

Faculdade de Computação
Universidade Federal de Uberlândia

TOPOLOGIA DA IMAGEM DIGITAL

Sumário

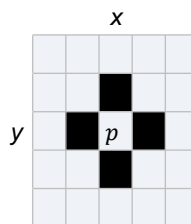
- Vizinhança de um pixel
- O que é conectividade?
- Algoritmo para rotular componentes conectadas
- Relação de adjacência
- Medidas de distância

Valor de um pixel

- Uma imagem é tratada como uma matriz de pixels
- Um pixel p na coordenada (x,y) está associado a um valor de intensidade $V(p)$ correspondente a $f(x,y)$
 - ▣ Imagem de 8 bits: $V(p) = \{k \mid 0 \leq k \leq 255\}$

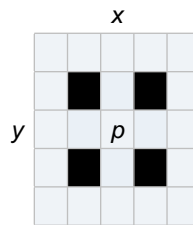
Vizinhança de um pixel

- Vizinhança-4 de um pixel p ($N_4(p)$)
 - ▣ Um pixel p na coordenada (x,y) tem 4 vizinhos cujas coordenadas são dadas por
 - $N_4(p) = \{(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)\}$
 - ▣ Se p é um pixel da borda, então ele terá um número menor de vizinhos



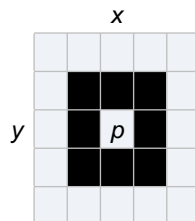
Vizinhança de um pixel

- Vizinhança diagonal de um pixel p ($N_D(p)$)
 - ▣ Um pixel p na coordenada (x,y) tem 4 vizinhos na diagonal cujas coordenadas são dadas por
 - $N_D(p) = \{(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)\}$



Vizinhança de um pixel

- Vizinhança-8 de um pixel p ($N_8(p)$)
 - ▣ Os 8-vizinhos de um pixel p é o conjunto dos vizinhos $N_4(p)$ e dos $N_D(p)$.
 - $N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$



Adjacência

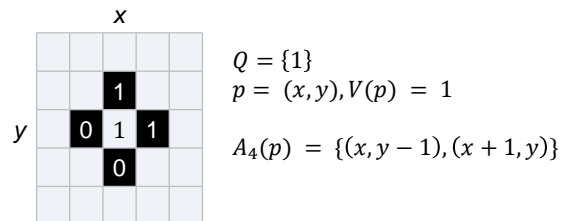
- É um conceito distinto de vizinhança
 - ▣ Serão observados, além da vizinhança, os valores dos pixels vizinhos
 - ▣ Estabelece limites de objetos e componentes de regiões

Adjacência

- Os valores dos pixels vizinhos devem estar contidos dentro de um conjunto Q de valores de intensidades. Ex:
 - ▣ Imagens binárias: $Q = \{1\}$
 - ▣ Imagens tons de cinza: $Q = \{v \mid v > 127\}$
 - ▣ Três tipos de adjacência
 - Adjacência-4
 - Adjacência-8
 - Adjacência-m

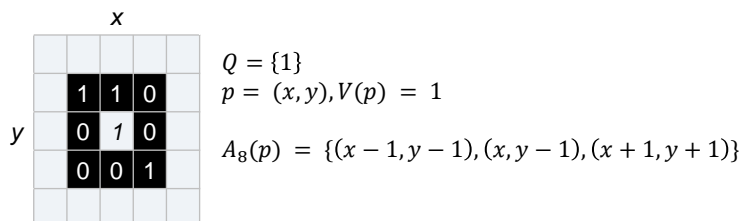
Adjacência

- Adjacência-4 $\rightarrow A_4(p)$
 - ▣ O pixel q está na vizinhança-4 de p
 - $q \in N_4(p)$
 - ▣ p e q estão na mesma faixa de valores
 - $V(p) \in Q$ e $V(q) \in Q$



