



CALIBRAGE CAMERA

ACQUISITION CALIBRAGE ET RECONSTRUCTION 3D

MONNERET Mathieu | QUENON Hugo | 08/10/2020

SOMMAIRE

INTRODUCTION	Erreur ! Signet non défini.
ACQUISITION DE LA MIRE	Erreur ! Signet non défini.
CALIBRAGE DE LA CAMERA.....	Erreur ! Signet non défini.
DONNEES DU PROBLEME	Erreur ! Signet non défini.
IMPLEMATION DE LA METHODE DE TSAI.....	3
QUESTION SUBSIDIAIRE	Erreur ! Signet non défini.
CONCLUSION.....	6

INTRODUCTION

L'objectif de ce TP est de réaliser l'étalonnage d'une caméra, c'est-à-dire estimer la relation entre les coordonnées spatiales d'un objet de l'espace et les coordonnées 2D de sa projection sur le plan image. Cette relation se déduit des changements de repères successifs permettant de passer du repère de la caméra au repère image et revient à déterminer les paramètres intrinsèques de la caméra en utilisant une image d'un objet dont la structure est connue : une mire de calibrage.

Nous implémenterons la méthode de Tsai, détaillée dans ce compte rendu, en utilisant la librairie OpenCV avec le code au format JupyterNoteBook joint au compte rendu

ACQUISITION DE LA MIRE

Nous utilisons les deux images de mire fournies dans l'archive pour appeler la fonction `cv2.findChessboardCorners` qui prend en paramètre l'image et la taille de la mire « interne », la détection des coins se faisant donc sur une mire de taille $(n-1, n-1)$ pour une mire réelle de taille (n, n) . La fonction renvoie les coordonnées 2D des coins de la mire dans le repère image que l'on stocke dans le même vecteur `coord_px` pour nos deux images de mire. Les points sont ordonnés de gauche à droite et de haut en bas.

On connaît également les coordonnées 3D du repère camera en mesurant sur la mire la distance entre chaque coin en x et en y qui mesure 20 mm. La distance suivant l'axe z entre nos deux captures de mire est donnée et vaut 120mm. On remplit alors un vecteur `coord_mm` contenant les coordonnées spatiales des coins détectés en respectant le même ordre que pour `coord_px`.

CALIBRAGE DE LA CAMERA

DONNEES DU PROBLEME

On dispose d'un ensemble de 98 $(2 \times n \times n)$ points 3-D avec des coordonnées connues, et des 98 points du repère image correspondants, dont les coordonnées 2-D sont également connues. On peut alors établir, d'après le cours, une équation de la forme :

$$\begin{pmatrix} \alpha \cdot u_1 \\ \alpha \cdot u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & i_1 & 0 \\ 0 & f_2 & i_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & o_1^c \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & o_2^c \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & o_3^c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \\ 1 \end{pmatrix}$$

On a, de gauche à droite : la matrice contenant les coordonnées 2D, la matrice contenant les paramètres intrinsèques, la matrice contenant les paramètres extrinsèques et la matrice contenant les coordonnées 3D. On ne peut déterminer immédiatement les paramètres qui nous intéressent ce qui nous amène à utiliser la méthode de Tsai.

IMPLEMENTATION DE LA METHODE DE TSAI

En effet, l'estimation simultanée des 12 paramètres de la matrice du système projectif M peut-être imprécise voir instable, et ces paramètres sont également dépourvus de signification physique directe. La méthode de Tsai permet de décomposer le problème de calibrage en 3 étapes simplifiées et d'obtenir certains coefficients de manière analytique.

Cette méthode se base sur la réécriture du problème de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \alpha \cdot u_1 \\ \alpha \cdot u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & i_1 & 0 \\ 0 & f_2 & i_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & o_1^c \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & o_2^c \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & o_3^c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \tilde{u}_1 = u_1 - i_1 \\ \tilde{u}_2 = u_2 - i_2 \end{matrix}} \begin{matrix} \tilde{u}_1 & = & f_1 \frac{r_{11}x_1^o + r_{12}x_2^o + r_{13}x_3^o + o_1^c}{r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o + o_3^c} \\ \tilde{u}_2 & = & f_2 \frac{r_{21}x_1^o + r_{22}x_2^o + r_{23}x_3^o + o_2^c}{r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o + o_3^c} \end{matrix}$$

