

Rapport MADMC

Mathieu Berthelley - Élodie Cayez

11 janvier 2016

Résumé

Ce projet vise à étudier différentes méthodes d'aide à la décision appliquées sur un jeu de données d'une vingtaine de petites voitures sportives. Ce rapport a pour but d'exposer les algorithmes et formules utilisés ainsi que de présenter l'implémentation effectuée.

I. Décision multicritère sur ensemble d'alternatives défini de manière explicite

a) Algorithmie

Data: A, un ensemble de vecteurs d'alternatives, C un ensemble de critère

Result: a^* , l'alternative préférée du décideur

$a^* \leftarrow \text{none};$

$\text{satisfait} \leftarrow \text{false};$

while *not satisfait* **do**

$x^0 \leftarrow \text{point_ideal}(A);$

$x^N \leftarrow \text{point_nadir_approx}(A);$

$\alpha \leftarrow \frac{1}{|C|};$

$\omega \leftarrow \frac{\alpha}{|x^N - x^0|};$

$a^* \leftarrow \arg \max_a s(a, x^0, \omega);$

$\text{satisfait} \leftarrow \text{proposer}(a^*);$

if *not satisfait* **then**

$\text{critere} \leftarrow \text{demander}();$

$A \leftarrow \text{filtrer}(\text{critere}, a^*);$

end

end

return a^*

Algorithm 1: Élicitation des préférences par Tchebycheff augmenté avec :

$$— s(x, x^0, \omega) = \max_i (\omega_i \cdot |x_i - x^0|) + \epsilon \cdot \sum_i \omega_i \cdot |x_i - x^0|$$

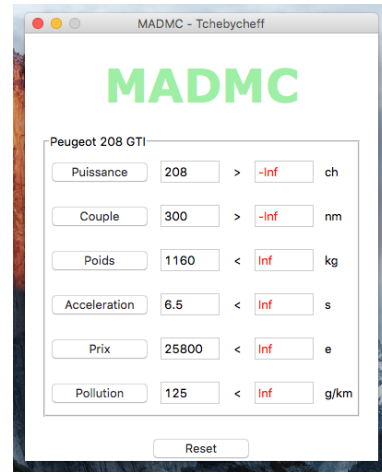
$$— \text{point_nadir_approx}(A) : \begin{cases} \inf_{a \in EC(A)} f_i(a), \forall i \in \{1, 2\} \\ \sup_{a \in EC(A)} f_i(a), \forall i \in \{3, 4, 5, 6\} \end{cases}$$

- $\text{point_ideal}(A) = \begin{cases} \sup_{a \in A} f_i(a), \forall i \in \{1, 2\} \\ \inf_{a \in A} f_i(a), \forall i \in \{3, 4, 5, 6\} \end{cases}$
- $\text{EC}(A)$: enveloppe convexe du set de données A

b) Application

Afin de pouvoir appliquer l'algorithme défini précédemment il faut que tous les éléments soient comparables entre eux. Or les champs **présentation** et **chassis** de certain éléments ne sont pas renseignés. On choisit donc de se restreindre au critères suivant : **puissance moteur**, **couple moteur**, **poids**, **accélération**, **prix**, **pollution**.

Vous pouvez trouver ci-contre l'implémentation que nous avons réalisée. Ce logiciel charge en mémoire les données (la liste des voitures ainsi que les valeurs sur chaque critère) et y applique la méthode de Tchebycheff augmenté afin de déterminer la solution la plus équilibrée. Il s'agit ici de la Peugeot 208 GTI. Par la suite le décideur peut affiner la recherche par élicitation interactive des alternatives. Pour cela il lui suffit de cliquer sur le bouton correspondant au critère qu'il souhaite optimiser, le logiciel lui proposera alors une nouvelle solution.



II. Décision multicritère par élicitation incrémentale sur ensemble d'alternatives défini de manière explicite

a) Mise en pratique

i. Algorithmie

$$\text{MR}(X, P) \left\{ \begin{array}{l} \text{max} \quad r \\ \text{sc :} \quad r \leq f(y) - f(X), \forall y \in A \setminus \{X\} \\ \quad \quad f(a) > f(b), \forall (a, b) \in P \\ \quad \quad \sum_{i=1}^{|C|} w_i = 1 \\ \quad \quad w_i \in [0, 1], \forall i \in \{1, \dots, |C|\} \\ \quad \quad r \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Data: P , l'ensemble des couples (a, b) tel que $a \succ b$
Result: a^* , l'alternative préférée du décideur
 $a^* \leftarrow none$;
 $regretMin \leftarrow +\infty$;
foreach $a \in A$ **do**
 $regret = MR(a, P)$; /* appel le PL décrit ci-dessus */
 if $regret < regretMin$ **then**
 $a^* \leftarrow a$;
 $regretMin \leftarrow regret$;
 end
end
return a^*

