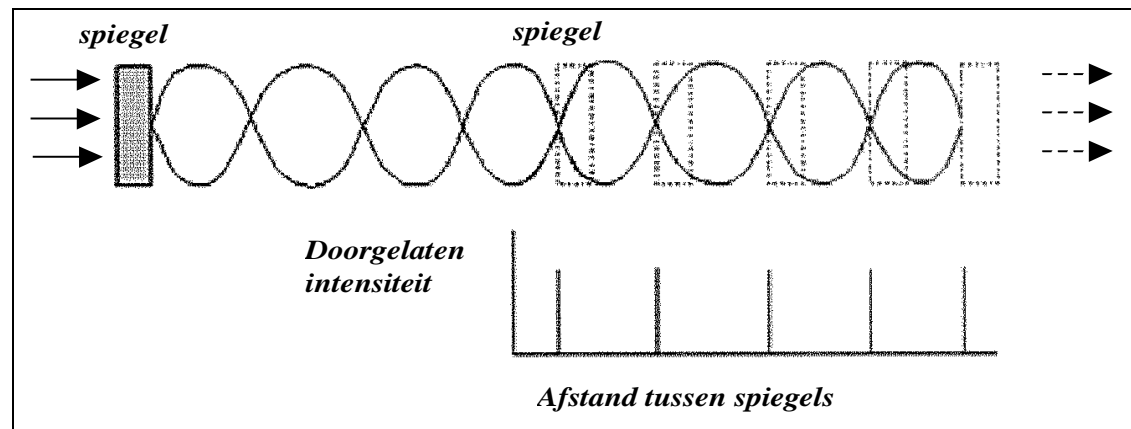
Het m -de buigingsmaximum kan dus geobserveerd worden onder een hoek θ_m .



Figuur 1 : Diffractierooster

B.1.2 Fabry-Perot interferometer

Een Fabry-Perot interferometer wordt gevormd door twee halfdoorlaatbare planparallelle spiegels (zie figuur 2). Golven die binnenkomen in de interferometer ondergaan vele reflecties tussen de twee spiegels zodat ze met zichzelf kunnen interfereren.



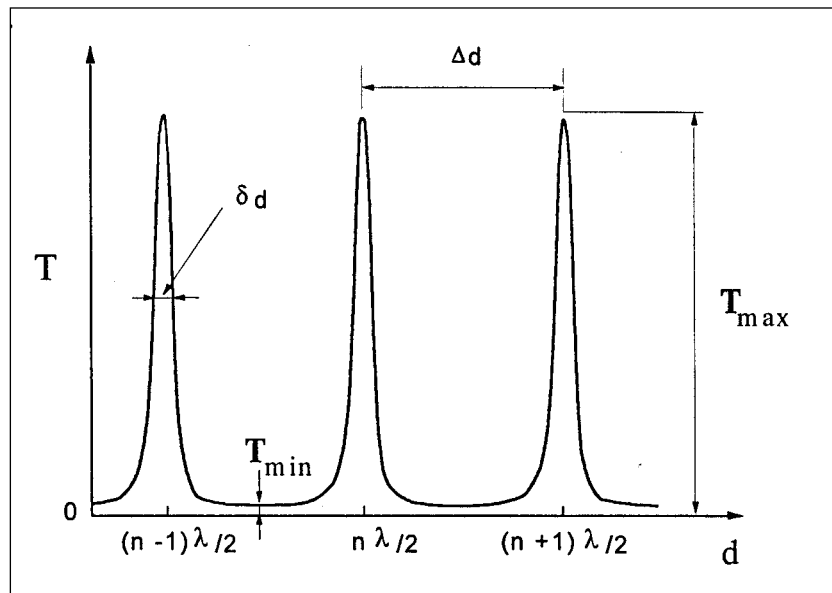
Figuur 2 : Schematische voorstelling van Fabry-Perot interferometer

Als de afstand tussen de twee spiegels zodanig is dat er constructieve interferentie optreedt voor een bepaalde golflengte, dan zullen de golven achter de interferometer gedetecteerd kunnen worden. Bij destructieve interferentie zullen er geen golven gedetecteerd kunnen worden. Dit betekent dat er maxima en minima zullen zijn in de **transmissiecoëfficiënt $T(d)$** (zie figuur 3). T is een maat voor de intensiteit van de waargenomen elektromagnetische straling na doorgang door de Fabry-Perot interferometer.