ETAPE 1 : ESTIMATION DU VECTEUR INTERMEDIAIRE L

A partir de l'expression précédente on peut définir un vecteur L comme il suit :

$$L^t = \left(\frac{\beta r_{11}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{12}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{13}}{o_2^c}, \frac{\beta o_1^c}{o_2^c}, \frac{r_{21}}{o_2^c}, \frac{r_{22}}{o_2^c}, \frac{r_{23}}{o_2^c} \right)$$

$$\text{Avec } \beta = \frac{f_1}{f_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

Afin de déterminer ce vecteur nous devons construire le vecteur U_1 et la matrice A ci-dessous :

$$U_1 = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^1 \\ \tilde{u}_1^2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_1^n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{pmatrix} \tilde{u}_2^1 x_1^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_2^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_3^{o^1} & \tilde{u}_2^1 & -\tilde{u}_1^1 x_1^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_2^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_3^{o^1} \\ \tilde{u}_2^2 x_1^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_2^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_3^{o^2} & \tilde{u}_2^2 & -\tilde{u}_1^2 x_1^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_2^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_3^{o^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{u}_2^n x_1^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_2^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_3^{o^n} & \tilde{u}_2^n & -\tilde{u}_1^n x_1^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_2^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_3^{o^n} \end{pmatrix}$$

On peut désormais calculer L via le système linéaire $U_1 = AL$ soit $A^T U_1 = A^T . A . L$

Nous obtenons ainsi

```
L = array([-0.00828362,  0.00030321,  0.00042017,  0.0725595 , -0.00117032, -0.00903092, -0.00249147])
```

Avec

$$l_1 = \frac{\beta r_{11}}{o_2^c}, l_2 = \frac{\beta r_{12}}{o_2^c}, l_3 = \frac{\beta r_{13}}{o_2^c}, l_4 = \frac{\beta o_1^c}{o_2^c}, l_5 = \frac{r_{21}}{o_2^c}, l_6 = \frac{r_{22}}{o_2^c}, l_7 = \frac{r_{23}}{o_2^c}$$

Nous pouvons désormais déterminer ces paramètres de manière analytique.

ETAPE 2 : RESOLUTION ANALYTIQUE

En utilisant les coefficients de la matrice L, on déduit o_1^c, o_2^c, β ainsi que les deux premières lignes de la matrice de rotation (cf cours). Pour le coefficient de translation o_2^c , l'orientation de notre repère nous permet de déterminer qu'il est négatif.

On détermine la dernière ligne de R en faisant le produit vectoriel des deux premières. Les coefficients r_{31}, r_{32} et r_{33} ainsi obtenus nous permettent de déterminer les angles d'Euler ϕ, γ et ω en utilisant les relations du cours.

ETAPE 3 : ESTIMATION DU VECTEUR M

Il nous reste désormais à obtenir les paramètres o_c^3 et f_2 afin de résoudre le problème de calibrage exprimé en étape 1 :

$$\begin{pmatrix} \alpha u_1 \\ \alpha u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 & 0 & i_1 & 0 \\ 0 & f_2 & i_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{M_{int}} \underbrace{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & o_1^c \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & o_2^c \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & o_3^c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{ext}} \begin{pmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \\ 1 \end{pmatrix}$$

Pour se faire nous résolvons le système matricielle $BM = R$.

Nous obtenons ainsi

$$o_{c3} = 337.13285151261374 \text{ mm et } f_2 = 697.1618858232027$$

$$\text{Et donc } s_1 = 0.00717916832982626 \text{ mm et } s_2 = 0.006311303141313468 \text{ mm}$$

Nous pouvons donc en déduire que la taille d'un pixel sur le capteur semble approximer 7.18 μm de large et 6.31 μm de haut.

