Automne 2024 Série 01-A Buff Mathias

**Exercice 1.** Soient E, F, et G trois ensembles.

Montrer que si  $E \subset G$  et  $F \subset G$ , alors  $E \cup F \subset G$ .

**Exercice 2.** Soient A, B, et C trois ensembles.

- 1. Montrer que :  $(A = B) \iff (A \cup B \subset A \cap B)$ .
- 2. Montrer que :  $(A \subset B) \iff (\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B))$ .
- 3. Montrer que :  $(A \cup B \subset A \cup C \text{ et } A \cap B \subset A \cap C) \implies (B \subset C)$

Exercice 3. Dites si les propositions suivantes sont VRAIES ou FAUSSES :

- 1.  $\mathbb{Q} \in \mathbb{R}$
- 2.  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- 3.  $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$
- 4.  $\{\emptyset\} \subset \mathcal{P}(\mathbb{N})$
- 5.  $\emptyset \subset \mathcal{P}(\mathbb{N})$
- 6.  $\{\{1\}\}\in\mathcal{P}(\{1,2,3\})$
- 7.  $\{\{1\}\}\subset \mathcal{P}(\{1,2,3\})$

Exercice 4. Considérons les sous-ensembles de  $\mathbb N$  suivants :

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$
  $B = \{1, 2, 5, 7\}$   $C = \{2, 3, 4, 6\}$   $D = \{3, 6\}$ 

- 1. Déterminer  $B \cap D$  et  $C \cap D$ .
- 2. Déterminer  $B \cup D$  et  $C \cup D$ . L'une de ces deux unions est-elle disjointe?
- 3. Déterminer les complémentaires dans A de B, C, et D.

**Exercice 5.** On se donne A, B des parties de E.

- 1. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que l'équation  $A \cap X = B$ , où  $X = \mathcal{P}(E)$  est l'inconnue, admette au moins une solution, et résoudre alors l'équation.
- 2. Même question pour  $A \cup X = B$
- 3. Même question pour  $A \triangle X = B$ , où  $\triangle$  désigne la différence symétrique  $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .