

TP2 - Automates cellulaires

Janvier 2025

1 Automate cellulaire

Un automate cellulaire est un modèle de calcul qui permet de simuler l'évolution d'un système dynamique sur une grille discrète. Les automates cellulaires sont utilisés dans de nombreux domaines, notamment en biologie, en physique, en informatique, en économie, etc.

Les automates cellulaires sont **Turing-complet**, c'est-à-dire qu'ils peuvent simuler n'importe quel algorithme calculable. En pratique, les automates cellulaires sont plus adaptés pour modéliser des systèmes dynamiques complexes, tandis que les machines de Turing sont plus adaptées pour modéliser des algorithmes.

Un automate cellulaire est une grille de cellules disposées sur une ligne. Chaque cellule peut prendre un état parmi un ensemble fini d'états. L'évolution de l'automate est déterminée par une règle qui spécifie comment les cellules changent d'état en fonction de l'état de leurs voisines.

1.1 Exemple en 1D

Un automate cellulaire en 1D est une grille de cellules disposées sur une ligne. A chaque étape, chaque cellule prend un état en fonction de son état et de l'état de ses voisines immédiates.

Considérons un automate cellulaire avec 2 états possibles : 0 ou 1.

Considérons la règle de transition suivante :

Motif	111	110	101	100	011	010	001	000
Valeur suivante	0	1	1	0	1	1	1	0

Cela signifie que si une cellule a pour valeur 1 et que ses voisines immédiates ont pour valeur 1, alors la cellule prend la valeur 0 à l'étape suivante.

Question 1

Dans le langage de votre choix, simuler l'évolution de l'automate cellulaire en 1D avec la règle de transition donnée ci-dessus pour une grille de 99 cellules avec une cellule initiale à 1 au centre et des cellules à 0 ailleurs.

Tester avec différentes configurations initiales.

2 Jeu de la vie

Le jeu de la vie est un automate cellulaire bidimensionnel inventé par John Conway en 1970. Le jeu de la vie se déroule sur une grille infinie de cellules carrées, chacune pouvant être dans l'un des deux états : vivante ou morte.

- Si la cellule est vivante et entourée par deux ou trois cellules vivantes, elle reste en vie à la génération suivante, sinon elle meurt.
- Si la cellule est morte et entourée par exactement trois cellules vivantes, elle naît à la génération suivante.

On considère que les cellules en dehors de la grille sont mortes. On considère le voisinage de Moore, c'est-à-dire les 8 cellules autour de la cellule centrale.

Question 1

Dans le langage de votre choix, simuler l'évolution du jeu de la vie sur une grille de 10x10 cellules avec une configuration initiale aléatoire.

Question 2

Tester avec la configuration initiale suivante (9x36)

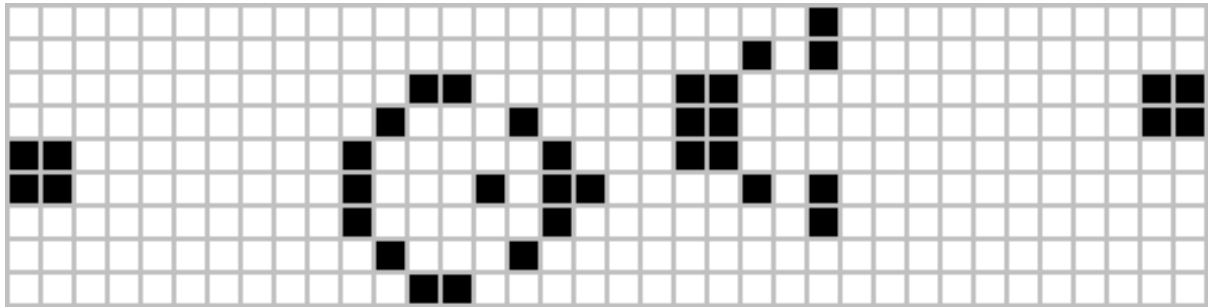


Figure 1: Glider

3 Propagation d'une épidémie

Les automates cellulaires permettent également de modéliser la propagation d'une épidémie dans une population. Chaque cellule représente un individu qui peut être dans l'un des états suivants : Mort, Sain, Immunisé, Malade.

Les règles de transition sont les suivantes :

- Une cellule Morte reste Morte
- Une cellule Malade devient Morte avec une probabilité $p1$ ou Immunisée avec une probabilité $(1 - p1)$
- Une cellule Immunisée reste Immunisée
- Une cellule Saine devient Malade si elle a un voisin Malade avec une probabilité $p2$ reste Saine sinon

On commence avec une population de 1000 individus dont un individu est Malade et les autres sont Sains.

On arrête la propagation de l'épidémie lorsque tous les individus sont Morts, Immunisés ou Sains (on est donc dans un état stable).

Faites varier les paramètres $p1$ et $p2$ et observez l'impact sur la propagation de l'épidémie.

- Supposons que $p1$ soit à 0.5, à partir de quelle valeur de $p2$ l'ensemble des cellules va être contaminée ?
- Supposons maintenant que 30% de la population soit immunisée au début de la propagation, que vaut $p2$?