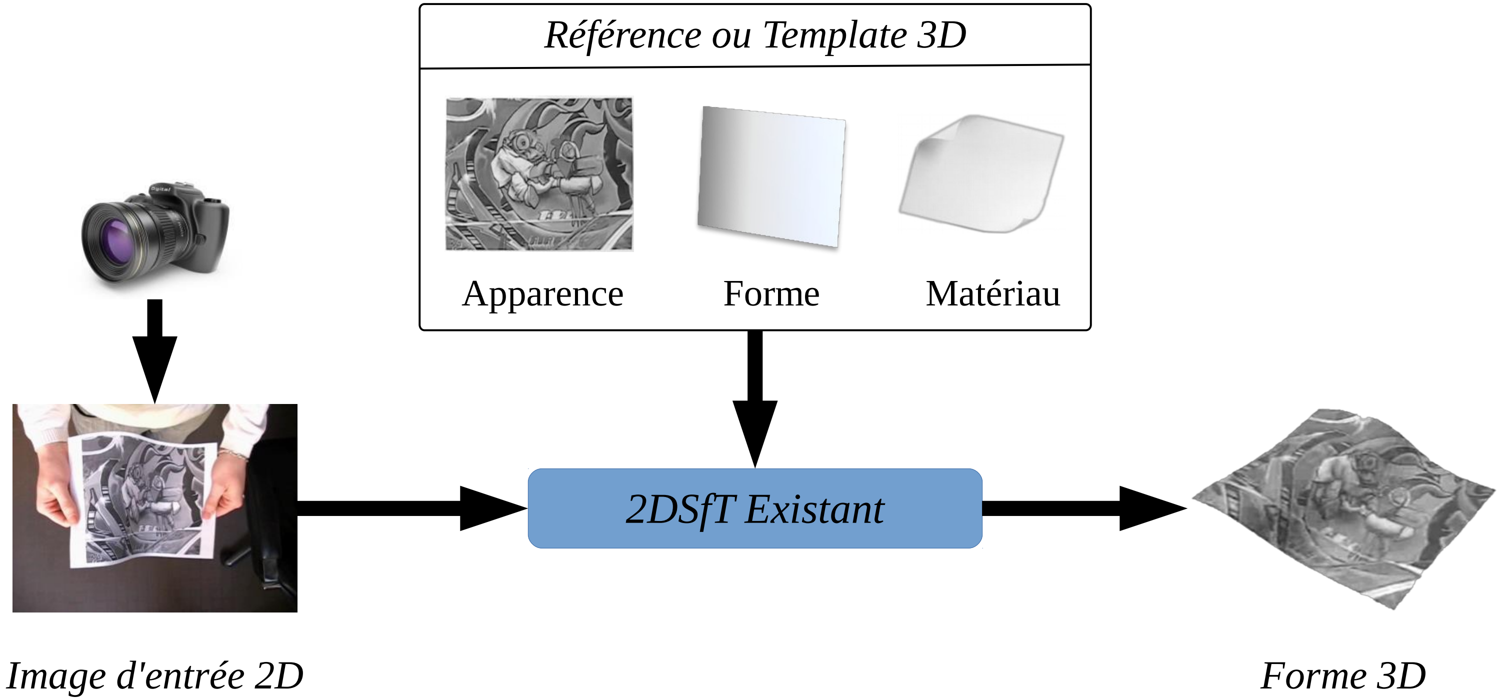
Shape-from-Template dans Flatland

Mathias Gallardo, Daniel Pizarro, Adrien Bartoli et Toby Collins
ALCoV-ISIT, Clermont-Ferrand

Journées Francophones des Jeunes Chercheurs en Vision par Ordinateur,
ORASIS à Amiens, 15-19 Juin 2015

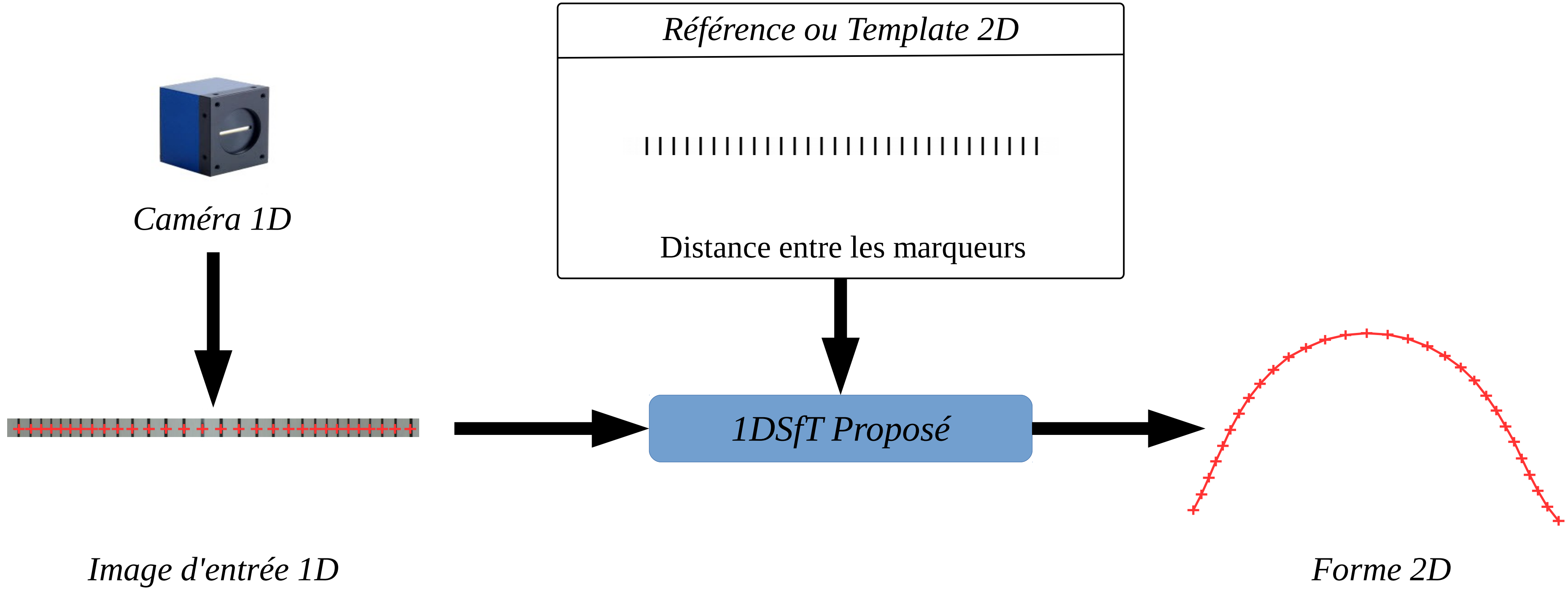
Contexte

Shape-from-Template ou 2DSfT : reconstruction d'une forme 3D d'une surface à partir d'une image d'entrée 2D, d'une référence 3D et d'un modèle simple de déformation