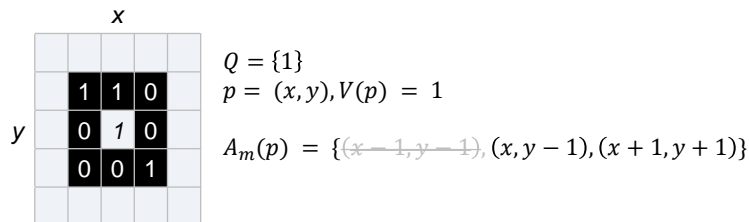
Adjacência

- Adjacência-8 $\rightarrow A_8(p)$
 - ▣ O pixel q está na vizinhança-8 de p
 - $q \in N_8(p)$
 - ▣ p e q estão na mesma faixa de valores
 - $V(p) \in Q$ e $V(q) \in Q$



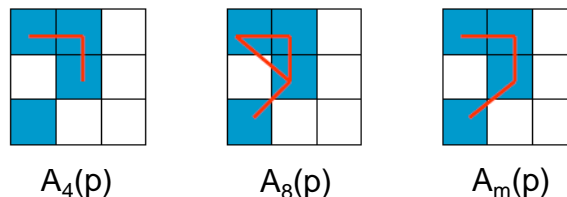
Adjacência

- Adjacência-m $\rightarrow A_m(p)$
 - ▣ Conectividade mista
 - $q \in N_4(p)$ ou
 - $q \in N_8(p)$ e $V(N_4(p) \cap N_4(q)) \notin Q$
 - ▣ p e q estão na mesma faixa de valores
 - $V(p) \in Q$ e $V(q) \in Q$



Adjacência

- Adjacência-m $\rightarrow A_m(p)$
 - ▣ A adjacência mista é uma modificação adjacência-8;
 - ▣ Foi criada para eliminar ambiguidades que frequentemente ocorrem com adjacência-8



Relação de Adjacência

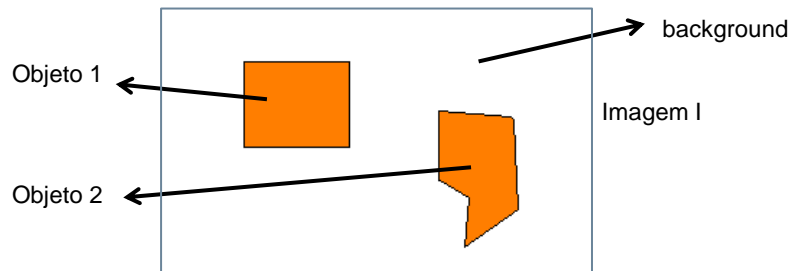
- Um caminho digital do pixel $p(x,y)$ ao pixel $p(s,t)$ é uma sequência de pixels distintos $(x_0,y_0), (x_1,y_1), \dots, (x_n,y_n)$, em que
 - ▣ $(x_0,y_0) = (x,y)$ e $(x_n,y_n) = (s,t)$;
 - ▣ os pixels (x_i,y_i) e (x_{i-1},y_{i-1}) são adjacentes para $1 \leq i \leq n$
- Se $(x_0,y_0) = (x_n,y_n)$ então o caminho é fechado

Conectividade

- Conectividade entre pixels é um conceito muito importante
- É útil para
 - ▣ Estabelecer os limites dos objetos
 - ▣ Identificar as componentes de uma imagem
 - obtenção de propriedades específicas do objeto para processamento de mais alto nível

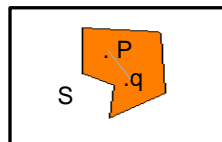
Conectividade

- Precisamos identificar quais pixels pertencem a cada componente da imagem I
 - ▣ Para isto precisamos saber quais pixels são conexos



Conectividade

- Dois pontos p e $q \in S$ são conexos se existe um caminho entre p e q tal que todos os pontos deste caminho também pertencem a S



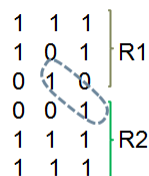
- Para qualquer pixel p em S , o conjunto de pixels conexos a ele em S é chamado de um componente conexo de S
- Se existir apenas um componente conexo então S é dito ser um conjunto conexo

