

Série 5.BExercice 1

"Il existe un étudiant de la faculté des Sciences qui a les yeux marrons et qui n'aura pas 6 à un de ses examens ou qui prendra sa retraite après 50 ans"
(c'est sûrement Philippe)

Exercice 2

1. FAUSSE. Négation: $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x+y \leq 0$
2. VRAIE. Négation: $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x+y \leq 0$
3. FAUSSE. Négation: $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x+y \leq 0$
4. VRAIE. Négation: $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x+y \leq 0$

Exercice 3

1. $\exists x, y \in E, xy \neq yx$
2. $\forall x \in E, \exists y \in E, xy \neq yx$
3. $\exists a, b \in A, [ab=0 \text{ et } (a \neq 0 \text{ et } b \neq 0)]$
4. $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, [x < y \text{ et } f(x) \geq f(y)]$
5. $\exists \epsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, [n \geq N \text{ et } |u_n - l| \geq \epsilon]$
6. $\forall l \in \mathbb{R}, \exists \epsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, [n \geq N \text{ et } |u_n - l| \geq \epsilon]$

Exercice 4

1. " (u_n) est strictement croissante." Négation: $\exists n \geq 0, u_n \geq u_{n+1}$
2. (a) " f est constante (en C)" Négation: $\forall C \in \mathbb{R}, \exists x \in E, f(x) \neq C$
 (b) " $f(x)=0$ uniquement pour $x=0$ " Négation: $\exists x \in E, [f(x)=0 \text{ et } x \neq 0]$
 (c) " f est surjective" Négation: $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in E, f(x) \neq y$
 (d) " f est injective" Négation: $\exists x \in E, \exists y \in E, [f(x)=f(y) \text{ et } x \neq y]$
 (e) " f est majorée (par A)" Négation: $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in E, f(x) > A$.

Exercice 5

$\exists! x, P(x) \iff \exists x \in E, \forall y \in E, P(x) \text{ et } [P(y) \implies x=y]$
 Négation: $\forall x \in E, \exists y \in E, \neg P(x) \text{ ou } [P(y) \text{ et } x \neq y]$