De afstand tussen naburige maxima Δd hangt af van de golflengte λ :

$$\Delta d = \lambda / 2 \quad (2)$$

De verhouding tussen de maximale en minimale intensiteit geeft de **contrast factor ξ** van de interferometer nl. :



Figuur 3 : Transmissiecoëfficiënt T van een Fabry-Perot interferometer in functie van de afstand d tussen de twee spiegels.

$$\xi = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \quad (3)$$

De verhouding tussen de periode van het interferentiepatroon Δd en de breedte op halve hoogte van het maximum δd wordt de **finesse F** van de interferometer genoemd

$$F = \frac{\Delta d}{\delta d} \quad (4)$$

F geeft dus het aantal interfererende bundels N weer. Het **resolverend vermogen** van de interferometer is gelijk aan :

$$\frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{2dF}{\lambda} = mN \quad (5)$$

met $\delta \lambda$ de breedte op halve hoogte van het maximum uitgedrukt in golflengte en m de orde van interferentie. Het resolverend vermogen is dus evenredig met het aantal interfererende bundels en dit is typisch voor "multibeam" interferentie.

De waarden van F en ξ zijn afhankelijk van mekaar en ook van de **reflectiecoëfficiënt R** van de scheidingsspiegel van de interferometer nl. :

$$\xi = 1 + \frac{4F^2}{\pi^2} = \frac{(1+R)^2}{(1-R)^2} \quad (6)$$

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (7)$$

Deze formules gelden voor een ideale evenwijdige Fabry-Perot interferometer en voor vlakke elektromagnetische golven.

B.1.3 Diëlektrische plaat met variabele dikte

Een planparallelle plaat kan beschouwd worden als een soort Fabry-Perot interferometer. De twee spiegels worden gevormd door de twee zijden van de planparallelle plaat. Het enige verschil is dat de ruimte tussen de "spiegels" hier niet meer vacuüm is zoals bij de Fabry-Perot interferometer maar "gevuld" is met een **diëlectricum (kwarts)**. Dit heeft tot gevolg dat de golflengte van de elektromagnetische straling in de plaat verschillend is van deze in het vacuüm nl. :

$$\lambda_{diel} = \frac{\lambda_{vac}}{n} \quad (8)$$

met n de brekingsindex van de plaat. Als de afstand tussen de spiegels (de dikte van de plaat) verandert, dan vertoont de intensiteit van de elektromagnetische straling na doorgang door de plaat ook maxima en minima zoals in figuur 3, waarbij de afstand tussen de maxima gegeven wordt door :

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2n} \quad (9)$$

Als de afstand tussen de maxima Δd gekend is, dan kan de brekingsindex n van de plaat berekend worden met vergelijking (9). De **contrast factor** ξ kan op dezelfde manier gedefinieerd worden als bij de Fabry-Perot interferometer (zie vergelijking (6)). R is hier de reflectiecoëfficiënt van de "spiegel" die de grens is tussen het vacuüm en het diëlectricum met brekingsindex n en wordt dan gegeven door :