Conectividade

- Seja R um subconjunto de pixels em uma imagem I
 - ▣ R é uma região de I se R for um conjunto conexo
 - ▣ Duas regiões R_i e R_j são adjacentes se sua união formar um conjunto conexo
 - ▣ Para definir um conjunto conexo o tipo de adjacência utilizada precisa ser especificado

Conectividade

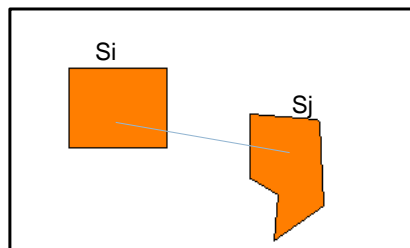
- Exemplo
 - ▣ $R1 \cup R2$ formam uma região se a adjacência-8 for utilizada
 - ▣ Usando adjacência-4, $R1$ e $R2$ são duas regiões disjuntas



Conectividade

□ Exemplo

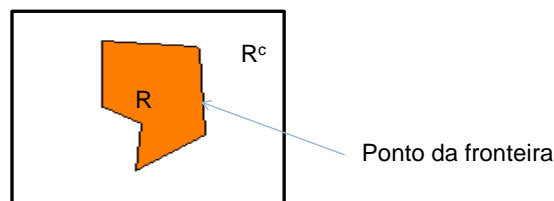
- ▣ Neste exemplo as regiões S_i e S_j são disjuntas para qualquer adjacência (não existe caminho entre p e q)



Fronteira ou contorno de uma região

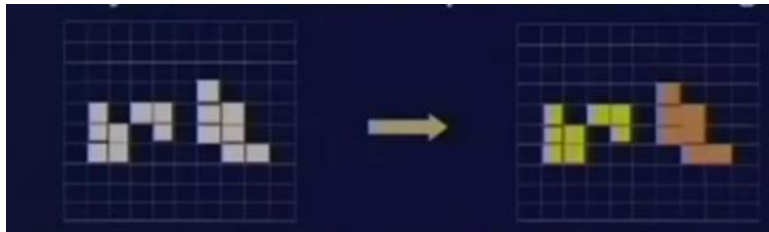
□ Seja R uma região

- ▣ A fronteira de R é o conjunto de pixels adjacentes aos pixels do complemento de R



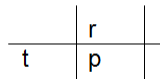
Rotular Componentes Conectadas

- Atribui diferentes rótulos para regiões disjuntas em uma dada imagem
 - ▣ Rotular componentes conectadas é um passo fundamental para análise automática de imagens:
 - identificar forma, calcular área, definir fronteira da região
 - obter características de forma ou contorno



Algoritmo para Rotular Componentes Conectadas

- Considere que desejamos rotular componentes 4-conectadas



- - ▣ Seja p um pixel a ser analisado. A varredura se dá da esquerda para a direita, de cima para baixo.
 - ▣ Seja r e t o pixel de cima e a esquerda respectivamente.
 - ▣ Dada a natureza da varredura, r e t já foram rotulados se satisfizeram o critério de similaridade ($C_s=1$; considere que estamos tratando com uma imagem binária).

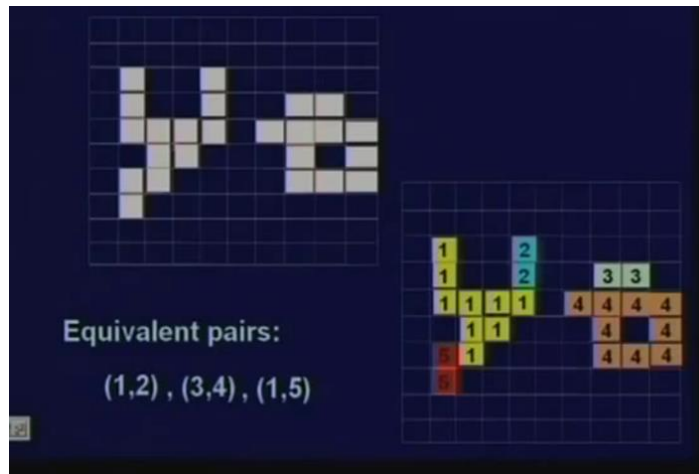
Algoritmo para Rotular Componentes Conectadas

