Logique et Théorie des Ensembles Série 02-B

Automne 2024 Série 02-B Buff Mathias

Exercice 1. En partant de l'ensemble vide, construire à l'aide des axiomes des ensembles à 10 et 2^{10} éléments. Pensez-vous pouvoir construire des ensembles de taille finie quelconque?

	tons de Ø: O éléments
Par	l'axiome de puissance, P(0) = 203 : l'élément
	A = P (505) = 30, 500 1 2 éléments
	$A = \mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} : 2 \text{ éléments}$ $B = \mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\} : 4 \text{ éléments}$
	(16)/18/85/18/55)
Par	l'axiome de compréhension: C= {x ∈ P(B) tel que x & B et x & {{\selleq}} {{\selleq}} {{\selleq}} {{\selleq}} {{\selleq}}
	(((3),((3)),((4)),(
C ;	
C:	24-4-2 = 10 Eléments
C: Alo	
Alo	24-4-2=10 éléments ors, P(c) possède 2º éléments.
Ale	24-4-2=10 éléments ors, P(c) possède 21º éléments. peut remarquer que l'axiome de puissance permet de constroire des ensemble
Alo On de	24-4-2=10 éléments ors, P(c) possède 2º éléments.

Exercice 2. (Différence symétrique). L'opération \triangle est définie sur les ensembles $A, B \subset E$ par $A \triangle B = (A \cap (E \setminus B)) \cup (B \cap (E \setminus A))$.

- 1. Montrer que : $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
- 2. Vérifier que : $A \triangle B = \emptyset \iff (A = B)$.

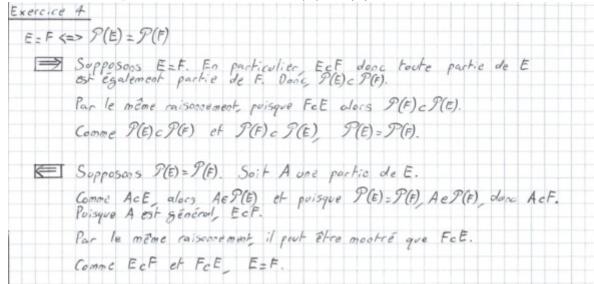


Exercice 3. Soient E, F, et G trois ensembles.

- 1. Montrer que $E \cup (F \cap G) = (E \cup F) \cap (E \cup G)$.
- 2. Montrer que $E \setminus (F \cup G) = (E \setminus F) \cap (E \setminus G)$.
- 3. Montrer que $E \setminus (F \cap G) = (E \setminus F) \cup (E \setminus G)$.



Exercice 4. Montrer que E = F si et seulement si $\mathcal{P}(E) = \mathcal{P}(F)$.



Exercice 5. Expliciter les éléments de l'ensemble $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{0\}))$.

		. (()) //	
ercic	9 5		
Les	éléments de goz son	74:0	
	éléments de P(803) se		
Les	éléments de P(P(goz))) = P({@, {0}}) Sout: \$, {@}, {{0}}, {60}}	
	, P(P(303)= {0, 803, 86		

Exercice 6. Montrer qu'il n'existe pas d'ensemble F de tous les ensembles (on pourra raisonner par l'absurde et considérer la partie de F composée des ensembles ne s'appartenant pas).

5: A s'appartient, alors A n'est pas un élément de A donc A ne s'appartient pet par conséquent A est un élément de A, donc A s'appartient.	Preuve par	l'absorde : Supposi	ensembles ne sappe	de tous les ensembles artenant pas,	et AcF
et par conséquent A est un élément de A, donc A s'appartient.					
	et par cons	quent A est un	élément de A, de	one A simppartient.	