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \quad (10)$$

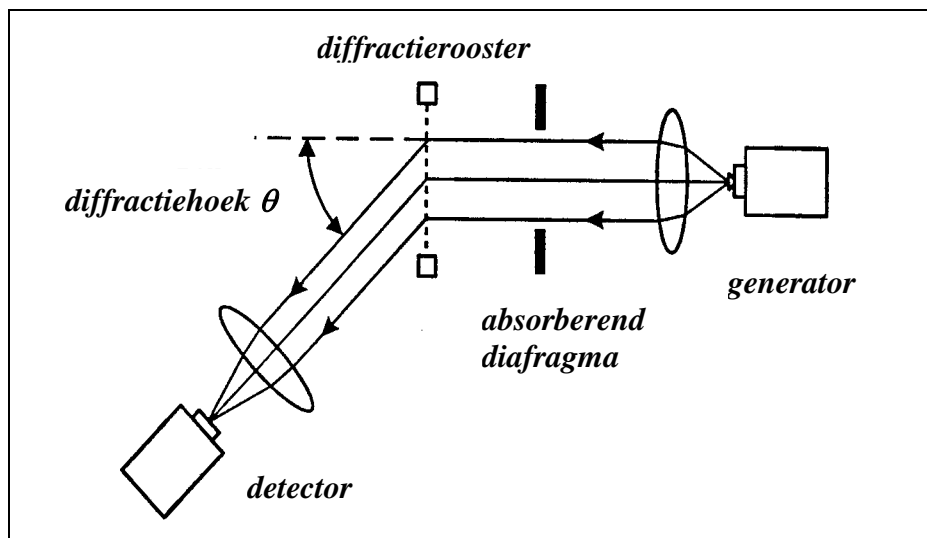
B.2 Gebruikte apparatuur

Voor een gedetailleerde beschrijving en foto van de afzonderlijke onderdelen verwijzen we naar de handleiding die bij de opstelling ligt. Hier zullen we even kort de verschillende onderdelen van de meetopstelling vermelden.

- Generator van mm-golven : de bron levert elektromagnetische golven met een golflengte van ongeveer **2 mm**. De straling is **lineair gepolariseerd**, met de elektrische veldvector loodrecht op de brede zijde van de generator. Verder is de straling monochromatisch met een spectrale bandbreedte van niet meer dan 1 MHz. Een antenne staat tegen de generator gemonteerd. Voor de (generator + antenne) wordt een lens geplaatst om een evenwijdige stralenbundel te bekomen. Hiervoor wordt de lens op brandpuntsafstand ($f =$ **60 mm**) van de antenne gezet.
- Detector : de pyroelektrische detector bestaat in hoofdzaak uit een **LiTaO₃-kristal** en een voorversterker. De mm-straling wordt gefocuseerd door een lens ($f = 60$ mm) voor de detector te plaatsen.
- Uitleeseenheid ("quasi-optical educational kit") : deze zorgt voor de versterking en uitlezing van het signaal van de pyroelektrische detector en voor de voeding van de mm-generator en de pyrodetector. De **versterkingsfactor** van het signaal kan geregeld worden in stappen van **1,10,100,1000 op de** bovenzijde van de uitleeseenheid. Ook de digitale uitlezing van het signaal bevindt zich hier.
- Diffractierooster : Dit bestaat uit **dunne metalen Al-strips** (op een afstand van **6 mm** van elkaar een opening van **1.65 mm** ertussen), die bevestigd zijn op een dunne mylar film die transparant is voor mm-golven. Dit rooster kan geplaatst worden op een cirkel met een **hoekaflezing tot 1°**. Op de beweegbare arm kan de detector geplaatst worden. Dit laat toe de intensiteit van de gebogen straling te meten onder verschillende hoeken na doorgang door het diffractierooster.

- Fabry-Perot interferometer : deze bestaat uit twee gedeeltelijk doorlaatbare evenwijdige spiegels op een afstand d van mekaar. Met behulp van een micrometerschroef (met een nauwkeurigheid van 0.01 mm) kan één spiegel verplaatst worden over een afstand van 0 tot 12 mm. De andere spiegel kan met behulp van drie schroeven evenwijdig gezet worden. Een goede afregeling van de Fabry-Perot interferometer laat een bepaling van de golflengte toe met een nauwkeurigheid van 0.005 mm .
- Diëlektrische plaat met variabele dikte : Deze bestaat uit twee wiggen van kwarts die samen een planparallelle plaat vormen. Eén wig staat vast, de andere kan met een micrometerschroef verplaatst worden met een nauwkeurigheid van 0.01 mm . Een verandering Δx van de micrometerschroef komt overeen met een verandering $\Delta d = 0.1 \Delta x$ van de dikte d van de diëlektrische plaat. De maximale verandering van de dikte is gelijk aan 2 mm .
- Verzwakker (attenuator) : Deze wordt gebruikt om de intensiteit van de straling te verminderen en zorgt ook voor bijkomende isolatie van de generator en detector tegen reflecties e.d.
- Absorberend diafragma : Dit wordt gebruikt om "off-axis" straling te vermijden.