- Procedimento:
 - ▣ Se $p = 0$ então verifica o próximo pixel;
 - ▣ Se $p = 1$, examinar r e t
 - Se $(r == 0 \text{ e } t == 0)$ então rotula p com novo rótulo;
 - Se $(r == 1 \text{ e } t == 0)$ ou $(r == 0 \text{ e } t == 1)$ rotula p com o rótulo de r ou de t ;
 - Se $(r == 1 \text{ e } t == 1)$ e possuem o mesmo rótulo então rotula p com este rótulo;
 - Se $(r == 1 \text{ e } t == 1)$ e possuem rótulos diferentes então rotula p com um dos rótulos e indica equivalência de rótulos;

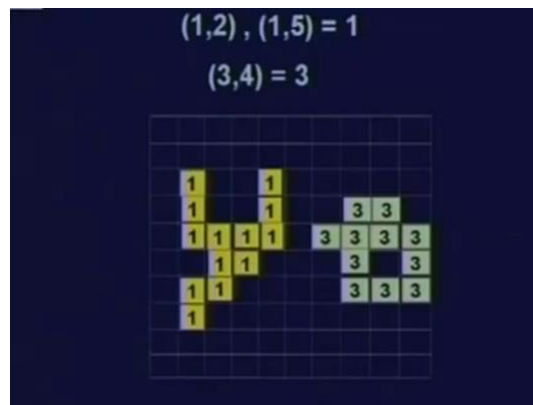
Algoritmo para Rotular Componentes Conectadas

- No final do processo todos que satisfazem o critério de similaridade estarão rotulados, mas alguns com rótulos equivalentes
- Neste caso:
 - ▣ transformar todos os pares de rótulos equivalentes em classes de equivalência, atribuindo um rótulo diferente para cada classe;
 - ▣ varrer novamente a imagem e substituir cada rótulo pelo rótulo atribuído a sua classe de equivalência.

Demonstração do algoritmo



Resultado



Rotular Componentes Conectadas - Exercício

Considere $Sc=\{1\}$ e a imagem abaixo:

1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1

Os rótulos C e D são equivalentes. Temos, portanto, 3 componentes 4-conectadas.

Componentes 4-conectadas:

A	A	0	0	0	0	0
0	A	A	0	0	0	0
0	0	0	B	0	0	0
0	0	0	B	B	0	C
0	0	0	0	0	D	D
0	0	0	0	0	D	D

Como o procedimento de rotular deve ser alterado para obtermos componentes 8-conectadas???

Medida de distância ou Métrica

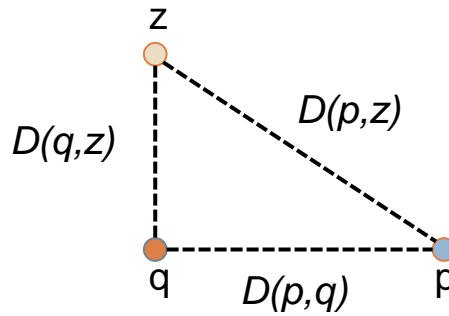
28

- Dados os pixels p , q e z com coordenadas (x,y) , (s,t) e (u,v) , respectivamente, D é uma função de distância se
 - ▣ $D(p,q) = D(q,p)$, simetria
 - ▣ $D(p,q) \geq 0$, não negatividade
 - ▣ $D(p,p) = 0$
- Além dessas 3 propriedades, também valem
 - ▣ $D(p,q) = 0$, se e somente se $p = q$
 - ▣ $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$, também conhecida como desigualdade do triângulo