VERIFICATION DES RESULTATS

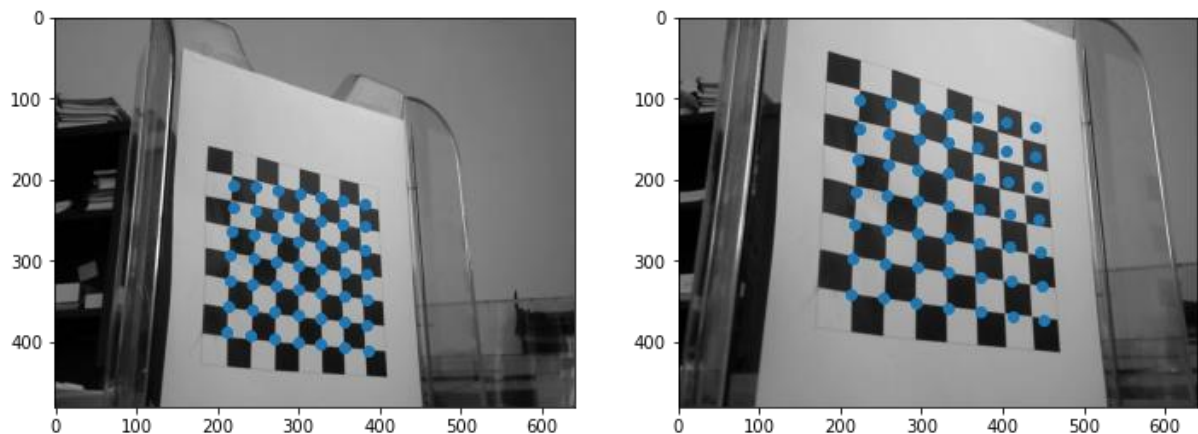
```
beta = 0.8791134085953666  
  
oc1 = -8.742309218143628  
oc2 = -105.91970874012817  
oc3 = 337.13285151261374  
  
r11 = 0.9980494002538751  
r12 = -0.03653220889795934  
r13 = -0.050624029530609946  
  
r21 = 0.12396033338360084  
r22 = 0.9565526817570792  
r23 = 0.26389543908670826  
  
r31 = 0.038783867900920185  
r32 = -0.26965605628805783  
r33 = 0.9592153751331192
```

Beta donne une indication sur le ratio largeur hauteur des pixels du capteur, il est donc acceptable que sa valeur environne 1.

o_c^1, o_c^2, o_c^3 Indiquent la translation entre les origines des repères objet et caméra selon les axes e_1^c, e_2^c, e_3^c . Les valeurs semblent concorder avec les repères choisis.

Les coefficients de la matrice de rotation R sont tous très proches de 0mm, ce résultat est vraisemblable car la mire n'a pas subi de rotation par rapport au repère caméra. L'alignement n'est pas exactement parfait ce qui peut expliquer que les paramètres ne soient pas exactement à 0.

Afin de vérifier nos résultats nous avons projeté les points objets sur les images de la mire :



Nous remarquons que les résultats obtenus ne sont pas trop éloignés des résultats escomptés sur la figure de gauche, mais le calibrage n'est pas optimal sur celle de droite. Cela peut être expliqué par la présence de déformations géométriques dû à l'optique qui n'ont pas été prises en compte lors de l'implémentation de cette méthode.

L'erreur dans les paramètres d'étalonnage est directement proportionnelle à l'erreur dans les mesures d'image. Le facteur de proportionnalité dépend de la géométrie d'imagerie et de la conception de la cible. Certains paramètres de l'étalonnage sont plus sensibles à l'erreur que d'autres, et certains se comportent moins bien lorsque le champ

de vision est étroit ou la plage de profondeur de la cible limitée. La non-linéarité du modèle rend difficile l'étude de la sensibilité au bruit de cet algorithme.

Une solution envisageable serait d'utiliser la fonction *cv2.calibrateCamera*. Nous avons commencé à implémenter cette démarche mais par manque de temps nous n'avons pas pu obtenir et comparer ces résultats. De même pour le calibrage à partir de nos images personnelles.

CONCLUSION

Ce TP a permis d'appréhender les enjeux de calibrage d'une camera avec la méthode de Tsai, qui permet de décomposer le système projectif en 3 étapes plus aisées. Pour autant, chaque paramètre a son importance dans la restitution finale et l'extraction de point ce qui rend la moindre erreur déterminante et rend le débogage parfois complexe. Pour autant, la méthode de Tsai n'est pas la seule à être utilisée pour le calibrage de camera, on peut penser à la méthode de Toscani et Faugeras avec l'utilisation d'une mire 3D (une seule image nécessaire) ou la méthode de Zhang en utilisant 3 images et l'homographie.