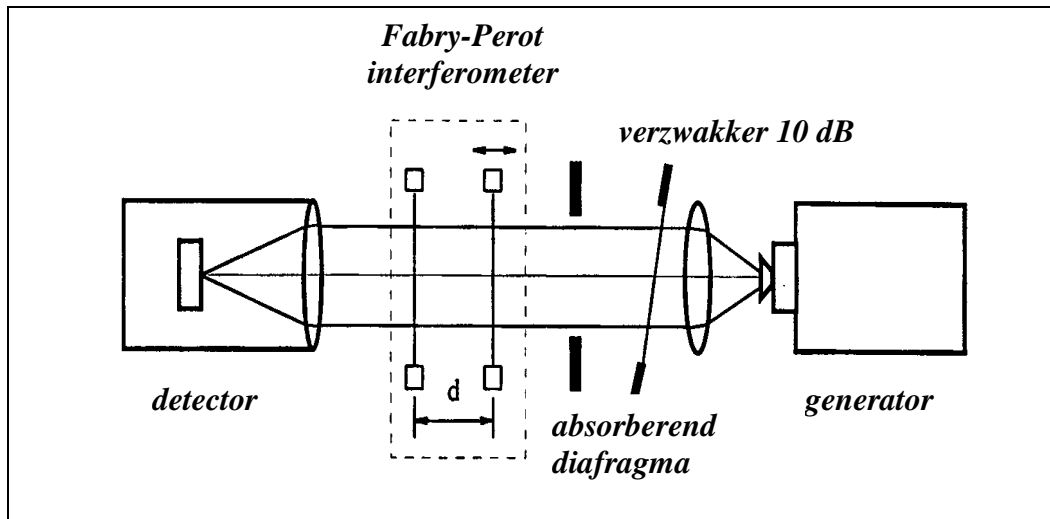
Figuren 4, 5 en 6 tonen de meetopstellingen voor het diffractierooster, de Fabry-Perot interferometer en de diëlektrische plaat.



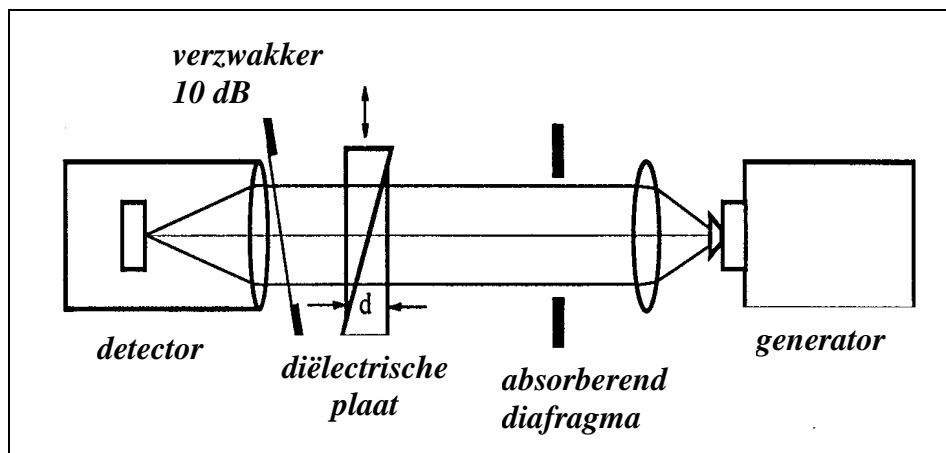
Figuur 4 : Meetopstelling met diffractierooster

Enkele belangrijke opmerkingen :