Medida de distância ou Métrica

29

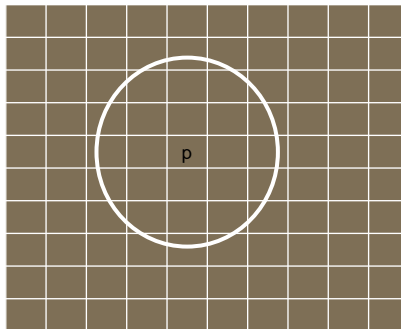
- Desigualdade triangular



Medidas de distância

- Distância Euclidiana:

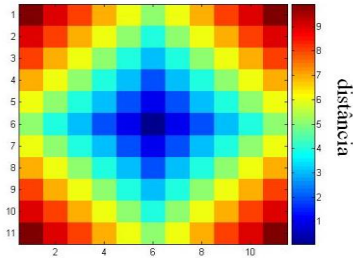
$$D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$$



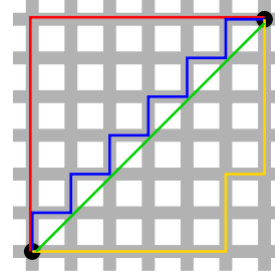
$S = \{q \mid D_e(p, q) \leq r\}$ forma um círculo centrado em p

Medidas de distância

- Distancia D_4 ou *City-block distance* ou *distância de Manhattan*:
 - $D_4(p, q) = |x-s| + |y-t|$



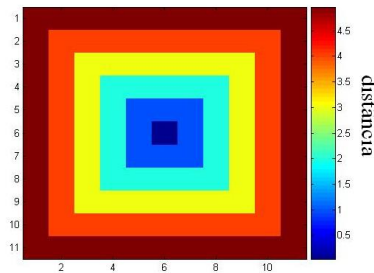
$S = \{q \mid D_4(p, q) \leq r\}$ forma um diamante centrado em p



Comparando com a distância Euclideana

Medidas de distância

- Distancia D_8 ou *Chessboard distance* ou *Distancia de Chebyshev*
 - $D_8(p, q) = \max(|x-s|, |y-t|)$
 - $S = \{q \mid D_8(p, q) \leq r\}$ forma um quadrado centrado em p



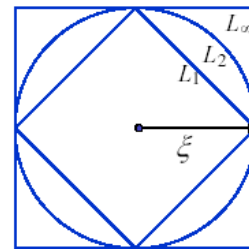
Medidas de distância

- Distância de Minkowski: é uma métrica do espaço Euclideano e generaliza as outras distâncias

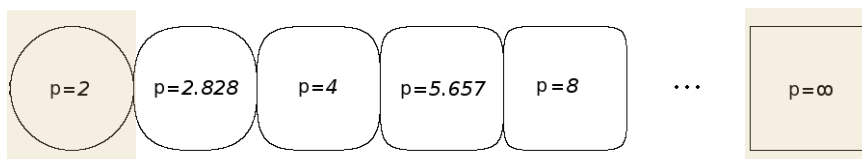
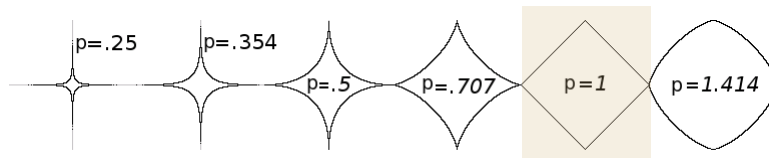
$$D_M(p, q) = [(x-s)^p + (y-t)^p]^{1/p}$$

