

Introduction aux séries temporelles



Présentation générale

Gilles Faÿ

`gilles.fay@ecp.fr`

Laboratoire MAS, Ecole Centrale Paris

Cours 1/4 ; OMA, 7/1/2014

Organisation

Avertissement

- ▶ Présence strictement **obligatoire** en TP.
- ▶ Poly mis à jour et en ligne selon vos remarques. Version imprimée plus tard.

Déroulement

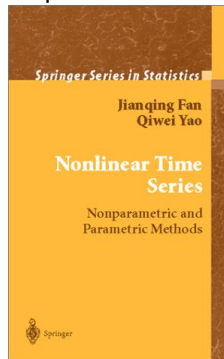
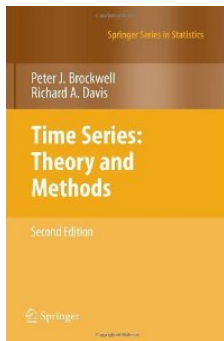
- ▶ 4 cours (séances 1,2,4,6) essentiellement au tableau.
- ▶ 3 TD/TP : TP sur R et TD théoriques (séances 3,5,7), deux colorations (Pierre-André Savalle, Mabrouk Chetouane).
- ▶ examen mardi 11 mars 2014, de 14h à 16h.

Évaluation

- ▶ Moyenne TP + CF ;
- ▶ Le rattrapage éventuel sous la forme d'un oral.

Références principales

1. Brockwell, P. J. and Davis, R. A. (1991). *Time Series : Theory and Methods*. Springer, 2nd edition.
2. Fan, J. and Yao, Q. (2003). *Nonlinear time series*. Springer Series in Statistics. Nonparametric and parametric methods.



Quelques exemples

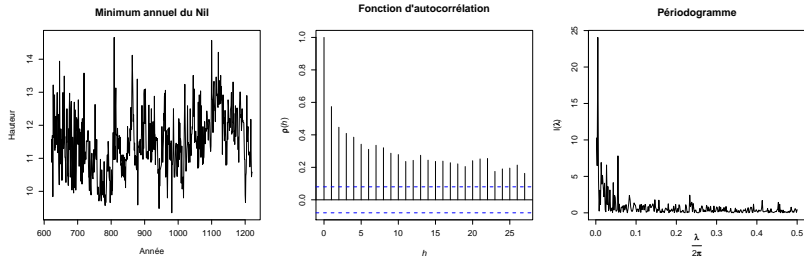


Fig. : Minima annuels du Nil mesurés à la jauge de Rhodes, entre 622 et 1244 (d'après Toussoun, 1925)

Quelques exemples

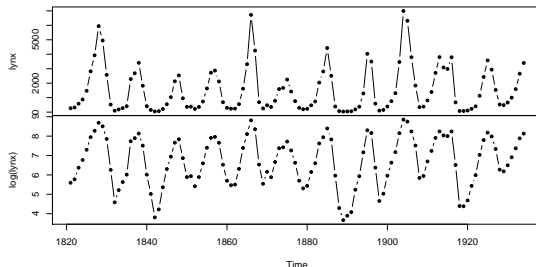


Fig. : Nombre de lynx canadiens (*Lynx canadensis*) capturés chaque année entre 1821 et 1934 dans le district de la rivière Mackenzie, dans le nord-ouest du Canada.

Quelques exemples

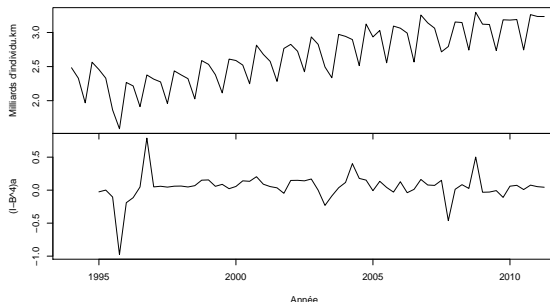


Fig. : Trafic sur le réseau ferré de la RATP entre le premier trimestre de 1994 et deuxième trimestre 2011 (en milliards de km.passager). Source : site de l'INSEE, d'après des données de la RATP.