1. De antenne van de generator moet in het brandpunt van de bijhorende lens ($f = 60 \text{ mm}$) staan om een parallelle bundel te verkrijgen.
2. De LED (licht emitterende diode) van de oscillator geeft aan wanneer de oscillator werkt.
3. De signaalversterking mag niet te groot zijn, anders treedt er saturatie op die wordt aangegeven door een akoestisch signaal. Om saturatie te vermijden dient men de versterking op de uitleeseenheid aan te passen (ofwel in stappen van 1, 10, 100 en 1000 ofwel in tussenstappen met de potentiometer). Als hieraan voldaan is, dan is het signaal van de pyrodetector evenredig met de stralingsintensiteit.
4. Wegens de lage intensiteit en zwakke verstrooiing vormen de elektromagnetische golven geen gevaar voor de mens. **Kijk echter nooit rechtstreeks in de bundel van mm-straling !!!**
5. Wees **voorzichtig** bij het vastnemen, monteren... van de onderdelen van de meetopstelling. Het diffractierooster bijvoorbeeld is zeer kwetsbaar.



Figuur 5 : Meetopstelling met Fabry-Perot interferometer



Figuur 6 : Meetopstelling met diëlektrische plaat

C.1 Opgaven ter voorbereiding van de proef

1. Kan men een interferentiepatroon verkrijgen op een bepaalde afstand wanneer men het licht beschouwt dat uitgezonden wordt door de twee koplampen van een auto ? Verklaar.
2. Op twee spleten met een afstand van 1 mm valt rood licht met een λ van $6.5 \cdot 10^{-7}$ m. Het interferentiepatroon wordt waargenomen op een scherm op een afstand van 1 m van de spleten. Bereken de afstand tussen twee lijnen van maximale intensiteit. Bereken de afstand van het derde minimum en die van het vijfde maximum tot de centrale lijn.

C.2 Opgaven

1. Stel de meetopstelling met het diffractierooster op zoals in figuur 4. Hierbij dient het rooster op de cirkel met hoekaflezing en de detector op de beweegbare arm gemonteerd te worden. Plaats de metalen strips verticaal en het rooster loodrecht op de bundel. Bepaal de golflengte van de mm-straling door de hoeken te meten waarbij het 0^e orde, 1^e orde, 2^e orde,... diffractiemaximum optreedt. Bereken ook de bijhorende frequentie.
2. Stel de meetopstelling met de Fabry-Perot interferometer op zoals in figuur 5. Zet het absorberend diafragma een 20 à 30 cm achter de lens zodat er een maximaal signaal wordt waargenomen op de detector (verplaats het diafragma naar boven - beneden, links - rechts tot je een maximum hebt). Regel daarna de Fabry-Perot interferometer zodat het signaal op de detector weer maximaal is.
Meet de transmissiecoëfficiënt $T(d)$ op door de micrometerschroef te verdraaien en bepaal hieruit de golflengte van de straling.
Bepaal de contrast factor ξ en de finesse F van de Fabry-Perot interferometer.
Ga na of voldaan is aan volgende vergelijking :

$$\xi = 1 + \frac{4F^2}{\pi^2}$$

- Bepaal met behulp van vergelijking (7) de reflectiecoëfficiënt van de spiegels van de Fabry-Perot interferometer.
3. Stel de meetopstelling op van de diëlektrische plaat zoals in figuur 6. Plaats de detector zodat je een maximum signaal hebt.
Zoek de afstand tussen naburige maxima door de micrometerschroef te verdraaien en bepaal hiermee de brekingsindex van het kwarts van het diëlektricum met behulp van vergelijking (9).
Bepaal de contrast factor ξ .
Gebruik vergelijkingen (6) en (10) om met behulp van ξ de brekingsindex n te bepalen.
Vergelijk met de eerder gevonden waarde.

C.3 Enkele vragen

1. Hoe zal de hoekafhankelijkheid van de intensiteit eruit zien als de metalen strips van het diffractierooster niet verticaal maar horizontaal geplaatst worden ?
2. Vergelijk de golflengte uit opgave 1 en 2. Welke methode geeft het nauwkeurigste resultaat ?
3. Wat bepaalt de hoogte van de maxima in de transmissiecoëfficiënt $T(d)$ van de Fabry-Perot interferometer ?
4. Vergelijk de gevonden waarde van n met de literatuurwaarde.