$$d(x, y) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p}$$

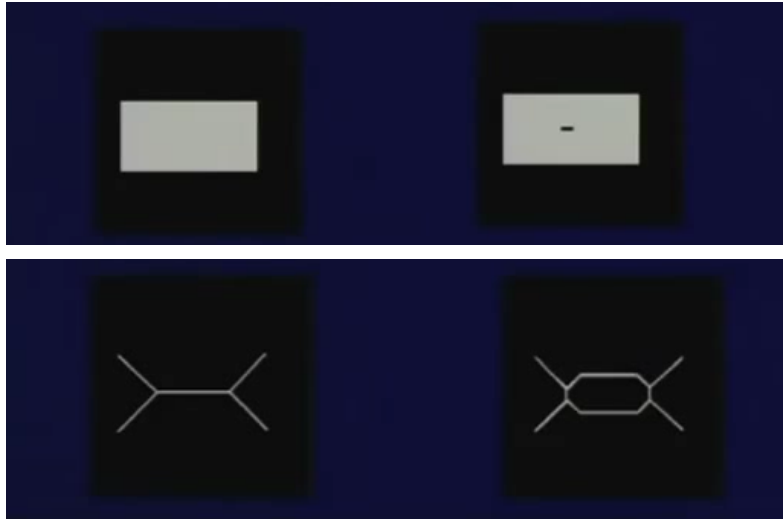
- $p = 1$
 - distância de Manhattan
- $p = 2$
 - distância Euclideana
- $p = \infty$
 - distância de Chebyshev



Distância de Minkowski para diferentes valores de p



Aplicações: shape matching



Como obter o esqueleto da forma?

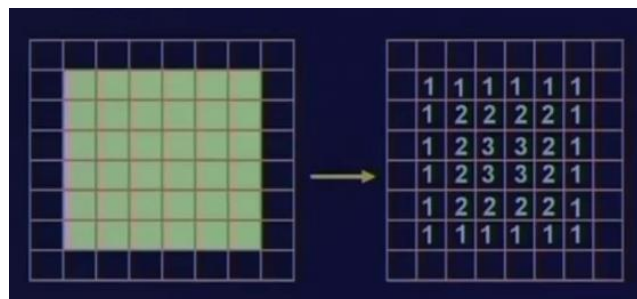
- Imagine uma região cujo material pega fogo de forma uniforme
- Coloque fogo simultaneamente em cada ponto do contorno e veja o fogo se alastrar para o interior da região;
- Sempre que fogo se encontra vindo de pontos diferentes, ele apaga formando uma linha
- Esta linha é o esqueleto

Esqueletonização

- O esqueleto pode ser obtido via transformada de distância
- Transformada de distância
 - ▣ Calcula um campo escalar (ou vetorial) que representa as distâncias mínimas entre o objeto e os pontos do espaço no qual ele está envolvido
 - ▣ A transformada de distância é normalmente utilizada em imagens binárias

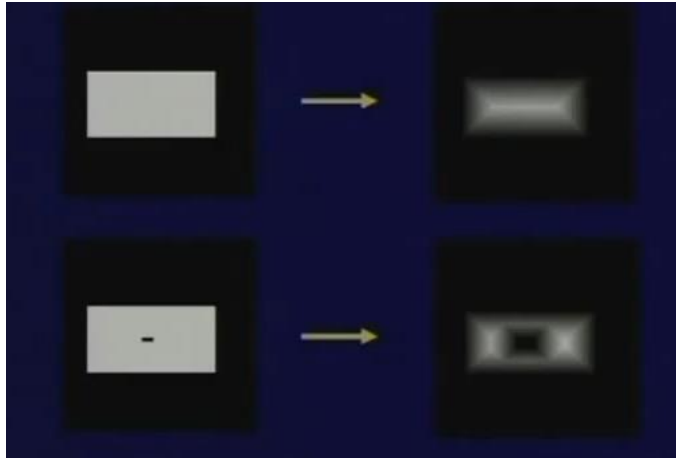
Transformada de distância

- O resultado da transformação é uma imagem similar à original, exceto que os níveis de cinza dentro da região são alterados para identificar a menor distância de cada ponto ao contorno da forma