Motivation

Shape-from-Template dans Flatland ou 1DSfT : reconstruction d'une forme 2D d'une surface à partir d'une image d'entrée 1D, d'une référence 2D et d'un modèle simple de déformation



Exemple

Pour mieux visualiser le problème :

Appareil photo pour l'acquisition de la vérité terrain

Mire pour le recalage de la vérité terrain

Corde munie de marqueurs noirs

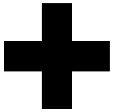
Appareil photo pour l'acquisition des images d'entrée 1D

Exemple

Référence 1D

Exemple

Référence 1D



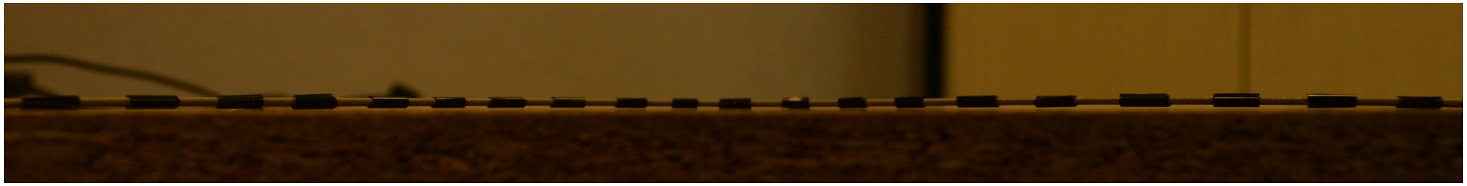


Image d'entrée 1D

Exemple

Référence 1D

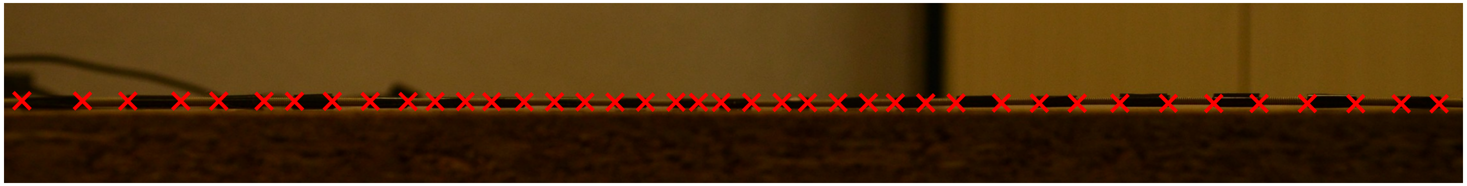


Image d'entrée 1D

Exemple

Référence 1D

+

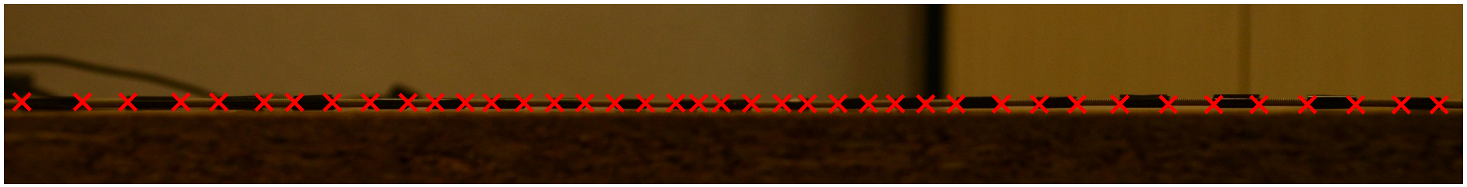


Image d'entrée 1D

+

Modèle simple de déformation

= ?

Hypothèses et Objectif

Hypothèses :

- Correspondances connues
- Paramètres intrinsèques de la caméra connues
- Déformations lisses et isométriques
- Pas d'occultations

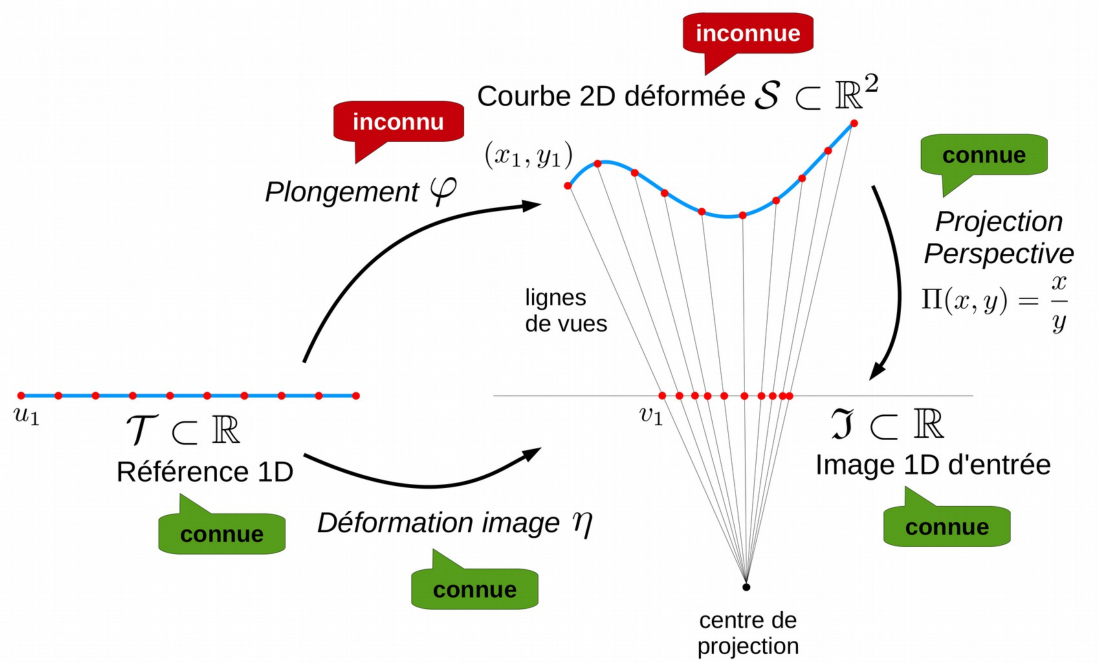
Objectif :

Résoudre le 1DSfT pour des déformations isométriques et une caméra perspective calibrée.