Algorithm 2: Calcul du MMR (minimax regret)

avec :

- A : l'ensemble des alternatives
- C : l'ensemble des critères
- X : l'alternative dont on cherche à déterminer le regret maximum.
- $f(x) = \sum_{i=1}^{|C|} \left(w_i * \frac{G(i,x)}{ideal(i) - nadir(i)} \right)$, $\forall x \in A/\{x\}$
 - $G(i, x)$: la valeur sur le critère i de la voiture x
 - $nadir(i)$: valeur du Nadir approché sur le critère i
 - $ideal(i)$: valeur de l'idéal sur le critère i

ii. Application

Veuillez trouver ci-dessus l'implémentation que nous avons réalisée. Ce logiciel charge les données en mémoire (la liste des voitures ainsi que les valeurs sur chaque critère) et y applique la méthode décrite dans l'article fourni. Le décideur se voit soumettre deux alternatives, il choisit celle qu'il préfère. Le logiciel prend alors cette contrainte en compte et lui propose donc un nouveau choix.

b) Amélioration

La somme pondérée est un agrégateur qui ne permet d'obtenir que des solutions appartenant à l'enveloppe convexe. Il est possible d'améliorer la méthode précédemment présentée en utilisant à la place la norme de Tchebycheff. En effet cette dernière permet d'obtenir des solutions appartenant au front de Pareto. Cette amélioration n'est pas triviale car la norme de Tchebycheff utilise l'opérateur max, qui n'est pas un opérateur linéaire. L'inclure au programme linéaire précédemment établi demande donc un travail de linéarisation qui n'est pas évident car ce programme linéaire maximise déjà une variable linéarisant une maximisation. Dans l'idéal il faudrait donc passer au dual du programme linéaire, afin d'établir un programme mathématique multi-objectifs, ses objectifs étant la maximisation de la variable précédemment évoquée ainsi que la norme de Tchebycheff.

III. Décision multicritère sur ensemble d'alternatives défini de manière implicite

a) Mise en pratique

i. Algorithmie

$$(KS) \left\{ \begin{array}{l} \text{max} \quad \sum_{i \in A} x_i \cdot \frac{1}{s_i} \\ \text{sc :} \quad \sum_{i \in A} x_i \cdot p_i \leq \frac{1}{2} \cdot \sum_{i \in A} p_i \\ \sum_{i \in A} x_i \cdot G(c, i) < \text{bound}(c), \forall c \in C_{min} \\ \sum_{i \in A} x_i \cdot G(c, i) > \text{bound}(c), \forall c \in C_{max} \\ x_i \in \{0, 1\} \end{array} \right.$$

avec :

- s_i , distance de Tchebycheff de la voiture i au point idéal (ici inversée car c'est un coût)
- p_i , poids de la voiture i , ici nous posons que le poids d'une voiture est son prix
- x_i , variable de décision : $x_i = 1$ si on prend la voiture i dans notre sac à dos, 0 sinon.
- C_{min} , l'ensemble des colonnes de minimisation
- C_{max} , l'ensemble des colonnes de maximisation
- $G(i, x)$, la valeur du critère i pour la voiture x

ii. Application

Veuillez trouver ci-dessous l'implémentation que nous avons réalisée. Ce logiciel charge les données en mémoire et y applique la méthode de Tchebycheff augmentée, le décideur se voit soumettre un sac à dos de voitures le plus équilibré possible. Par la suite le décideur peut affiner la recherche par élicitation interactive des alternatives. Pour cela il lui suffit de cliquer sur le bouton correspondant au critère qu'il souhaite optimiser, le logiciel lui proposera alors un nouveau sac à dos de solutions. Veuillez noter aussi que le logiciel permet de restreindre

l'exploration aux critères voulus (sur la figure on se passe des critères poids et prix). Il est aussi possible de visualiser les bornes actuelles (texte en rouge sur la figure).

b) Métrique

Ci-dessous un graphique représentant le temps de calcul nécessaire à la résolution du programme linéaire posé précédemment en fonction de n et de p , les deux paramètres du problème. On remarque une évolution du temps de calcul exponentielle en fonction de n . le parametre p ne semble pas affecter la complexité temporelle.