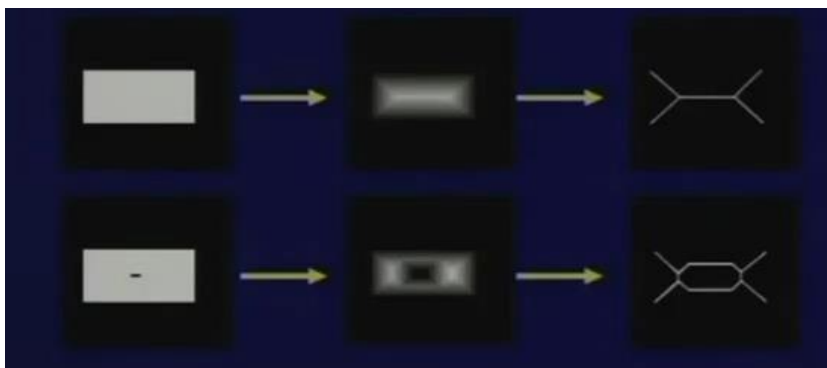
Transformada de distância

Exemplos



Esqueletonização

- O esqueleto ocorre nas regiões de singularidade da transformada (cristas e descontinuidade de curvatura)



Esqueletonização

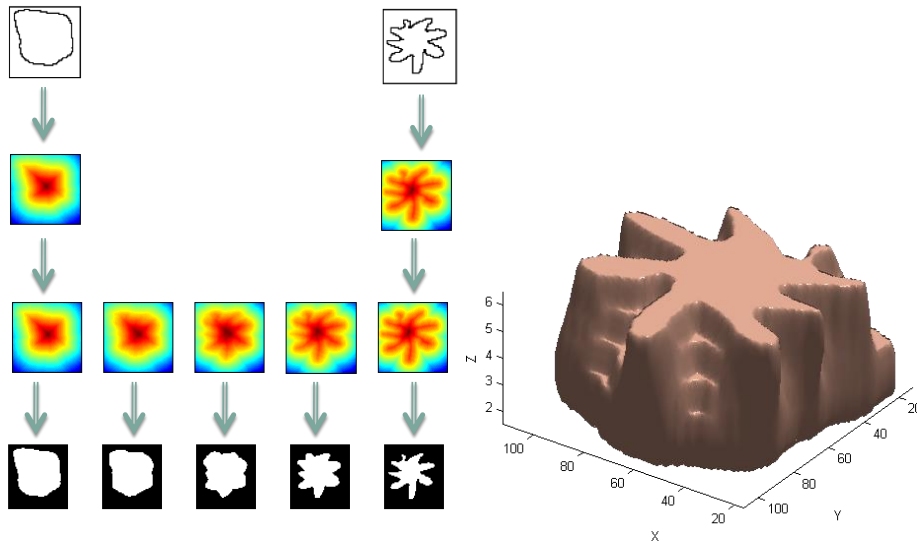
- Outros exemplos



Esqueletonização

- O uso de diferentes métricas → diferentes esqueletos
- O esqueleto é útil:
 - ▣ produz uma representação simples e compacta da forma;
 - ▣ preserva características topológicas e de tamanho da forma original

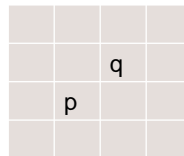
Outros exemplos para o uso de distancia: Método de Interpolação - SIDITRANS (dissertação de Walter A.A. Oliveira)



Exercícios

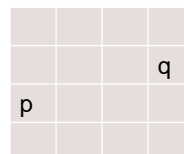
1- Na figura abaixo, quais opções estão corretas?

- a) $q \in N_4(p)$
- b) $q \in N_8(p)$
- c) $q \in N_D(p)$



2 – Calcule a distância entre os pixels p e q

- a) Euclidiana
- b) City block
- c) Chess board



Exercícios

3 - Determine se S1 e S2 são:

- a) 4-conectadas
- b) 8-conectadas
- c) m-conectadas

S1	S2
0 0 0 0	0 0 1 1
0 0 1 0	0 1 0 0
0 0 1 0	1 1 0 0
0 1 1 1	0 0 0 0

Exercícios

4 - Encontre o esqueleto para a imagem binária abaixo (a parte clara é fundo). Use distância

D_8 :