Plan

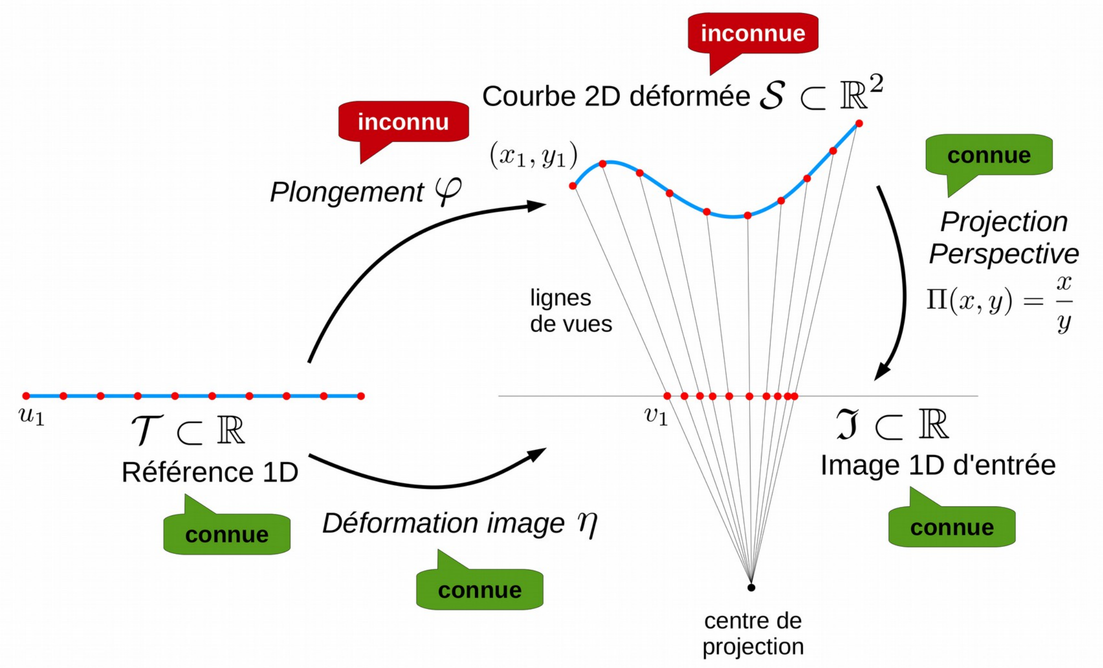
- Modélisation
- Analyse différentielle
- Étude de l'espace des solutions
- Algorithme
- Expériences
- Conclusion

Modélisation



Modélisation

La référence $\mathcal{T}$ est déformée en une courbe lisse $\mathcal{S}$ par un plongement $\varphi = (\varphi_x \ \varphi_y)$.



Formulation mathématique :

$$\text{Trouver} \quad \varphi \in C^\infty(\mathcal{T}, \mathbb{R}^2) \quad t.q. \quad \begin{cases} \eta = \Pi \circ \varphi & \text{(reprojection)} \\ \|\varphi'\|_2^2 = 1 & \text{(isométrie)} \end{cases}$$

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective ⇒ Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi_y' \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$(\varphi_y' \eta)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + (\varphi_y \eta')^2 + (\varphi_y')^2 = 1$$

→ Recherche de solutions non-holonomes

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi_y' \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

→ Recherche de solutions non-holonomes

2DSfT Existant

Similaire à un calcul de pose rigide

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi_y' \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

→ Recherche de solutions non-holonomes

2DSfT Existant

Similaire à un calcul de pose rigide

Problème bien contraint à l'ordre 1 [1]

[1] A. Bartoli, Y. Gérard, F. Chadebecq, and T. Collins. *On template-based reconstruction from a single view : Analytical solutions and proofs of well-posedness for developable, isometric and conformal surfaces*. In *CVPR*, 2012

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie →

$$(\varphi_y' \eta)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + (\varphi_y \eta')^2 + (\varphi_y')^2 = 1$$

→ Recherche de solutions non-holonomes

2DSfT Existant	*1DSfT Proposé*
Similaire à un calcul de pose rigide	Problème bien contraint ?
Problème bien contraint à l'ordre 1	Quel est l'espace des solutions ?

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi_y' \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi_y' \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi_y' \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Solutions non-holonomes → Problème sous-contraint à tout ordre de dérivation

Analyse différentielle

Recherche de solutions locales :

Caméra perspective → Contrainte de reprojection : $\varphi_y \eta = \varphi_x$

Contraintes de reprojection et d'isométrie → $$\left(\varphi'_y \eta\right)^2 + 2\varphi_y \varphi'_y \eta \eta' + \left(\varphi_y \eta'\right)^2 + \left(\varphi'_y\right)^2 = 1$$

Solutions non-holonomes → Problème sous-contraint à tout ordre de dérivation

<u>Théorème 1 :</u>

Le 1DSfT n'admet pas localement de solution exacte

Étude de l'espace des solutions

Recherche de solutions globales :

$$\left(\varphi_y'\eta\right)^2 + 2\varphi_y\varphi_y'\eta\eta' + (\varphi_y\eta')^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Étude de l'espace des solutions

Recherche de solutions globales :

$$\left(\varphi_y'\eta\right)^2 + 2\varphi_y\varphi_y'\eta\eta' + \left(\varphi_y\eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Changement de variable

$$\varepsilon = \sqrt{1+\eta^2}\ ,\quad \xi = \frac{\eta'^2}{\varepsilon^4} \quad \text{et} \quad \theta = \varphi_y\varepsilon$$

Étude de l'espace des solutions

Recherche de solutions globales :

$$\left(\varphi_y'\eta\right)^2 + 2\varphi_y\varphi_y'\eta\eta' + \left(\varphi_y\eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Changement de variable

$$\varepsilon = \sqrt{1+\eta^2}\ ,\quad \xi = \frac{\eta'^2}{\varepsilon^4} \quad \text{et} \quad \theta = \varphi_y\varepsilon$$

$$\theta'^2 + \xi\theta^2 = 1 \qquad \text{ou} \qquad \theta' = \pm\sqrt{1-\xi\theta^2}$$

EDO non-linéaire du premier ordre

Étude de l'espace des solutions

Recherche de solutions globales :

$$\left(\varphi_y'\eta\right)^2 + 2\varphi_y\varphi_y'\eta\eta' + \left(\varphi_y\eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Changement de variable

$$\varepsilon = \sqrt{1+\eta^2}\ ,\ \ \xi = \frac{\eta'^2}{\varepsilon^4}\quad \text{et}\quad \theta = \varphi_y\varepsilon$$

$$\theta'^2 + \xi\theta^2 = 1 \qquad \text{ou} \qquad \theta' = \pm\sqrt{1-\xi\theta^2}$$

EDO non-linéaire du premier ordre

Pas de solution analytique, mais apparition de points spéciaux lorsque $\theta'(u_c) = 0$: les points critiques.