Quelques exemples

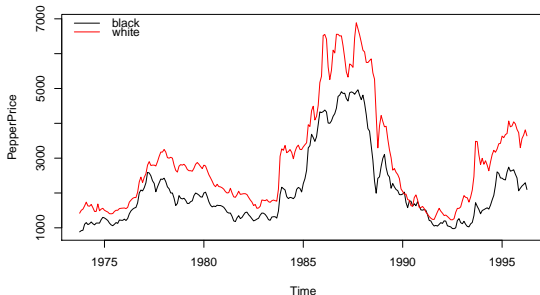


Fig. : Cours des poivres noir et blanc sur le marché européen (en US\$ la tonne).

Quelques exemples

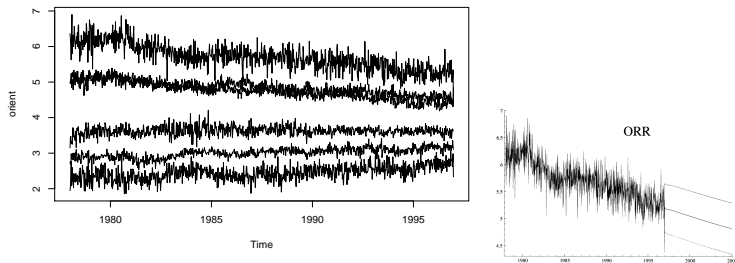


Fig. : Orientations politiques (de la gauche à la droite de “l’échiquier”, sur une échelle de 1 à 6) des militants de 6 formations politiques néerlandaises. À droite une prévision (avec intervalles de confiance de niveau 95%) de l’évolution de l’orientation de l’une d’entre elles.

Quelques exemples

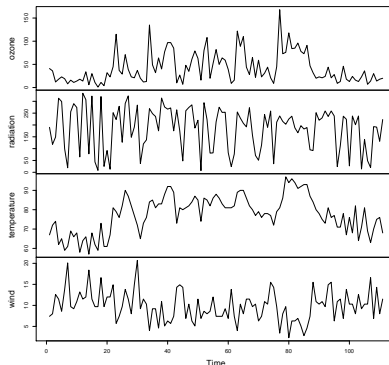


Fig. : Concentration d'ozone dans l'atmosphère, vitesse du vent, température maximale, ensoleillement entre mai et septembre 1973 à New-York.

Objectifs

1. Prédiction :
 - ▶ univariée (cf lissage exponentiel, prédicteurs linéaires optimaux, etc.) ;
 - ▶ multivariée (cf. cointégration, modèles VAR, etc.) ;
2. Explication d'un lien entre X_t (entrée) et Y_t (sortie).
3. Comprendre une certaine “physique” sous-jacente ; calcul de paramètres etc. ;
4. Éventuellement remettre en cause le modèle, l'hypothèse (détection de rupture, d'intrusion, etc.)

Objectifs

1. Prédiction :
2. Explication d'un lien entre X_t (entrée) et Y_t (sortie).
3. Comprendre une certaine “physique” sous-jacente ; calcul de paramètres etc. ;
4. Éventuellement remettre en cause le modèle, l'hypothèse (détection de rupture, d'intrusion, etc.)

L'outil du mathématicien appliqué

Les processus aléatoires à temps discrets.

$(X_t)_{t \in \mathcal{T}}$ définies sur un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$

avec $\mathcal{T} = \mathbb{Z}$. L'aléa permet la modélisation

- ▶ de notre ignorance
- ▶ ou du caractère intrinsèquement chaotique des systèmes.

Quelques modèles

Essentially, all models are wrong, but some are useful (George Box).

- ▶ Bruit(s) blanc(s) $Z_t \sim \text{i.i.d} \sim \text{“hasard pur”}$
- ▶ Processus autorégressifs $X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, Z_t)$ par ex.
- ▶ Processus linéaires ; $X_t = \sum \psi_{t-j} Z_t$
- ▶ Box & Jenkins (1970) ; $Y_t = M_t + S_t + X_t$.
- ▶ Modélisation de la variance conditionnelle (ARCH, GARCH etc.) $\text{var}(X_t | X_{t-1}, \dots) = \phi(X_{t-1}, \dots) \neq C$
- ▶ Chaînes de Markov (cachée) ;
- ▶ Processus de Poisson, de files d'attentes ;
- ▶ Processus de branchements ;
- ▶ **etc.**

Chapitre 1 : Concepts de base

- ▶ Stationnarité(s) ;
- ▶ Structure de second ordre :
 - ▶ Fonction d'autocovariance ;
 - ▶ Mesure spectrale ;
- ▶ Estimateurs de cette structure.