Evaluation Randomisiert-Kontrollierter Studien und Experimente mit R

Effektstärken

Prof. Dr. David Ebert & Mathias Harrer

Graduiertenseminar TUM-FGZ

Psychology & Digital Mental Health Care, Technische Universität München

Hintergrund

Hintergrund (I)

- Der Begriff **"Effektstärke"** (*effect size*) ist **nicht klar definiert**; manche verstehen darunter nur **standardisierte Mittelwertsunterschiede** (Cohen's d); andere bevorzugen **breitere Definitionen**.
- Die **"engere" Definition** ist nur **schwer haltbar**, da auch Korrelationen, Odds Ratios, z-Werte etc. Richtung und Stärke eines Effekt ausdrücken können (und teils auch ineinander transformierbar sind).
- Im Kontext von RCTs werden Effektstärken genutzt, um die **Größe des Interventionseffekts** zu quantifizieren und **vergleichbar** zu machen.
- Eine praktische Schwierigkeit stellt dabei die **korrekte Berechnung von Konfidenzintervallen** dar. Für viele Effekstärken existieren **geschlossene Formeln zur Berechnung der sampling-Varianz**; diese beziehen aber nicht die **Imputationssicherheit** mit ein!

Eine elegante Form der Berechnung von Effekstärken und deren 95%-Konfidenzintervalle bei MI stellt die Nutzung der **"natürlichen" Interpretation des β-Gewichts der Treatmentvariable** in (G)LM dar.

Es sei $f(\beta)$ eine je nach Linkfunktion variierende Transformationsfunktion (häufig die Exponentialfunktion), und $\hat{\theta}$ die zu berechnende Effektstärke:

$$
\begin{aligned}
\hat{\theta} &= f(\hat{\beta}_{\text{treat}}) \\
\hat{\theta}_{\text{lower}} &= f\left(\hat{\beta}_{\text{treat}} - t_{\nu_{(\text{MI})},0.975} \times \text{S.E.}_{\hat{\beta}_{\text{treat}}}\right) \\
\hat{\theta}_{\text{upper}} &= f\left(\hat{\beta}_{\text{treat}} + t_{\nu_{(\text{MI})},0.975} \times \text{S.E.}_{\hat{\beta}_{\text{treat}}}\right)
\end{aligned}
$$

Viele Effektstärken lassen sich direkt aus GLM ableiten!

Verteilung	Link-Typ	Linkfunktion	Support (y)	exp(β_{treat})	`family`
Normal	Identity	μ	$\mathbb{R}$	$\log_e$(MD)	`gaussian(„identity“)`
Binomial	Logit*	$\log_e\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$	$\frac{0,1,\ldots,m}{m}$	OR	`binomial(„logit“)`
	Log	$\log_e(\mu)$	$\frac{0,1,\ldots,m}{m}$	RR	`binomial(„log“)`
	Complem. Log-Log	$\log_e[-\log_e(1-\mu)]$	$\frac{0,1,\ldots,m}{m}$	HR	`binomial(„cloglog“)`
Negativ Binomial	Log	$\log_e\left(\frac{\mu}{\mu+k}\right)$	$\mathbb{N}_0$	(I)RR	log (in `MASS::glm.nb`)
Poisson	Log	$\log_e(\mu)$	$\mathbb{N}_0$	(I)RR	`poisson(„log“)`
Gamma	Inverse	$-\mu^{-1}$	$\mathbb{R}_+$	-	`gamma(„inverse“)`

Beispiel: Standardisierte Mittelwertsunterschiede (Cohen's d)

$$d = \frac{\mu_1 - \mu_1}{s_{\text{pooled}}} = \frac{\mu_1 - \mu_1}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_0-1)s_0^2}{(n_1-1)+(n_0-1)}}}$$

$\rightarrow$ Hier kann die gepoolte Standardabweichung als "Offset" genutzt werden, um d direkt aus einem linearen Model zu berechnen.

```r
# Der Wert von s_pooled wurde mit 6.32 berechnet
with(implist, lm(I(pss.1/6.32) ~ 1 + group + pss.0)) %>%
  testEstimates() -> m

m; confint(m)
```

Ergebnis: d=-0.92, 95%CI: -1.16—-0.68.

```
#>           Estimate Std.Error  t.value       df  P(>|t|)   RIV   FMI
#> (Intrcpt)   1.486     0.400    3.719  4878.106    0.000 0.075 0.071
#> group      -0.918     0.122   -7.548  4141.218    0.000 0.082 0.077
#> pss.0       0.085     0.015    5.517  6989.062    0.000 0.062 0.059
#>
#> Unadjusted hypothesis test as appropriate in larger samples.
#>
#>                   2.5 %     97.5 %
#> (Intercept)  0.70280613  2.2697069
#> group       -1.15677072 -0.6797633
#> pss.0        0.05486783  0.1153496
```

Beispiel: Odds Ratio (OR)

Für eine logistische Regression mit dummy-kodierter Treatmentvariable gilt:

$$\exp(\hat{\beta}_{\text{treat}}) = \widehat{\text{OR}}$$

Wir können also in R die **Exponentialfunktion** exp nutzen, um direkt die **OR und das Konfidenzintervall** zu berechnen:

```
with(implist, glm(ri ~ 1 + group + pss.0, binomial("logit"))) %>%
  testEstimates() -> mi.logreg

c(mi.logreg$estimates[2,1], confint(mi.logreg)[2,]) %>% exp()
```

```
#>        2.5 % 97.5 %
#> 5.958 3.366 10.546
```