Étude de l'espace des solutions

Recherche de solutions globales :

$$\left(\varphi_y'\eta\right)^2 + 2\varphi_y\varphi_y'\eta\eta' + \left(\varphi_y\eta'\right)^2 + \left(\varphi_y'\right)^2 = 1$$

Changement
de variable

$$\varepsilon = \sqrt{1+\eta^2}\ ,\ \ \xi = \frac{\eta'^2}{\varepsilon^4} \quad \text{et} \quad \theta = \varphi_y\varepsilon$$

$$\theta'^2 + \xi\theta^2 = 1 \qquad \text{ou} \qquad \theta' = \pm\sqrt{1-\xi\theta^2}$$

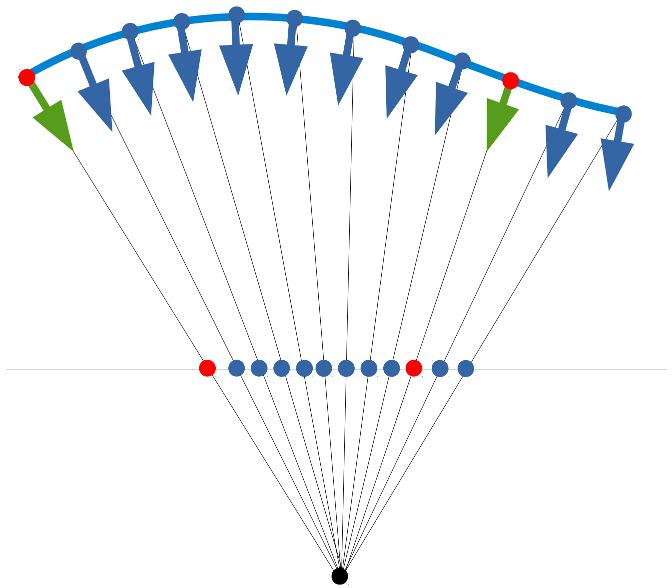
EDO non-linéaire du premier ordre

Pas de solution analytique, mais apparition de points spéciaux lorsque $\theta'(u_c) = 0$:
les points critiques

Les points critiques possèdent des propriétés intéressantes

Étude de l'espace des solutions

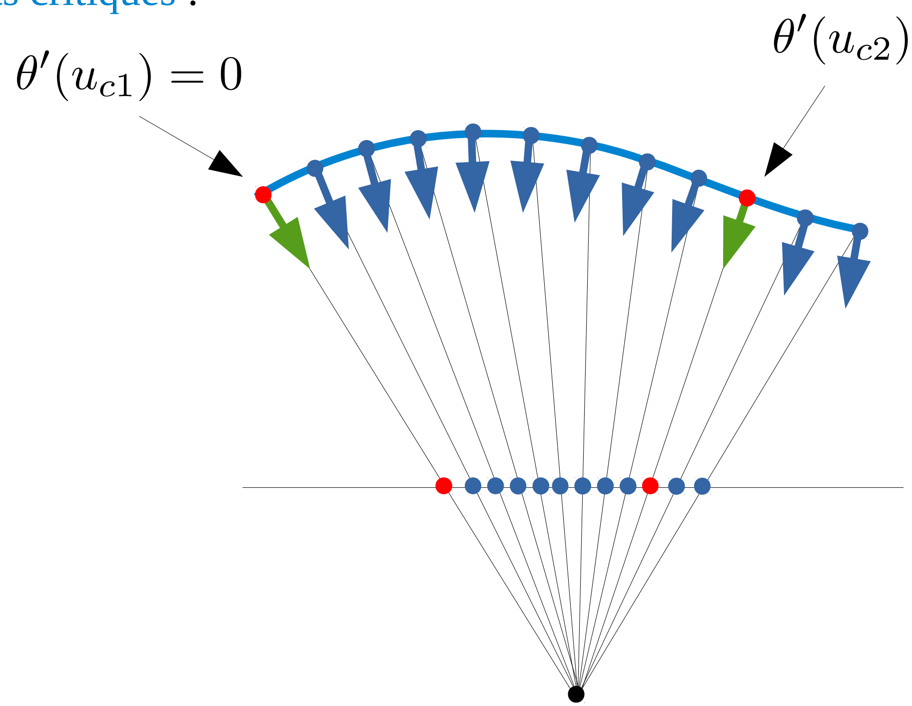
Interprétation géométrique des points critiques :



En chaque point critique, la normale et la ligne de vue sont colinéaires

Étude de l'espace des solutions

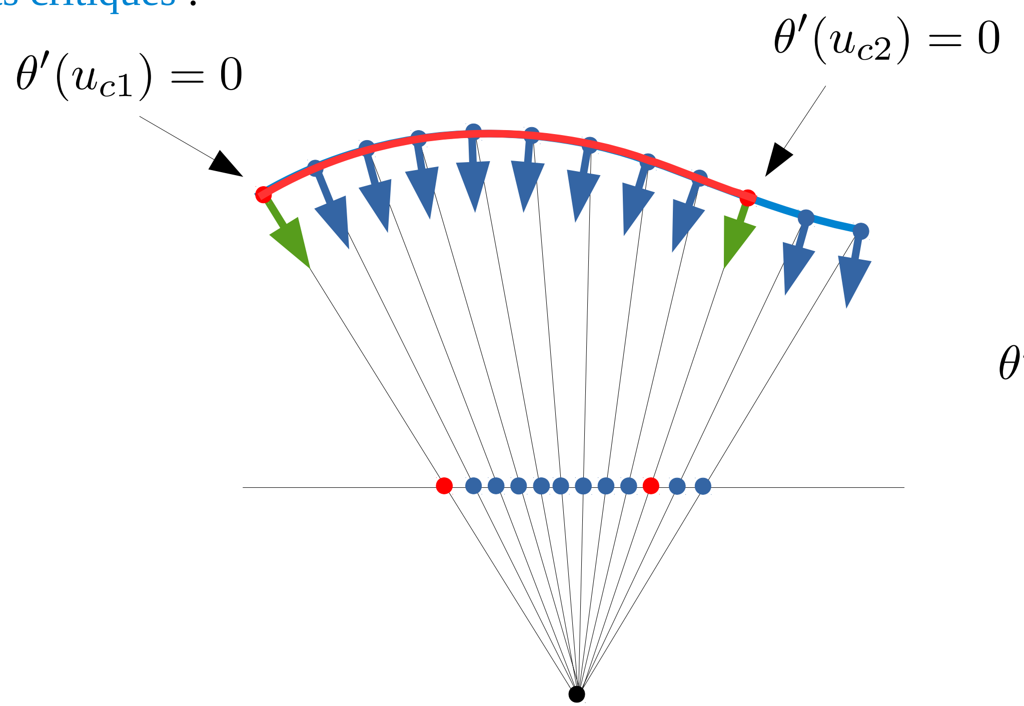
Intérêt des points critiques :



$$\theta' = \pm\sqrt{1 - \xi\theta^2}$$

Étude de l'espace des solutions

Intérêt des points critiques :



$$\theta' = \pm\sqrt{1 - \xi\theta^2}$$

Entre deux points critiques consécutifs, le signe de θ' est constant

Étude de l'espace des solutions

Entre chaque segment délimité par deux points critiques consécutifs, nous avons donc :

$$\left\{\begin{array}{lll} \theta'(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} & \text{ou} & \theta'(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \\ \theta(u_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\xi(u_0)}} & & u_0 = \{u_{c1}, u_{c2}\} \end{array}\right.$$

Étude de l'espace des solutions

Entre chaque segment délimité par deux points critiques consécutifs, nous avons donc :

$$\begin{cases} \theta'(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \quad \text{ou} \quad \theta'(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \\ \theta(u_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\xi(u_0)}} \qquad\qquad u_0 = \{u_{c1}, u_{c2}\} \end{cases}$$

Sur chaque segment et pour $\theta'_+(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$ ou $\theta'_-(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$

Étude de l'espace des solutions

Entre chaque segment délimité par deux points critiques consécutifs, nous avons donc :

$$\begin{cases} \theta'(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \quad \text{ou} \quad \theta'(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \\ \theta(u_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\xi(u_0)}} \qquad\qquad u_0 = \{u_{c1}, u_{c2}\} \end{cases}$$

Sur chaque segment et pour $\theta'_+(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$ ou $\theta'_-(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$

$\Rightarrow$ Le théorème de Picard-Lindelöf est applicable

Étude de l'espace des solutions

Entre chaque segment délimité par deux points critiques consécutifs, nous avons donc :

$$\begin{cases} \theta'(u) = \sqrt{1 - \xi(u)\theta^2(u)} \quad \text{ou} \quad \theta'(u) = -\sqrt{1 - \xi(u)\theta^2(u)} \\ \theta(u_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\xi(u_0)}} \qquad\qquad u_0 = \{u_{c1}, u_{c2}\} \end{cases}$$

Sur chaque segment et pour $\theta'_+(u) = \sqrt{1 - \xi(u)\theta^2(u)}$ ou $\theta'_-(u) = -\sqrt{1 - \xi(u)\theta^2(u)}$

Le théorème de Picard-Lindelöf est applicable

Existence et Unicité de la solution θ_+ ou θ_-

Étude de l'espace des solutions

Entre chaque segment délimité par deux points critiques consécutifs, nous avons donc :

$$\begin{cases} \theta'(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \quad \text{ou} \quad \theta'(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)} \\ \theta(u_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\xi(u_0)}} \qquad u_0 = \{u_{c1}, u_{c2}\} \end{cases}$$

Sur chaque segment et pour $\theta'_+(u) = \sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$ ou $\theta'_-(u) = -\sqrt{1-\xi(u)\theta^2(u)}$

⇒ Le théorème de Picard-Lindelöf est applicable

⇒ Existence et Unicité de la solution θ_+ ou θ_-

<u>Théorème 2 :</u>

N points critiques

θ'_+ et θ'_- ⇒ Nombre maximum de solutions : $2^N - 1$

Algorithme

Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles

Algorithme

Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles

Initialisation

- Maximum Depth Heuristic [2]
- Solutions non-holonomes approchées

[2] M. Perriollat, R. Hartley, and A. Bartoli. *Monocular Template-Based Reconstruction of Inextensible Surfaces*. In *IJCV*, 95(2):124-137, November 2011

Algorithme

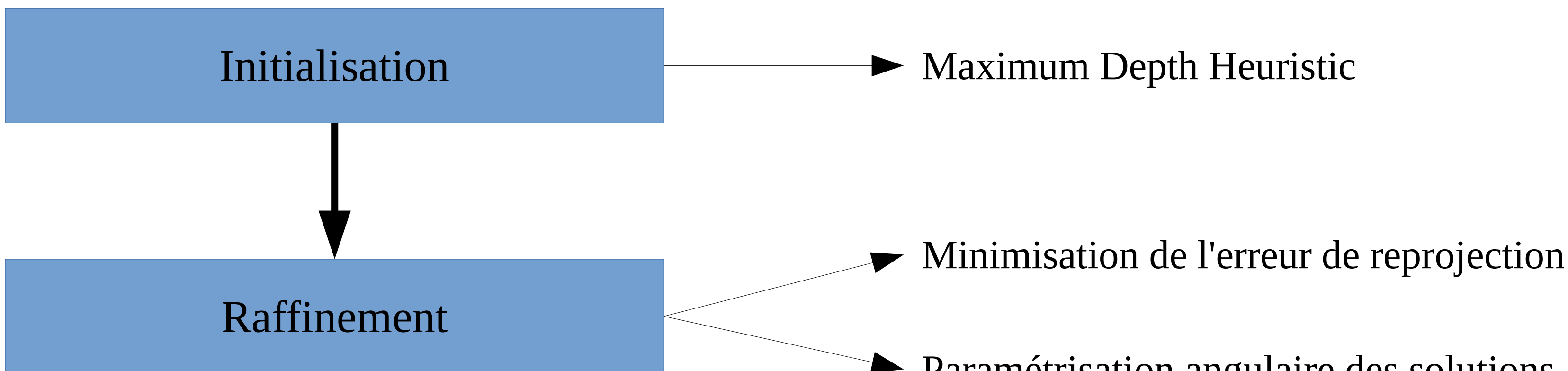
Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles

Initialisation

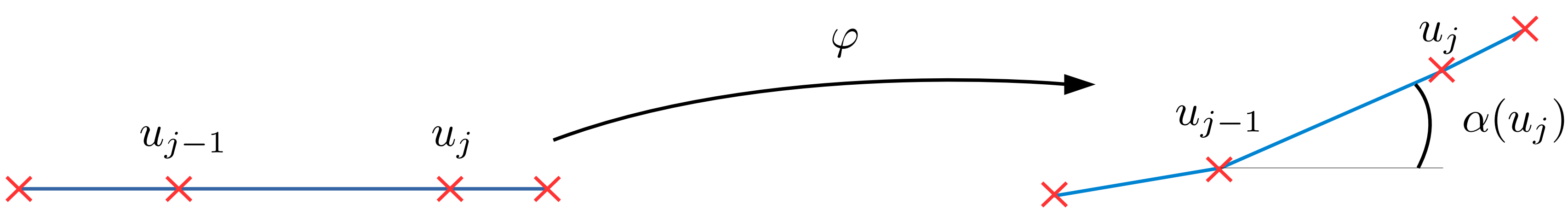
- Maximum Depth Heuristic
- Solutions non-holonomes approchées

Algorithme

Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles

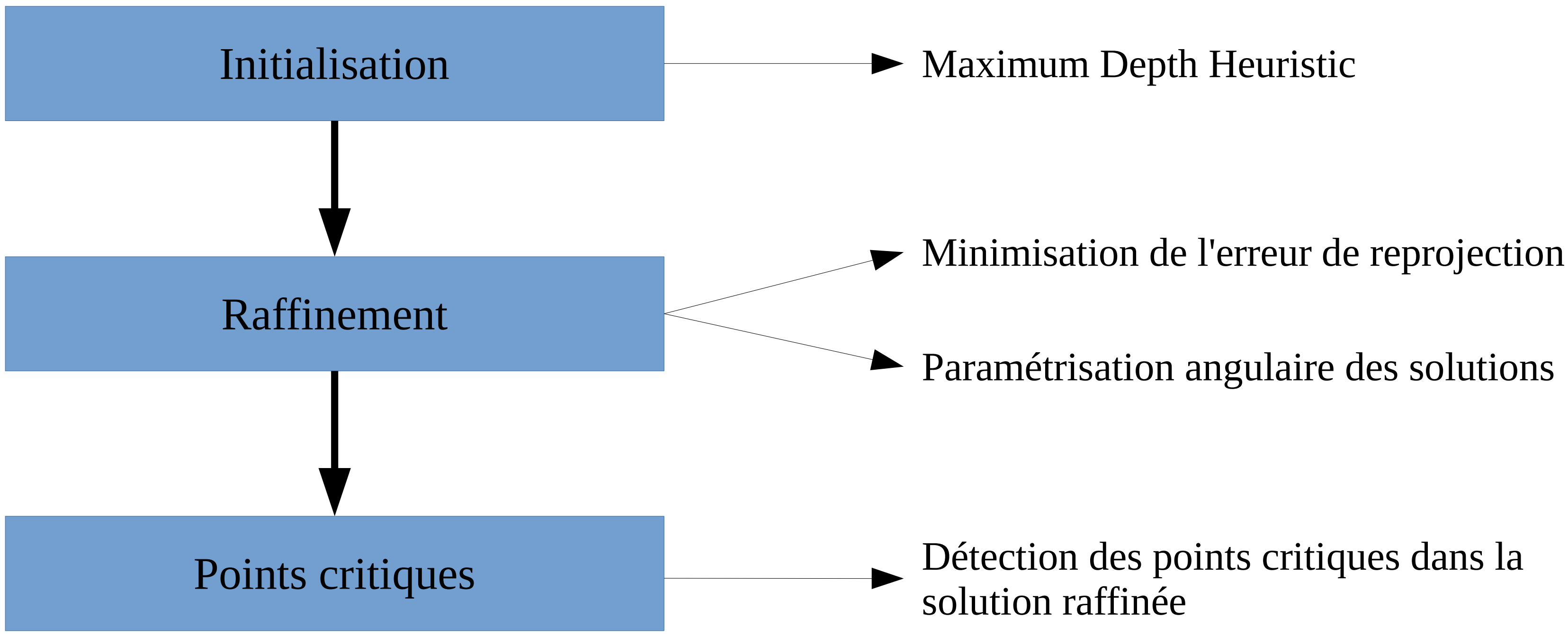


$$\forall u_i \in \mathcal{T}, \quad \varphi(u_i) = \sum_{j=1}^{i} (u_j - u_{j-1}) \begin{pmatrix} \cos\alpha(u_j) \\ \sin\alpha(u_j) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}, \quad \text{avec} \quad \alpha(u_j) = \sum_{k=0}^{n} u_j^k c_k$$



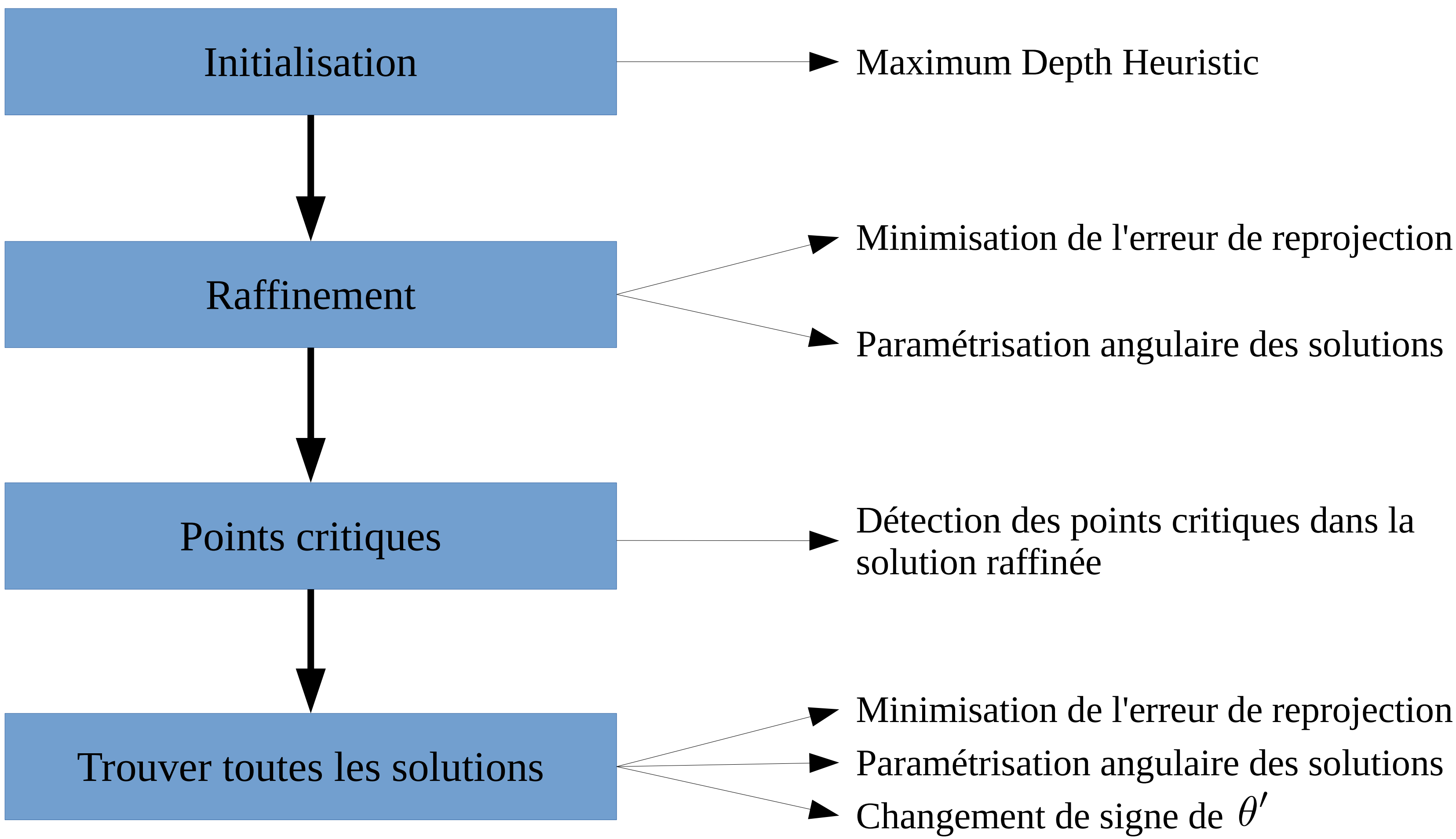
Algorithme

Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles



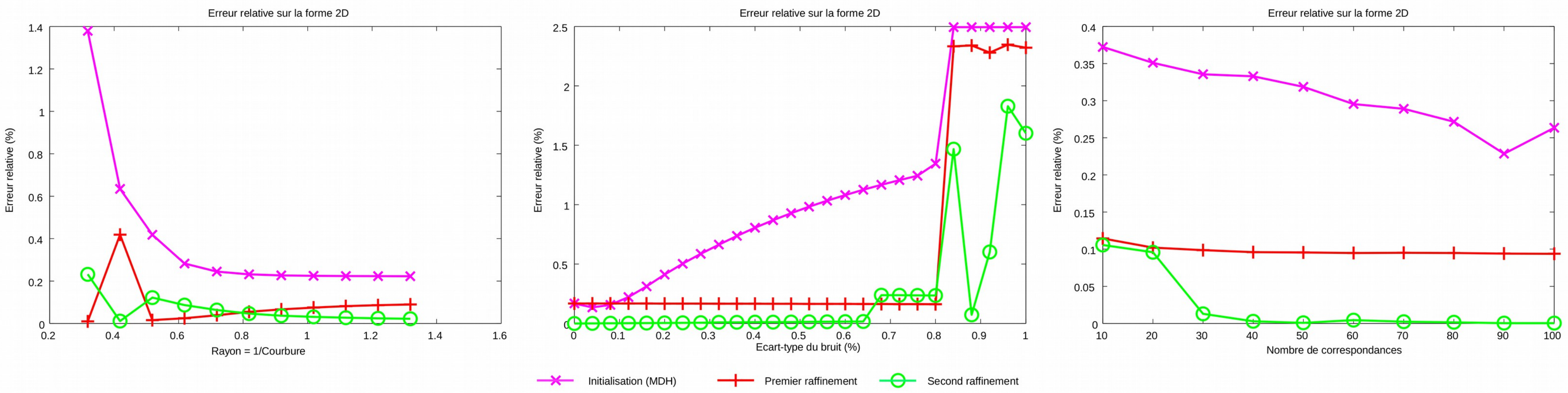
Algorithme

Idée principale : utiliser les points critiques pour déterminer toutes les combinaisons possibles



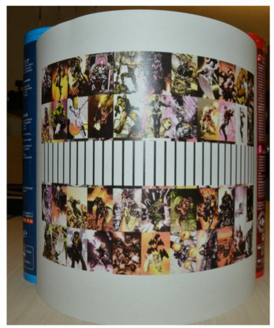
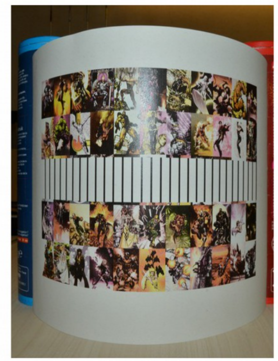
Expériences

Données simulées



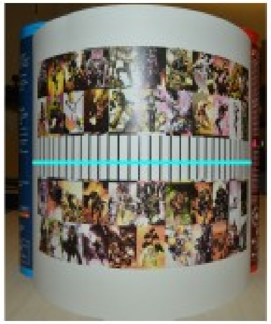
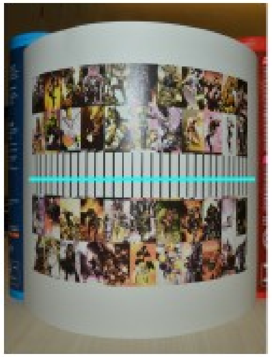
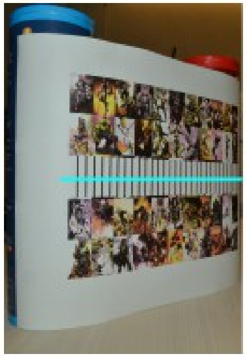
Expériences

Données réelles

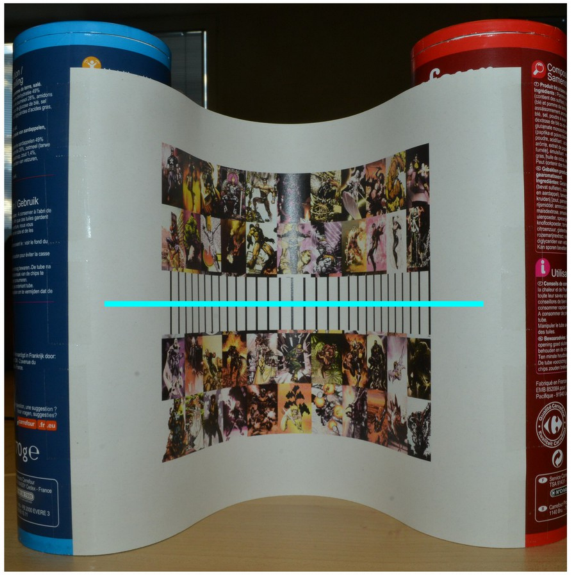
Expériences

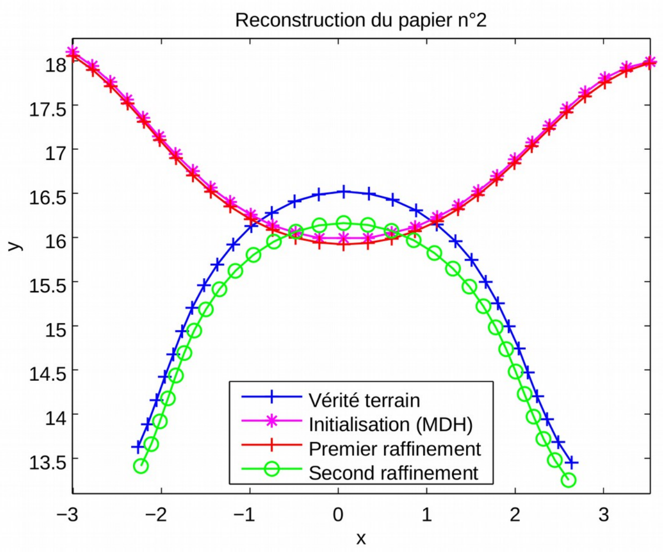
Données réelles

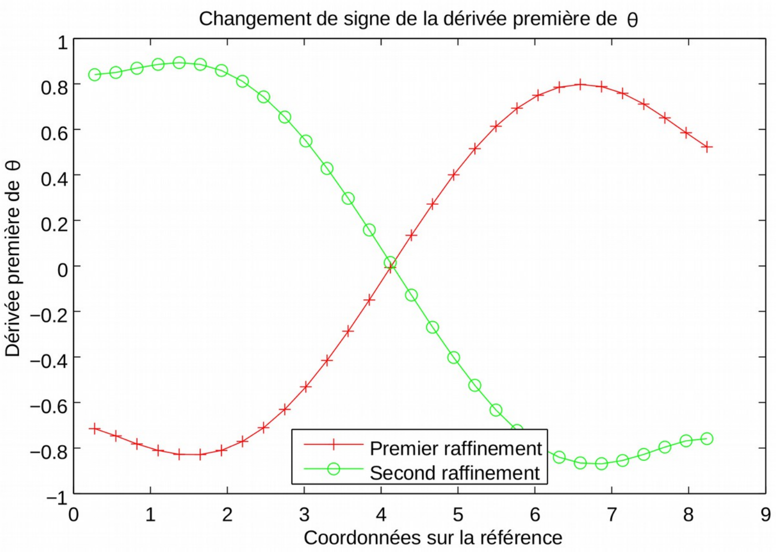
    

Expériences

Données réelles

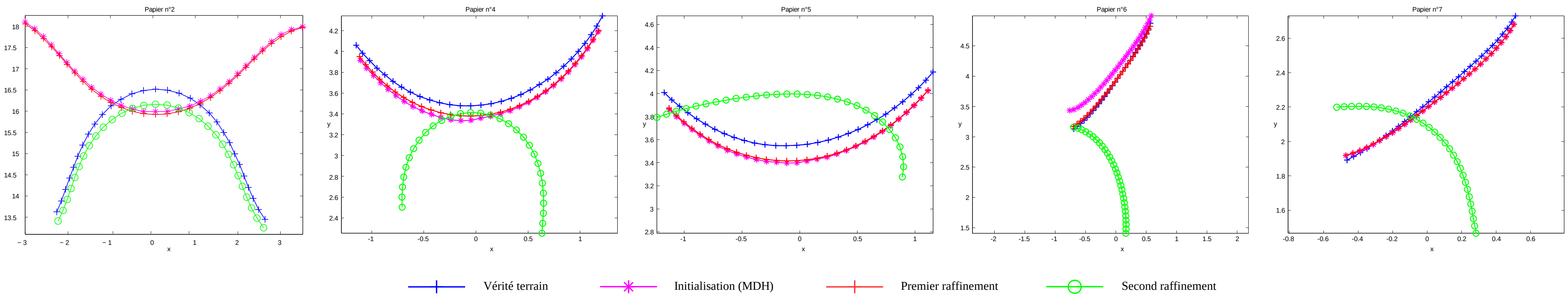






Expériences

Données réelles



Conclusion

- Le 1DSfT, un problème non trivial
  - *i) les solutions localement exactes du 1DSfT n'existent pas*
  - *ii) le 1DSfT ne possède pas de solution unique, mais possède un nombre maximum de solutions*
- Les points critiques nécessaires au calcul des solutions du 1DSfT
- La paramétrisation angulaire assure des solutions isométriques
- Un algorithme basé sur une initialisation convexe et un raffinement non-convexe
- Des résultats encourageants avec des données simulées et réelles
- Extension du 1DSfT au 2DSfT avec des courbes

Shape-from-Template dans Flatland

Mathias Gallardo, Daniel Pizarro, Adrien Bartoli et Toby Collins
ALCoV-ISIT, Clermont-Ferrand

Journées Francophones des Jeunes Chercheurs en Vision par Ordinateur,
ORASIS à Amiens, 15-19 Juin 2015

Références

- SeDuMi 1.3. http://sedumi.ie.lehigh.edu.
- YALMIP version 19-June-2014. http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip.
- Agisoft PhotoScan 1.0.4, 2014.
- E. A. Abbott. *Flatland : A Romance of Many Dimensions*. Seely & Co., 1886.
- A. Bartoli. Maximizing the predictivity of smooth deformable image warps through cross-validation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 31(2-3) :133–145, 2008.
- A. Bartoli, Y. Gérard, F. Chadebecq, and T. Collins. On template-based reconstruction from a single view : Analytical solutions and proofs of well-posedness for developable, isometric and conformal surfaces. In *CVPR*, 2012.
- F. Brunet, R. Hartley, and A. Bartoli. Monocular templatebased 3D surface reconstruction : Convex inextensible and nonconvex isometric methods. *Computer Vision and Image Understanding*, 125 :138 :154, 2014.
- A. Chhatkuli, D. Pizarro, and A. Bartoli. Stable templatebased isometric 3D reconstruction in all imaging conditions by linear least-squares. In *CVPR*, 2014.
- Y. Dai, H. Li, and M. He. A simple prior-free method for non-rigid structure-from-motion factorization. *International Journal of Computer Vision*, 107(2) :101–122, 2014.
- A. Del Bue, X. Llado, and L. Agapito. Non-rigid metric shape and motion recovery from uncalibrated images using priors. In *CVPR*, 2006.
- Y. Eliashberg and N. M. Mishachev. Introduction to the h-Principle. Number Grad. Stud. Math. 48. *American Mathematical Society*, 2002.
- A. Malti, R. Hartley, A. Bartoli, and J. Kim. Monocular template-based 3D reconstruction of extensible surfaces with local linear elasticity. In *CVPR*, 2013.
- M. Perriollat, R. Hartley, and A. Bartoli. Monocular template-based reconstruction of inextensible surfaces. In *BMVC*, 2008.
- M. Salzmann and P. Fua. Linear local models for monocular reconstruction of deformable surfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 33(5) :931–944, 2011.